متقن الشهيد نجار حسين الغزوات **التاريخ:27-11-2008**

الأقسام :3 ت ر **المدة:4ساعات**

الاختبار الثلاثي الأول لمادة الرياضيات

التمرين الأول (4ن)

1- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5.

2- عين العدد الطبيعي n حيث يقبل العد د $2^{4n-1}+3n-2$ القسمة على 5.

3-عين باقي قسمة العدد $17^{4n-2}+13.4^{2n+1}-22^{4n-3}+10$ على 5 .

4- ماهي قيم n حتى يقبل العدد : n^2+n+4 القسمة على 5.

5-عين قيم n حتى يكون : $2^{2n}+2^{n+1}-3\equiv 0[5]$.

التمرين الثاني (4ن)

1- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 429 و273.

2- α عدد صحيح ،نفرض في Z^2 المعادلة $429x-273y=\alpha$ .....(*)

أوجد قيم العدد α التي من أجلها تقبل المعادلة (*) حلولا.

3- نفرض فيما يلي $\alpha=741$

1) حل المعادلة (*)

2) اوجد الحلول $(x;y)$ بحيث يكون x قاسما للعدد y .

التمرين الثالث (5ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J,K) نعتبر النقط $A(1,2,-1)$ و $B(2,1,1)$.

1-أكتب معادلة المستوي (Q) الذي يشمل A ويعامد (AB) .

2- ليكن (P_m) المستوي ذي المعادلة : $x+y+m-3=0$ حيث mوسيط حقيقي.

أ) أثبت أن المستقيم (AB) يوازى المستوي(P_m) .

ب) عين قيم m التي من اجلها المستقيم (AB) محتوى في المستوي(P_m) .

جـ)أثبت أن المستوى (P_m) عمودي على المستوى (Q) .

3- ليكن B' المسقط العمودي ل B على (P_m) و A' المسقط العمودي ل A على (P_m) .

عين قيم m حتى يكون الرباعي $(ABB'A')$ مربعا.

التمرين الرابع (7ن)

الجزء الأول :g دالة عددية معرفة على R ب: $g(x)=2e^x+2x-7$

1-أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2-ادرس اتجاه تغيرا لدالة g على R ثم شكل جدول تغيراتها.

3-بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.94\le\alpha\le 0.941$

4-استنتج إشارة g على R.

الجزء الثاني : f دالة معرفة على R ب: $f(x)=(2x-5)(1-e^{-x})$

نسمي (C) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس (o,I,J)

1-ادرس إشارة f على R

2-أدرس نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$.

3- أ) أحسب $f'(x)$ ،ثم تحقق أن $f'(x)$ و $g(x)$ لهما نفس الإشارة .

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4- أ) اثبت أن : $f(\alpha) = \dfrac{(2\alpha - 5)^2}{2\alpha - 7}$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة $h : x \to \dfrac{(2x-5)^2}{2x-7}$ على المجال $\left]-\infty; \dfrac{5}{2}\right[$

جـ) استنتج انطلاقا من حصر α المحصل عليه في الجزء الأول ،حصرا بتقريب إلى 10^{-2} للعدد $f(\alpha)$.

5- بين أن المستقيم (D) ذي المعادلة $y = 2x - 5$ ، مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C) عند $+\infty$.

- حدد الوضعية النسبية ل (C) و (D) .

6- أرسم (C) و (D) .

بالتوفيق

ومنه $AA' = \frac{|m|}{\sqrt{2}}$

$ABB'A'$ مربع معناه $\frac{|m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$

$|m| = \sqrt{12}$ ..

$m = -\sqrt{12}$ أو $m = \sqrt{12}$ ..

التمرين الرابع:

جزء I:

$g(x) = 2e^x + 2x - 7$

1. $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$

2. حساب $g'(x)$:

$g'(x) = 2e^x + 2$

$= 2(e^x + 1)$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x) > 0$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	↗		↗	$+\infty$

3. إثبات أن $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث:

$0,94 \leq \alpha \leq 0,941$

(نظرية القيم المتوسطة)

4. إشارة g على $\mathbb{R}$:

لما $x \in]-\infty; \alpha[$ فإن: $g(x) < 0$

لما $x \in]\alpha; +\infty[$ فإن $g(x) > 0$

الجزء الثاني:

$f(x) = (2x-5)(1-e^{-x})$

1. إشارة f على $\mathbb{R}$:

قيم x	$-\infty$		0		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x-5$		−		−	0	+	
$1-e^{-x}$		−	0	+		+	
$f(x)$		+	0	−	0	+	

2. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

---

3. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ Ⓟ:

$f'(x) = 2(1-e^{-x}) + (2x-5)(e^{-x})$

$= (2e^x - 7 + 2x)e^{-x}$

$= g(x) \cdot e^{-x}$

إشارة f' هي إشارة g (لأن $e^{-x} > 0$)

جدول تغيرات f:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	
f	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

$f(\alpha) = (2\alpha - 5)(1 - e^{-\alpha})$

من جهة أخرى: $g(\alpha) = 0$

معناه $2e^\alpha + 2\alpha - 7 = 0$

$e^\alpha = \frac{-2\alpha + 7}{2}$ ..

$e^{-\alpha} = \frac{2}{7 - 2\alpha}$ ..

بالتعويض في $f(\alpha)$ نجد:

$f(\alpha) = (2\alpha - 5)\left(1 - \frac{2}{7-2\alpha}\right)$

$= \frac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha - 7}$

Ⓒ إتجاه تغير الدالة $h: x \mapsto \frac{(2x-5)^2}{2x-7}$:

على المجال $]-\infty; \frac{5}{2}[$

من أجل $x \leq \frac{5}{2}$: $h'(x) = \frac{2(2x-5)(2x-9)}{(2x-7)^2}$

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$
$h'(x)$		+	

h متزايدة تماما على المجال $]-\infty; \frac{5}{2}[$

- حصر العدد $f(\alpha)$:

لدينا : $0,94 < \alpha < 0,941$

$h(0,94) < h(\alpha) < h(0,941)$

$-1,9 < f(\alpha) < -1,89$.

- إثبات أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 2x - 5$ خط مقارب بجوار $+\infty$.

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \to +\infty} (2x-5)(-e^{-x})$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{2x-5}{-e^{x}}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{2x}{-e^{x}}$$

$$= 0.$$

- وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ) :

إشارة $f(x) - y$:

$$f(x) - y = (2x-5)(-e^{-x})$$
$$= (5-2x)e^{-x}.$$

x	$-\infty$		$5/2$		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ)		(C) فوق (Δ)		(C) تحت (Δ)	

(C) يقطع (Δ)

6- رسم (C) و (Δ) :