

# OP12 - ÁLGEBRA DE BOOLE

## Matemática Cursos Profissionais

Coletânea de tarefas das turmas piloto

2023/2024



## Ficha técnica

**Título:**

Coletânea de tarefas das turmas piloto - Álgebra de Boole (Matemática Cursos Profissionais)

**Autoria e adaptação:**

Professores das turmas piloto de Matemática Cursos Profissionais

**Revisão:**

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do Ensino Secundário

**Imagem da capa:**

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/pt-br/foto/foto-de-pessoas-olhando-no-laptop-3182750/>

**Data:**

Lisboa, setembro de 2024



# Nota de apresentação

A Direção-Geral da Educação (DGE) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de atividades destinadas a apoiar a generalização dos programas (Aprendizagens Essenciais) de Matemática para os 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade, designadamente nas disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e nos módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação

de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas em 2023/2024 foram:

Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE tem vindo a desenvolver um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o

seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional. A DGE e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva  
*Coordenador*

## MÓDULO OP12 - Álgebra de Boole

| Aulas (horas) | Nome da Tarefa                                            | Tópicos/ Subtópicos                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Objetivos de Aprendizagem                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Tipo de trabalho                                                     | Ideias chave das AE                                                                                                                                                                                                                                                 | Áreas de Competência do PASEO                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------|-----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2+4           | <a href="#">Tarefa 1</a><br>Introdução à Álgebra de Boole | <p><b>Álgebra de Boole</b></p> <p>Lógica Matemática Bivalente</p> <p>Princípios:<br/>Princípio da não contradição e Princípio do terceiro excluído</p> <p>Proposição simples versus proposição composta</p> <p>Classificação de proposições:<br/>- Contingência;<br/>- Tautologia;<br/>- Contradição</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analisar a lógica matemática sob um ponto de vista informal e simultaneamente de iniciação ao tema.</li> <li>• Ilustrar a importância da lógica matemática através da visualização de pequenos vídeos sobre lógica.</li> <li>• Perceber que uma proposição é todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento integral, isto é, uma afirmação que pode ser verdadeira ou falsa.</li> <li>• Saber que uma proposição tem valor lógico verdade se for verdadeira (V ou 1) e falso se for falsa (F ou 0).</li> <li>• Saber que o conhecimento dos princípios implica que o aluno saiba que uma proposição não pode ser verdadeira e falsa simultaneamente (princípio da não contradição) e que toda a proposição ou é falsa ou é verdadeira (princípio do 3.º excluído).</li> <li>• Definir uma dada proposição composta por contingência, como podendo ser verdadeira ou falsa. Numa tautologia a proposição é sempre verdadeira e numa contradição é sempre falsa.</li> </ul> | Trabalho a pares ou em pequenos grupos, com discussão final em turma | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>• Raciocínio e lógica matemática</li> <li>• Comunicação matemática</li> <li>• Avaliação para a aprendizagem</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A)</li> <li>• Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> </ul> |

|   |                                                                      |                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 | <a href="#">Tarefa 2</a><br>Circuitos elétricos e operadores lógicos | <b>Álgebra de Boole</b><br><br>Conectivos Lógicos<br>Negação ( $\sim$ ou $\neg$ )<br>Conjunção ( $\wedge$ )<br>Disjunção ( $\vee$ )<br>Disjunção exclusiva ( $\veebar$ )   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer a ligação entre os circuitos elétricos e os conectivos lógicos.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                    | Trabalho a pares ou em pequenos grupos, com discussão final em turma | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Raciocínio e lógica matemática</li> <li>• Recurso sistemático à tecnologia</li> <li>• História da Matemática</li> <li>• Comunicação matemática</li> <li>• Avaliação para a aprendizagem</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> <li>• Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 3 | <a href="#">Tarefa 3</a><br>Propriedades das operações lógicas       | <b>Álgebra de Boole</b><br><br>Conectivos lógicos.<br>Propriedades dos conectivos lógicos: comutatividade, associatividade e distributividade da conjunção e da disjunção. | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar circuitos elétricos para verificar algumas propriedades das operações lógicas.</li> <li>• Construir tabelas de verdade e utilizá-las para verificar se duas proposições são equivalentes e verificar assim a validade de certas propriedades das operações lógicas. Utilizar exemplos concretos para discutir ambiguidades de escrita.</li> </ul> | Trabalho a pares ou em pequenos grupos, com discussão final em turma | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>• Raciocínio e lógica matemática</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Comunicação matemática</li> <li>• Avaliação para a aprendizagem</li> </ul>                                                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A)</li> <li>• Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> <li>• É confiante, resiliente e persistente, construindo caminho personalizado de aprendizagem de médio e longo prazo, com base nas suas vivências (F)</li> <li>• Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul> |



|     |                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1,5 | <a href="#">Tarefa 4</a><br>Mais Propriedades das operações lógicas (booleanas) | <b>Álgebra de Boole</b><br><br>Conectivos lógicos. Propriedades dos conectivos lógicos: comutatividade, associatividade e distributividade da conjunção e disjunção. elemento neutro, elemento absorvente e idempotência da conjunção e disjunção. | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar circuitos elétricos para verificar algumas propriedades das operações lógicas.</li> <li>• Construir tabelas de verdade e utilizá-las para verificar se duas proposições são equivalentes e verificar assim a validade de certas propriedades das operações lógicas. Utilizar exemplos concretos para discutir ambiguidades de escrita.</li> </ul> | Trabalho a pares ou em pequenos grupos, com discussão final em turma | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Recurso sistemático à tecnologia</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Comunicação matemática</li> <li>• Avaliação para a aprendizagem</li> </ul>                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A)</li> <li>• Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> </ul>                                                                                                                                                                     |
| 3   | <a href="#">Tarefa 5</a><br>Primeiras Leis de De Morgan                         | <b>Álgebra de Boole</b><br><br>Primeiras Leis de De Morgan                                                                                                                                                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar circuitos elétricos para verificar algumas propriedades das operações lógicas.</li> <li>• Construir tabelas de verdade e utilizá-las para verificar se duas proposições são equivalentes e verificar assim a validade de certas propriedades das operações lógicas. Utilizar exemplos concretos para discutir ambiguidades de escrita.</li> </ul> | Trabalho a pares ou em pequenos grupos, com discussão final em turma | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Raciocínio e lógica matemática</li> <li>• Recurso sistemático à tecnologia</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• História da Matemática</li> <li>• Comunicação matemática</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A)</li> <li>• Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> <li>• Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul> |



|   |                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 | <p><a href="#">Tarefa 6</a><br/>Leis de De Morgan e propriedades das operações lógicas</p> | <p><b>Álgebra de Boole</b></p> <p>Conectivos lógicos.<br/>Propriedades dos conectivos lógicos: elemento neutro, elemento absorvente e idempotência da conjunção e disjunção.<br/>Primeiras Leis de De Morgan</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar circuitos elétricos para verificar algumas propriedades das operações lógicas.</li> <li>• Construir tabelas de verdade e utilizá-las para verificar se duas proposições são equivalentes e verificar assim a validade de certas propriedades das operações lógicas. Utilizar exemplos concretos para discutir ambiguidades de escrita.</li> </ul> | Trabalho a pares ou em grupo | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Raciocínio e lógica matemática</li> <li>• Recurso sistemático à tecnologia</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• História da Matemática</li> <li>• Comunicação matemática</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A)</li> <li>• Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> <li>• É confiante, resiliente e persistente, construindo caminho personalizado de aprendizagem de médio e longo prazo, com base nas suas vivências (F)</li> <li>• Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul> |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

# Tarefa 1

## Introdução à Álgebra de Boole

### Notas pedagógicas para a ação do professor

#### Resumo:

A tarefa tem como objetivo introduzir o tema da Álgebra de Boole a partir de desafios e do visionamento de um pequeno vídeo. Pretende-se que os alunos compreendam o que é uma proposição, distingam proposição simples de proposição composta e que percebam que uma proposição ou é falsa ou é verdadeira e que não pode ser falsa e verdadeira simultaneamente.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Noção de valor lógico e de proposição.

**Materiais e recursos:** Computador com projetor.

#### Notas e sugestões:

Para a introdução do tema, o professor poderá apresentar aos alunos o desafio “Problema das três caixas” (item 1.) e solicitar que, em pares ou em grupo, discutam e apresentem uma resolução. Será vantajoso solicitar-se a apresentação à turma de resoluções de alunos ou grupos de alunos, previamente selecionadas.

De seguida, poderá visionar-se um excerto do vídeo [“Isto é Matemática-A lógica é fofinha”](#) da autoria de Rogério Martins.

Sugere-se que, ao longo do visionamento deste vídeo, seja promovida uma discussão em grande grupo antes de se visionar a resposta que aparece no final do vídeo.

De seguida poderá explorar-se o conceito de proposição, dando exemplos e pedindo outros e, de seguida, a resolução do item 3. Após discussão da resolução deste item deverá fazer-se uma síntese sobre o conceito de proposição. Deverão ser também exploradas com os alunos as noções de tautologia, contradição e contingência.

Após análise e discussão, deverá solicitar-se que os alunos resolvam os restantes itens propostos. É recomendável que as resoluções sejam apresentadas e discutidas em grande grupo, de modo a garantir que os alunos compreendam os conceitos.

Os vários conceitos necessários para resolver esta tarefa encontram-se no glossário, que poderá ser utilizado pelo professor de várias formas, dependendo do trabalho



que pretende desenvolver com a sua turma, por exemplo, disponibilizando-o em papel, discutindo-o com os alunos, ou de outra maneira que considere adequada. Sugere-se, que em trabalho de grupo, os alunos possam resolver diferentes enigmas lógicos e apresentá-los à turma, semelhantes aos que podem ser encontrados na [página da Prof. Lurdes Sousa](#) do Instituto Politécnico de Viseu, no livro “Enigmas e jogos lógicos” (Instituto Piaget), ou na página [BrainZilla](#). Sugere-se, ainda, o visionamento de outros filmes que poderão levar a alguma discussão, tais como:

- [O Enigma de Kaspar Hauser - Uma Questão de Lógica](#)
- [Lógica de Alice por detrás do Espelho](#) que inclui material de apoio nesta página: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1127>
- [Raciocínio lógico de Lewis Carroll](#) (em inglês)



## Tarefa 1

### Introdução à Álgebra de Boole

#### 1. O Problema das Três Caixas

Considera três caixas numeradas de 1 a 3. Cada caixa tem um rótulo no exterior, não sendo o conteúdo da caixa visível do exterior:



**Apenas uma** das caixas contém um telemóvel, **as outras estão vazias**, e apenas um dos rótulos é verdadeiro, sendo os outros falsos (enganadores).

- Rótulo da caixa 1 (C1): “O telemóvel está aqui”
- Rótulo da caixa 2 (C2): “O telemóvel não está aqui”
- Rótulo da caixa 3 (C3): “O telemóvel não está na caixa 1”

Indica, justificando em que caixa está o telemóvel?

2. Vê o vídeo disponível em <https://youtu.be/OYunETp6SLA?si=ddEPQ6h6b5pR62-9> com os teus colegas e identifica as principais ideias abordadas.
3. Considera as seguintes afirmações:

- (A) “Que coisa feia!”
- (B) “Todos os gatos são bonitos.”
- (C) “ $2^3=6$ . ”
- (D) “Vamos estudar?”
- (E) “Porto é a capital de Portugal.”
- (F)  $1+1$ .
- (G)  $1+1 \geq 2$ .

- 3.1. De entre as afirmações anteriores, indica as que são proposições e qual o seu valor lógico.



- 3.2. Será que uma proposição poderá ser simultaneamente falsa e verdadeira?
- 3.3. Justifica se uma proposição poderá ter um valor lógico diferente de verdadeiro ou falso.
4. Na tabela seguinte estão apresentados exemplos de proposições simples e de proposições compostas:

| Proposições                                                              | Proposições simples | Proposições compostas |
|--------------------------------------------------------------------------|---------------------|-----------------------|
| O cão é um mamífero.                                                     | X                   |                       |
| O cão tem quatro patas.                                                  | X                   |                       |
| O cão é um mamífero e tem quatro patas                                   |                     | X                     |
| O sol é uma estrela.                                                     | X                   |                       |
| O Cristiano Ronaldo é jogador de futebol e é rico.                       |                     | X                     |
| Amanhã vou ao cinema ou vou estudar.                                     |                     | X                     |
| Porto é uma cidade, está situada no norte de Portugal e é a sua capital. |                     | X                     |

Dá exemplos, diferentes dos da tabela, de proposições simples e proposições compostas.

5. Escreve duas tautologias, em que pelo menos uma delas deverá ser expressa em linguagem matemática.
6. Escreve duas contradições usando linguagem matemática.
7. Escreve um exemplo de uma contingência.



## Tarefa 2

### Circuitos elétricos e operadores lógicos

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### Resumo:

A tarefa tem como objetivo introduzir os conectivos lógicos de negação, conjunção, disjunção e disjunção exclusiva. Ao utilizar um simulador para construir circuitos elétricos, espera-se que os alunos compreendam os valores lógicos nas portas de saída para cada conectivo lógico, dados os valores lógicos específicos nas portas de entrada.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Proposição; valor lógico; símbolos dos operadores de disjunção, de conjunção e de negação.

**Materiais e recursos:** Simulador de circuitos elétricos. Algumas notas sobre a vida e obra de George Boole: <https://clubespm.pt/news/vida-obra-de-george-boole>

##### Notas e sugestões:

O professor deverá iniciar a aula explicando que os símbolos dos conectivos lógicos associados aos circuitos elétricos se designam por portas lógicas.

Nesta tarefa a linguagem usada é a mesma da Lógica Matemática.

Após apresentação dos conectivos lógicos que existem e com recurso ao simulador de circuitos elétricos disponível em

<https://academo.org/demos/logic-gate-simulator>, o professor deverá, a partir desse simulador, explicar para cada conectivo lógico qual é a porta lógica correspondente no circuito elétrico.

A seguir, o professor solicita aos alunos que, em pequenos grupos e com recurso ao simulador, resolvam a tarefa até ao item 3 (inclusive). No final da realização destes três itens, os alunos deverão apresentar as conclusões a que chegaram, tendo em vista uma sistematização das ideias principais. Após esta síntese, deverá ser proposta a realização dos restantes itens da tarefa.

É recomendável, dado que os alunos poderão já ter abordado conceitos da Álgebra de Boole noutras disciplinas, mas com notações diferentes, que o professor adeque ou reformule a linguagem utilizada nesta tarefa.



No final desta coletânea existe um glossário de apoio a esta tarefa 2, que poderá ser utilizado pelo professor de várias formas, dependendo do trabalho que pretende desenvolver com a sua turma, por exemplo, disponibilizando-o em papel, e discutindo-o com os alunos ou de outra maneira que considere adequada.



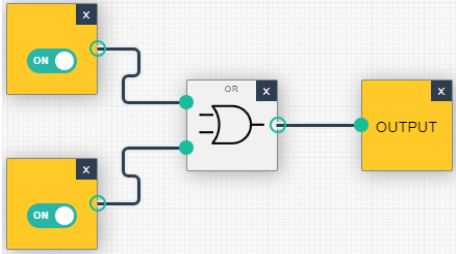
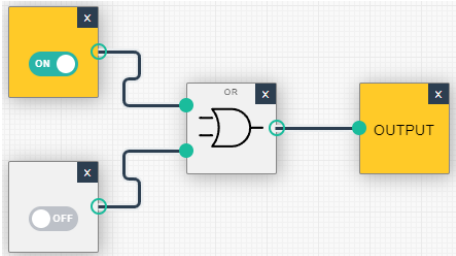


## Tarefa 2

### Circuitos elétricos e operadores lógicos

1. Completa a tabela de verdade da **disjunção (OU,  $\vee$ )**, escrevendo o valor lógico da expressão, V- Verdadeiro ou F- Falso ou colocando o circuito elétrico correspondente. Podes utilizar o circuito elétrico (utilizando o simulador [Logic Gate Simulator](#)).

O esquema da direita representa uma sugestão da atribuição dos vértices, a entrada será feita pelo ponto A e a saída pelo ponto O.

| A | B | $A \vee B$ | Circuito elétrico                                                                    |
|---|---|------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| V | V | V          |   |
| V | F |            |  |
| F | V | V          |                                                                                      |
| F | F |            |                                                                                      |



2. Seguindo o exemplo do item 1. para o operador **disjunção (OU,  $\vee$ )**, completa as tabelas de verdade seguintes e apresenta o respectivo circuito elétrico:

2.1. correspondente à **conjunção (E,  $\wedge$ )** utilizando o simulador [Logic Gate Simulator](#).

| A | B | $A \wedge B$ | Circuito elétrico |
|---|---|--------------|-------------------|
| V | V |              |                   |
| V | F |              |                   |
| F | V |              |                   |
| F | F |              |                   |

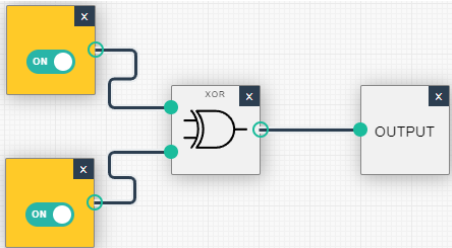
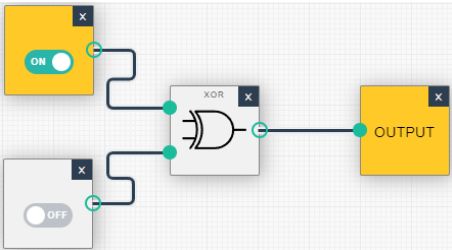
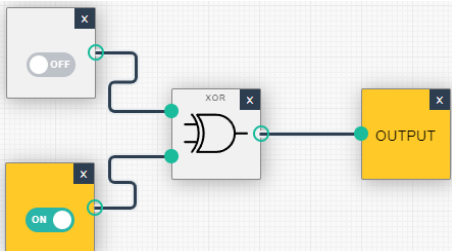
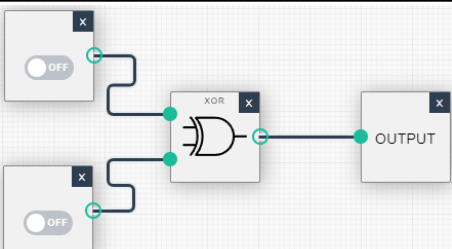
2.2. correspondente à **negação (NÃO,  $\sim$ )** utilizando o simulador [Logic Gate Simulator](#).

| A | $\sim A$ | Circuito elétrico |
|---|----------|-------------------|
| V |          |                   |
| F |          |                   |



3. Considera o operador **disjunção exclusiva (OU...OU,  $\dot{\vee}$ )**.

3.1. Completa a tabela de verdade tendo em consideração os circuitos elétricos apresentados :

| A | B | $A \dot{\vee} B$ | Circuito elétrico                                                                    |
|---|---|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| V | V |                  |    |
| V | F |                  |    |
| F | V |                  |   |
| F | F |                  |  |



- 3.2. A partir da tabela anterior, completa as frases seguintes, referentes à **disjunção exclusiva**:

| Operador Disjunção Exclusiva (OU...OU, $\dot{\vee}$ )                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                   |   |   |                |   |   |  |   |   |  |   |   |  |   |   |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|----------------|---|---|--|---|---|--|---|---|--|---|---|--|
| <b>Definição</b><br>Resulta <b>verdadeiro</b> (V ou 1) se _____ dos valores lógicos de <b>entrada for verdadeiro (V ou 1)</b> .<br>Ou seja, resulta <b>falso</b> (F ou 0), quando os _____ valores lógicos de <b>entrada</b> são, simultaneamente, _____ ou _____. |                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                   |   |   |                |   |   |  |   |   |  |   |   |  |   |   |  |
| Símbolo<br>(do operador)                                                                                                                                                                                                                                           | Porta lógica<br>(nos circuitos elétricos)                                                      | Tabela de verdade                                                                                                                                                                                                                                 |   |   |                |   |   |  |   |   |  |   |   |  |   |   |  |
| $\dot{\vee}$                                                                                                                                                                                                                                                       | <br>( _____ ) | <table> <tr> <th>A</th><th>B</th><th><math>A\dot{\vee}B</math></th></tr> <tr> <td>V</td><td>V</td><td></td></tr> <tr> <td>V</td><td>F</td><td></td></tr> <tr> <td>F</td><td>V</td><td></td></tr> <tr> <td>F</td><td>F</td><td></td></tr> </table> | A | B | $A\dot{\vee}B$ | V | V |  | V | F |  | F | V |  | F | F |  |
| A                                                                                                                                                                                                                                                                  | B                                                                                              | $A\dot{\vee}B$                                                                                                                                                                                                                                    |   |   |                |   |   |  |   |   |  |   |   |  |   |   |  |
| V                                                                                                                                                                                                                                                                  | V                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                   |   |   |                |   |   |  |   |   |  |   |   |  |   |   |  |
| V                                                                                                                                                                                                                                                                  | F                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                   |   |   |                |   |   |  |   |   |  |   |   |  |   |   |  |
| F                                                                                                                                                                                                                                                                  | V                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                   |   |   |                |   |   |  |   |   |  |   |   |  |   |   |  |
| F                                                                                                                                                                                                                                                                  | F                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                   |   |   |                |   |   |  |   |   |  |   |   |  |   |   |  |

4. Sejam A e B proposições.

Constrói uma tabela de verdade correspondente a cada uma das seguintes expressões lógicas. Podes utilizar o simulador [Logic Gate Simulator](#), para confirmar os resultados.

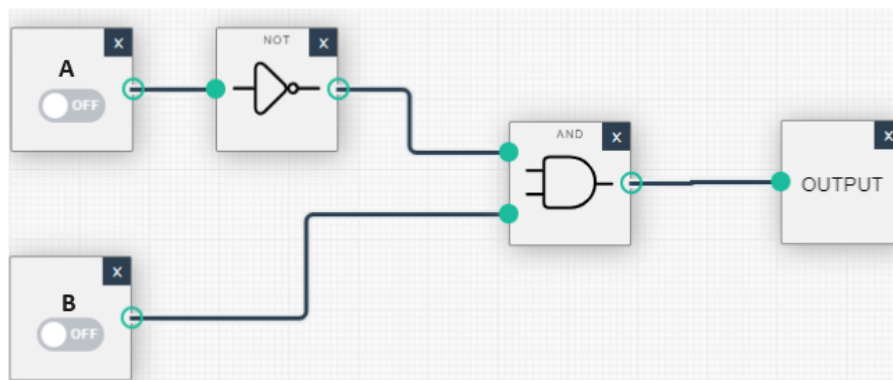
- 4.1.  $A \wedge \sim A$
- 4.2.  $A \vee \sim A$
- 4.3.  $A \vee \sim B$
- 4.4.  $A \wedge \sim B$



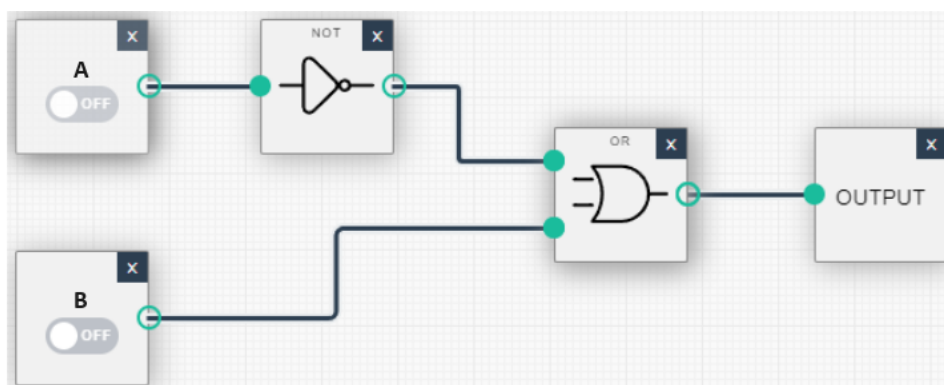
5. Sejam A e B proposições.

Escreva a expressão lógica para cada um dos seguintes circuitos elétricos.

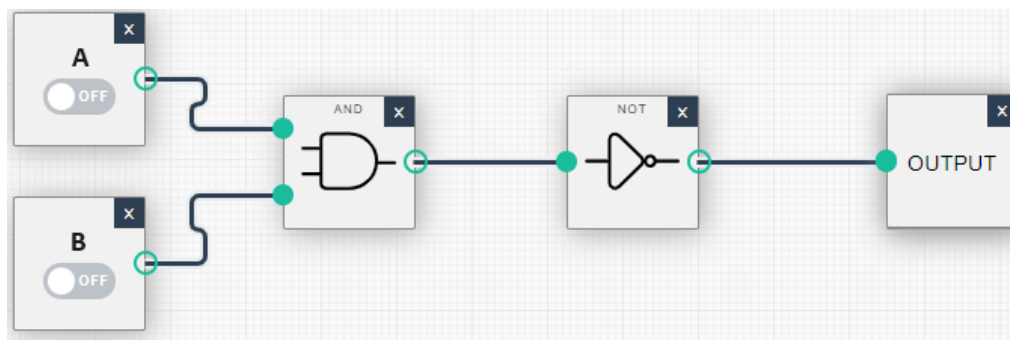
5.1.



5.2.



5.3.



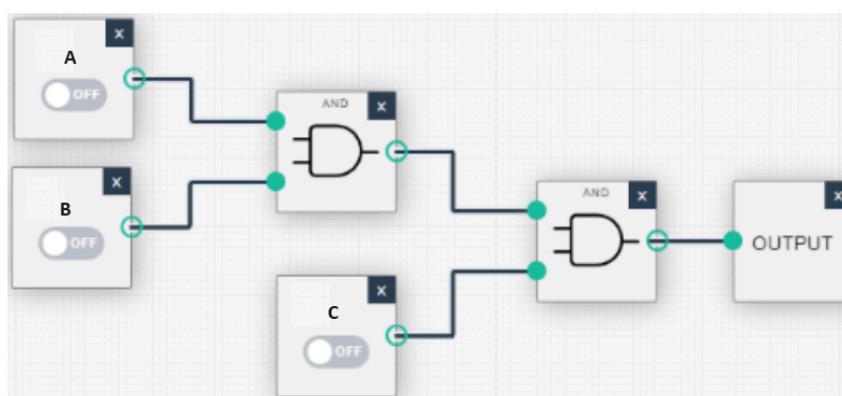
6. Considera as proposições A, B e C e constrói uma tabela de verdade correspondente a cada uma das seguintes expressões lógicas. Podes aceder ao simulador [Logic Gate Simulator](#), para confirmar os resultados.

- 6.1.  $(A \vee B) \vee C$
- 6.2.  $A \vee (B \vee C)$
- 6.3.  $(A \vee B) \wedge C$
- 6.4.  $(A \wedge C) \vee (B \wedge C)$
- 6.5.  $(A \wedge B) \vee C$
- 6.6.  $(A \vee C) \wedge (B \vee C)$

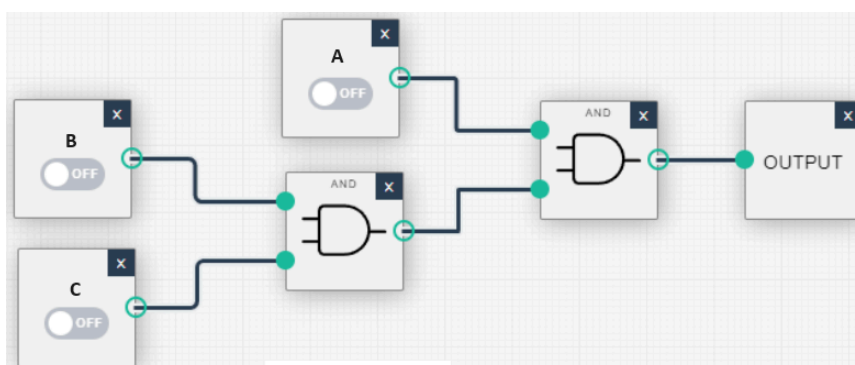
7. Sejam A, B e C proposições.

Escreve as expressões lógicas e as tabelas de verdade para cada um dos seguintes circuitos elétricos:

7.1.



7.2.



## Tarefa 3

### Propriedades das operações lógicas

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### Resumo:

A tarefa tem por objetivo que os alunos compreendam a distinção entre circuito em série e circuito em paralelo e os relacionem com as operações booleanas (lógicas) multiplicação booleana (conjunção) e adição booleana (disjunção), respetivamente. Para além disso, pretende-se que estabeleçam relações de equivalência entre expressões lógicas, através da construção de tabelas de verdade, recorrendo às propriedades: comutativa, associativa e distributiva.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Proposição, valor lógico, símbolos dos operadores booleanos (lógicos).

**Materiais e recursos:** Simulador para construir circuitos elétricos (caso seja necessário).

##### Notas e sugestões:

No início da aula, o professor deverá explicar a diferença entre circuito em série e circuito em paralelo, relacionando-os com os operadores booleanos (lógicos). Nesta tarefa a linguagem usada é a mesma da Álgebra de Boole utilizada nas disciplinas da formação técnica, de modo que exista uma aproximação à linguagem já conhecida pelos alunos. No entanto, sugere-se que o professor, sempre que considerar oportuno, faça referência à linguagem usada na Lógica Matemática. Os alunos poderão escolher a linguagem que preferirem.

O professor poderá começar por propor a resolução a pares dos itens 1 e 2 e solicitar que os alunos expliquem oralmente as opções que considerarem corretas. A seguir deve pedir que os alunos resolvam a tarefa, sugerindo a possibilidade de recorrerem ao simulador de circuitos elétricos para validarem as suas conclusões:

<https://academo.org/demos/logic-gate-simulator>

No final da resolução da tarefa e após todos os grupos terem concluído, poderá ser feita uma discussão em grande grupo e uma sistematização das ideias principais, de modo a garantir que todas as propriedades foram compreendidas.

Recomenda-se que o professor incentive os alunos a recorrerem aos simuladores



para circuitos elétricos e fazer várias simulações de modo a comprovar as tabelas de verdade e as propriedades.

No final desta coletânea existe um glossário de apoio a esta tarefa 3, que poderá ser utilizado pelo professor de várias formas, dependendo do trabalho que pretende desenvolver com a sua turma, por exemplo, disponibilizando-o em papel, discutindo-o com os alunos, ou de outra maneira que considere adequada.

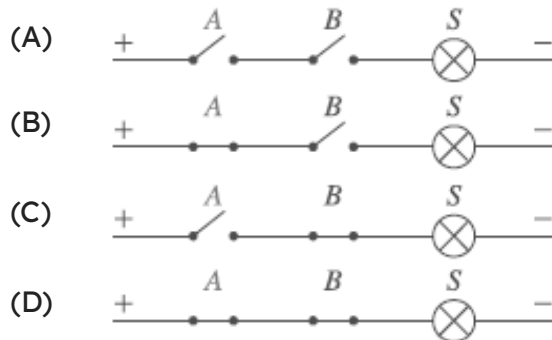




### Tarefa 3

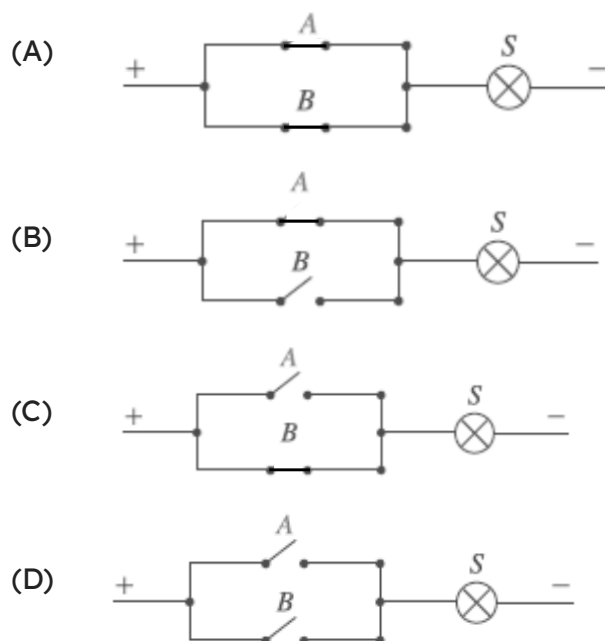
#### Propriedades das operações lógicas

1. Considera quatro estados diferentes de um **circuito elétrico em série**, isto é, um circuito em que os elementos são colocados uns a seguir aos outros, representados na figura seguinte:



Em qual ou quais do(s) circuito(s) a corrente elétrica chega à lâmpada S, fazendo-a acender?

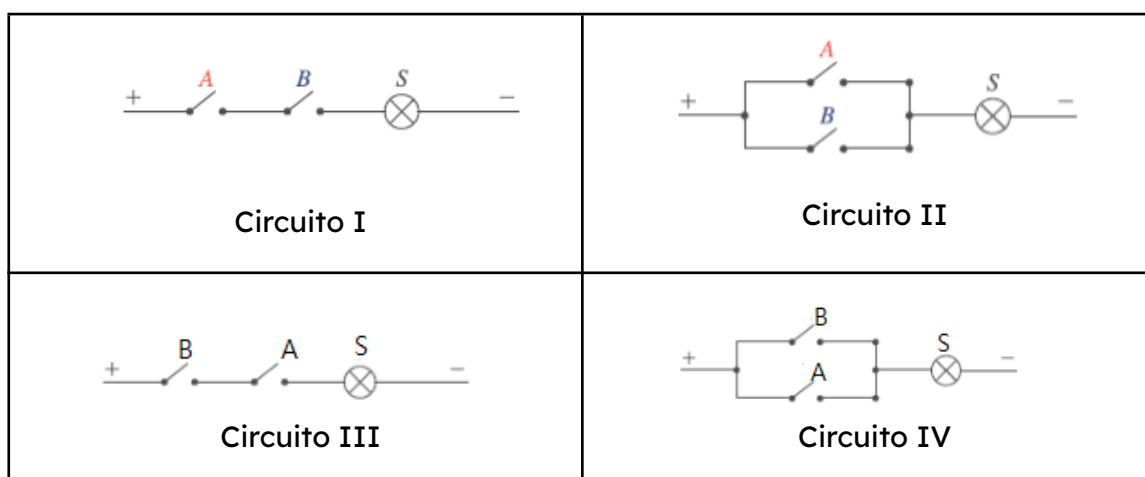
2. Considera quatro estados diferentes de um **circuito elétrico em paralelo**, isto é, um circuito em que os elementos são colocados um ao lado do outro, representados na figura seguinte:



Em qual ou quais dos circuito(s) a corrente elétrica chega à lâmpada S, fazendo-a acender?



3. Considera os circuitos elétricos seguintes (Circuitos I, II, III e IV), representados na figura seguinte:



- 3.1. Considera todos os estados possíveis para as portas A e B dos circuitos I e III e compara os respetivos resultados. O que concluis?
- 3.2. Considera todos os estados possíveis para as portas A e B dos circuitos II e IV e compara os respetivos resultados. O que concluis?
4. Sejam A, B e C variáveis lógicas de entrada.  
Completa a tabela de verdade correspondente a cada uma das seguintes expressões booleanas (lógicas):

4.1.  $(A \cdot B) \cdot C$

| A | B | C | $A \cdot B$ | $(A \cdot B) \cdot C$ |
|---|---|---|-------------|-----------------------|
| 1 | 1 | 1 |             |                       |
| 1 | 1 | 0 |             |                       |
| 1 | 0 | 1 |             |                       |
| 1 | 0 | 0 |             |                       |
| 0 | 1 | 1 |             |                       |
| 0 | 1 | 0 |             |                       |
| 0 | 0 | 1 |             |                       |
| 0 | 0 | 0 |             |                       |



4.2.  $A \cdot (B \cdot C)$

| A | B | C | $B \cdot C$ | $A \cdot (B \cdot C)$ |
|---|---|---|-------------|-----------------------|
| 1 | 1 | 1 |             |                       |
| 1 | 1 | 0 |             |                       |
| 1 | 0 | 1 |             |                       |
| 1 | 0 | 0 |             |                       |
| 0 | 1 | 1 |             |                       |
| 0 | 1 | 0 |             |                       |
| 0 | 0 | 1 |             |                       |
| 0 | 0 | 0 |             |                       |

4.3. Compara as duas tabelas de verdade anteriores. O que concluis?

4.4. Traduz por um esquema os circuitos elétricos correspondentes às expressões anteriores, 4.1 e 4.2, num estado à tua escolha. O que concluis?

4.5. Se substituirmos a multiplicação booleana (conjunção) pela adição booleana (disjunção) nas expressões de 4.1 e 4.2., o que se observa? Justifica a tua resposta.

5. Sejam A, B e C variáveis lógicas de entrada.

5.1. Constrói a tabela de verdade correspondente a cada uma das seguintes expressões booleanas (lógicas) e traduz por um esquema os circuitos elétricos correspondentes:

5.1.1.  $(A \cdot B) + (A \cdot C)$

| A | B | C | $A \cdot B$ | $A \cdot C$ | $(A \cdot B) + (A \cdot C)$ |
|---|---|---|-------------|-------------|-----------------------------|
| 1 | 1 | 1 |             |             |                             |
| 1 | 1 | 0 |             |             |                             |
| 1 | 0 | 1 |             |             |                             |
| 1 | 0 | 0 |             |             |                             |
| 0 | 1 | 1 |             |             |                             |
| 0 | 1 | 0 |             |             |                             |
| 0 | 0 | 1 |             |             |                             |
| 0 | 0 | 0 |             |             |                             |



5.1.2.  $A \cdot (B + C)$

| A | B | C | $B + C$ | $A \cdot (B + C)$ |
|---|---|---|---------|-------------------|
| 1 | 1 | 1 |         |                   |
| 1 | 1 | 0 |         |                   |
| 1 | 0 | 1 |         |                   |
| 1 | 0 | 0 |         |                   |
| 0 | 1 | 1 |         |                   |
| 0 | 1 | 0 |         |                   |
| 0 | 0 | 1 |         |                   |
| 0 | 0 | 0 |         |                   |

- 5.2. Qual é o circuito mais simples (o que utiliza menos operações), relativamente aos circuitos dos itens 5.1.1 e 5.1.2?
- 5.3. Compara as duas tabelas de verdade dos itens 5.1.1 e 5.1.2. O que concluis?
6. Se trocarmos a multiplicação booleana (conjunção) pela adição booleana (disjunção) e vice-versa nas expressões de 5.1.1 e 5.1.2, o que se observa? Justifica a tua resposta.



## Tarefa 4

### Mais propriedades das operações lógicas (booleanas)

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### Resumo:

A tarefa tem por objetivo que os alunos estabeleçam relações de equivalência entre expressões booleanas (lógicas) através da construção de tabelas de verdade, utilizando as propriedades: elemento neutro, elemento absorvente e idempotência .

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Proposição, valor lógico, símbolos dos operadores booleanos (lógicos).

**Materiais e recursos:** Simulador para construir circuitos elétricos (caso seja necessário).

##### Notas e sugestões:

Nesta tarefa a linguagem usada é a mesma da Lógica Matemática. No entanto, sugere-se que em paralelo, o professor, sempre que considerar oportuno, faça referência à linguagem usada nas disciplinas da formação técnica.

O professor poderá começar por propor a resolução a pares dos itens 1. e 2. e solicitar que os alunos expliquem oralmente as suas resoluções.

No final da resolução desses dois itens e após todos os grupos terem concluído, poderá ser feita uma discussão em grande grupo com a sistematização das ideias principais, de modo a garantir que todas as propriedades foram identificadas.

Sugere-se que o professor proporcione aos alunos a utilização dos simuladores para circuitos elétricos de modo a fazerem as simulações que acharem necessárias, para comprovarem as tabelas de verdade e as propriedades, por exemplo, o que está disponível em: <https://academo.org/demos/logic-gate-simulator>.



## Tarefa 4

### Mais propriedades das operações lógicas (booleanas)

1. Seja  $A$  uma variável lógica de entrada, em que **F** ou **0** representa o valor lógico falso e **V** ou **1** representa o valor lógico verdade.

Completa as tabelas de verdade relativas a cada uma das seguintes expressões lógicas e de seguida responde às questões colocadas.

- 1.1.  $A \wedge V$

| A | V | $A \wedge V$ |
|---|---|--------------|
| V | V |              |
| F | V |              |

- 1.2. Com base na tabela de verdade obtida, qual é a influência de  $V$  ( ou 1) na operação conjunção (multiplicação booleana)? O que podes concluir sobre  $A \wedge V$ ?

- 1.3.  $A \wedge F$

| A | F | $A \wedge F$ |
|---|---|--------------|
| V | F |              |
| F | F |              |

- 1.4. Com base na tabela de verdade obtida, qual é a influência de  $F$  ( ou 0) na operação conjunção? O que podes concluir sobre  $A \wedge F$ ?

- 1.5.  $A \wedge A$

| A | A | $A \wedge A$ |
|---|---|--------------|
| V | V |              |
| F | F |              |

- 1.6. O que podes concluir sobre  $A \wedge A$ ? Escreve uma expressão equivalente a  $A \wedge A$ .





## Tarefa 5

### Primeiras Leis de De Morgan

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### Resumo:

A tarefa tem por objetivo obter expressões lógicas (booleanas) equivalentes, de modo a estabelecer as primeiras Leis de De Morgan, a partir de circuitos elétricos. Pretende-se assim, a partir da utilização das várias propriedades das expressões lógicas (booleanas) e primeiras Leis de De Morgan, simplificar expressões lógicas (booleanas) e consequentemente otimizar circuitos elétricos.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Proposição, valor lógico, símbolos dos operadores booleanos (lógicos), propriedades das operações lógicas (booleanas).

**Materiais e recursos:** Simulador de circuitos elétricos. Algumas notas sobre a vida e obra de Augustus De Morgan:

<https://www.spm.pt/files/clube/outros/Augustus%20De%20Morgan.pdf>

##### Notas e sugestões:

No início da aula, o professor pode solicitar que os alunos resolvam, a pares ou em grupo, os itens 1. e 2.

Nesta tarefa a linguagem usada é a mesma da Lógica Matemática, mas sempre que possível e se o professor assim o entender, pode alterar as expressões lógicas (booleanas) para a linguagem utilizada nas disciplinas da formação técnica do curso que frequentam.

Durante a resolução dos itens 1. e 2., o professor deverá incentivar os alunos a recorrer a um simulador de circuitos elétricos para validarem as suas conclusões. Assim que todos os alunos terminarem os dois itens propostos, poderá ser realizada, em grande grupo, uma sistematização das ideias principais e conclusões a que todos chegaram. O professor chamará a atenção para o facto de aquelas propriedades se chamarem primeiras **Leis de De Morgan**,

$$\sim(A \wedge B) \Leftrightarrow \sim A \vee \sim B$$

$$\sim(A \vee B) \Leftrightarrow \sim A \wedge \sim B$$

podendo referir algumas notas sobre a vida e a obra de Augustus De Morgan.

A seguir, sugere-se que sejam resolvidos, em grupo, os restantes itens da tarefa e feita a respetiva discussão e correção.



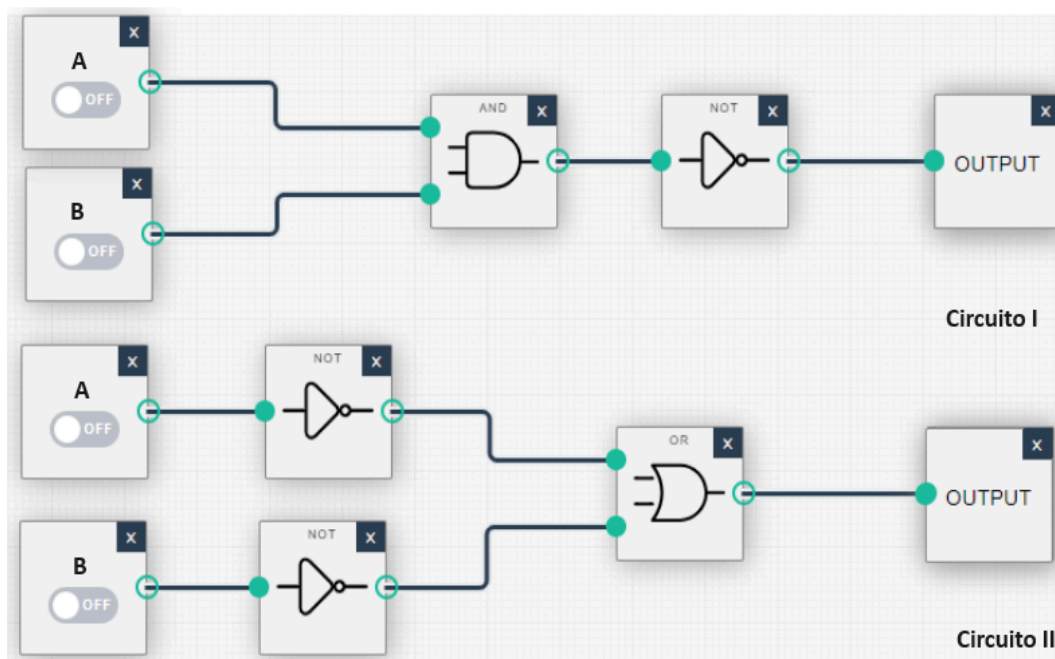


## Tarefa 5

### Primeiras Leis de De Morgan

Augustus De Morgan (1806 - 1871) foi um matemático britânico que, a par com o matemático George Boole, contribuiu muito para o desenvolvimento da Lógica. As Leis de De Morgan permitem a simplificação de expressões lógicas e consequentemente podem otimizar os circuitos elétricos.

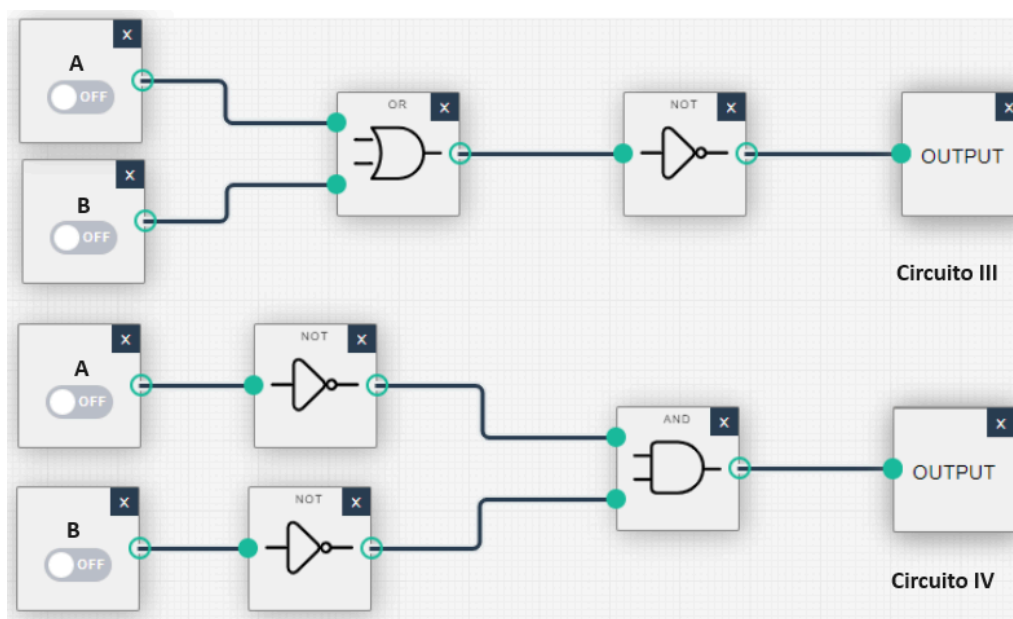
1. Considera os circuitos elétricos I e II e as proposições A e B, representados na figura seguinte:



- 1.1. Escreve a expressão lógica (booleana) associada a cada circuito elétrico.
- 1.2. Para cada expressão lógica (booleana) obtida em 1.1., constrói uma tabela de verdade.  
Podes aceder ao simulador [Logic Gate Simulator](#), para confirmar os resultados.
- 1.3. Para os mesmos valores de entrada, compara nas duas tabelas de verdade os valores de saída. O que podes concluir relativamente às duas expressões lógicas (booleanas) obtidas em 1.1.?



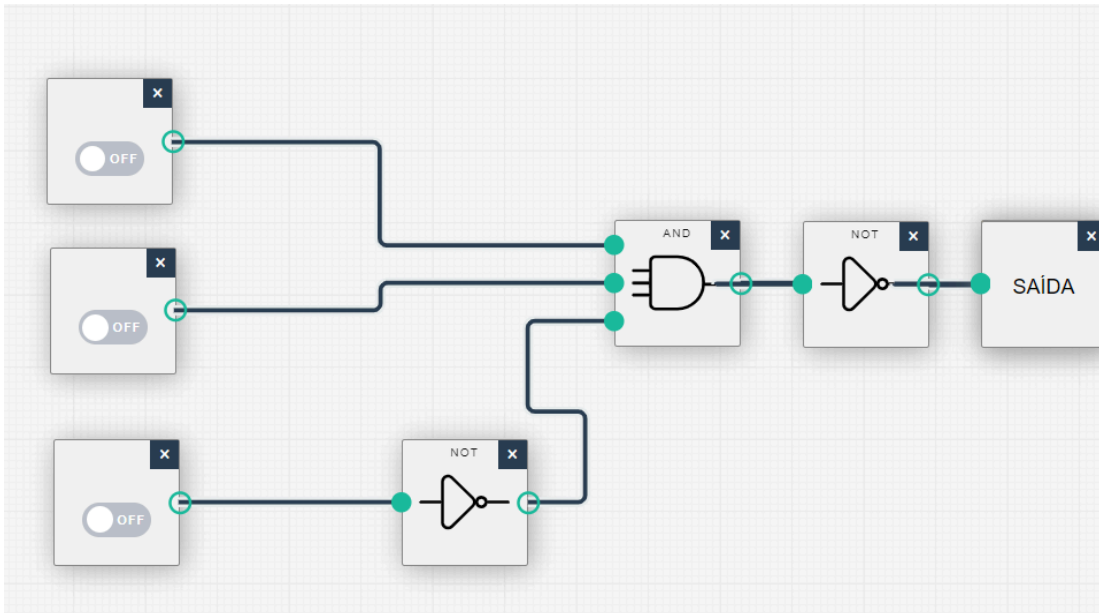
2. Considera os circuitos elétricos III e IV e as proposições A e B, representados na figura seguinte:



- 2.1. Escreve a expressão lógica (booleana) associada a cada circuito elétrico.
- 2.2. Para cada expressão lógica (booleana) obtida em 2.1., constrói uma tabela de verdade.
- Podes aceder ao simulador [Logic Gate Simulator](#), para confirmar os resultados.
- 2.3. Para os mesmos valores de entrada, compara nas duas tabelas de verdade os valores de saída. O que podes concluir relativamente às duas expressões lógicas (booleanas) obtidas em 2.1.?
3. Simplifica cada uma das expressões lógicas seguintes, aplicando as leis de De Morgan, onde A, B, C e D são proposições:
- 3.1.  $\sim (\sim A \wedge B)$
- 3.2.  $\sim (A \vee (\sim B \wedge C))$
- 3.3.  $\sim [(\sim A \vee C) \wedge (B \vee \sim D)]$



4. Para cada uma das alíneas do item 3., constrói os circuitos elétricos correspondentes à expressão inicial e simplificada, e verifica se para os mesmos valores de entrada se verificam os mesmos valores de saída.
5. Escreve a expressão lógica (booleana), simplificada, para o circuito elétrico representado na figura seguinte, tendo em conta as leis de De Morgan:



## Tarefa 6

### Primeiras Leis de De Morgan e propriedades das operações lógicas (booleanas)

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### Resumo:

A tarefa tem como objetivo , a partir da utilização das várias propriedades das expressões lógicas (booleanas) e das primeiras Leis de De Morgan, simplificar as expressões lógicas (booleanas) e consequentemente obter circuitos elétricos mais simples.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Proposição, valor lógico, símbolos dos operadores booleanos (lógicos), propriedades das operações lógicas (booleanas).

**Materiais e recursos:** Simulador para construir circuitos elétricos.

##### Notas para professor:

No início da aula, o professor pode solicitar que os alunos resolvam, a pares ou em grupo, os itens da tarefa.

Nesta tarefa a linguagem usada deve ir alternando entre a usada na Lógica Matemática e a que é usada nas disciplinas da formação técnica dos cursos, frequentados pelos alunos, que podem usar as notações que entenderem, nas suas resoluções.

No final da resolução da tarefa, o professor poderá solicitar que os vários grupos apresentem as suas respostas, as comparem e as corrijam.

Recomenda-se que, em caso de dúvidas, os alunos possam recorrer ao simulador disponível em: <https://academo.org/demos/logic-gate-simulator>



## Tarefa 6

### Primeiras Leis de De Morgan e propriedades das operações lógicas (booleanas)

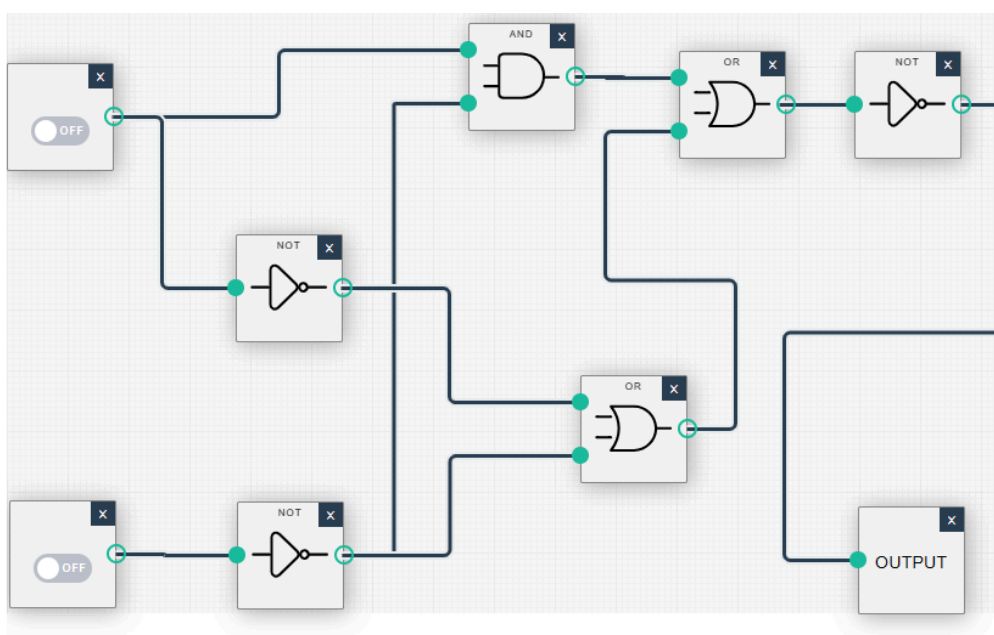
1. Utilizando as propriedades, simplifica as seguintes expressões lógicas:

1.1.  $A \vee (\sim A \wedge B)$

1.2.  $(\sim A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$

1.3.  $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \sim C) \vee (A \wedge \sim B)$

2. Considera o circuito elétrico representado na figura seguinte:



2.1. Escreve a expressão lógica (booleana) correspondente.

2.2. Simplifica a expressão anterior e desenha o correspondente circuito elétrico simplificado.

3. Mostra, aplicando as propriedades das operações lógicas, que:

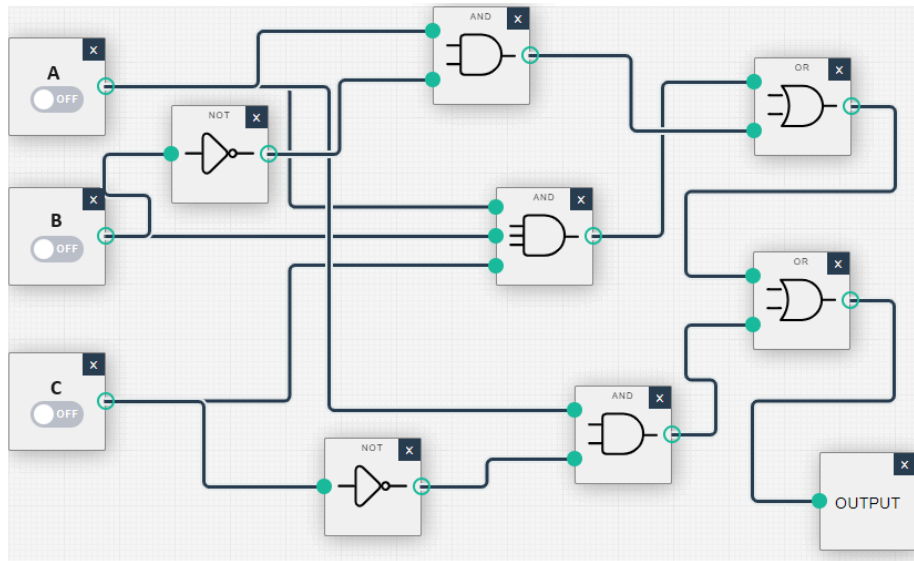
3.1.  $\sim (p \vee q) \wedge p = F$

3.2.  $\sim [(p \vee \sim q) \wedge \sim (\sim p \wedge q)] = \sim p \wedge q$

3.3.  $\sim A \vee [\sim (\sim A \vee C) \vee (A \wedge B)] = \sim (A \wedge C) \vee B$



4. Considera o circuito representado na figura seguinte:



Mostra que o circuito anterior pode ser simplificado para:



5. Dadas duas proposições  $p$  e  $q$ , mostra que:

5.1.  $p \vee (\neg(p \wedge \neg q))$  é uma tautologia.

5.2.  $p \wedge (\neg(p \vee \neg q))$  é uma contradição.

6. Se  $p$ ,  $q$  e  $r$  são proposições tais que  $p \wedge \neg q$  e  $\neg r \vee q$  são falsas, qual é o valor lógico de  $p$ ,  $q$  e de  $r$ ? Justifica a tua resposta.



# GLOSSÁRIO

## Tarefa 1

### Um pouco de história...

Em 1854, George Boole introduziu o formalismo que até hoje se usa para o tratamento sistemático da lógica, que é a chamada Álgebra Booleana. Em 1938, Claude Shannon aplicou esta álgebra para mostrar que as propriedades de circuitos elétricos podem ser representadas por uma Álgebra Booleana com dois valores (que podem ser denotados por: falso ou verdadeiro;  $[F, V]$ ; desligado ou ligado; aberto ou fechado; ou ainda, 0 (zero) ou 1 (um)).

**Proposição** é todo o conjunto de palavras ou símbolos à qual é possível atribuir um e um só valor lógico de verdadeiro ou falso, ou é uma expressão que poderemos dizer sem ambiguidade que é verdadeira ou falsa (expressão lógica).

**Quando uma proposição é verdadeira**, diz-se que tem **valor lógico “verdade”**, abreviadamente designada por **V**.

Quando uma proposição é **falsa**, diz-se que tem **valor lógico “falso”**, abreviadamente designada por **F**.

### Princípio da não-contradição

Nenhuma proposição pode ser ao mesmo tempo falsa e verdadeira (É impossível ser e não ser ao mesmo tempo).

### Princípio do terceiro excluído

Toda a proposição ou é falsa ou é verdadeira.

**Raciocínio lógico** é um processo de estruturação do pensamento de acordo com as normas da lógica que permite chegar a uma determinada conclusão ou resolver um problema.

Frequentemente, o raciocínio lógico é usado para estabelecer relações ou tirar conclusões, sendo também útil para justificar, analisar, argumentar ou confirmar alguns raciocínios.



Podemos classificar as proposições em três tipos: **tautologia**, **contradição** e **contingência**.

- Uma proposição que é sempre (inequivocamente) verdadeira é uma **tautologia**.

**Exemplo:**

*Um canguru é um canguru.*

Não é necessário observar qualquer canguru para saber que esta proposição é sempre verdadeira, logo é uma **tautologia**.

- Uma proposição que é sempre (inequivocamente) falsa é designada por **contradição**.

**Exemplo:**

*Um canguru é um gato.*

Esta proposição é sempre falsa, logo, é uma **contradição**.

- Uma proposição que não seja inequivocamente verdadeira ou inequivocamente falsa diz-se uma **contingência**.

**Exemplos:**

*Está sol.*

Esta proposição pode ser verdadeira num determinado dia e falsa num outro dia.

*$x^2$  é par.*

Se  $x$  for par a proposição é verdadeira, se  $x$  for ímpar a proposição é falsa.





# GLOSSÁRIO

## Tarefa 2

A Álgebra de Boole é um ramo da Álgebra que trata de operações lógicas e manipulação de valores binários. Foi desenvolvida por George Boole no século XIX e é fundamental para o projeto e análise de circuitos elétricos, sistemas digitais e programação de computadores.

Na Álgebra de Boole as variáveis são os valores lógicos sobre os quais atuam **operadores** recorrendo a conectivos lógicos cujo resultado é uma **proposição**. Cada proposição (ou expressão lógica) assume um de entre dois valores possíveis: **falso** ou **verdadeiro**, ou então, **F** ou **V**, ou ainda **0** ou **1**.

Os operadores mais elementares são representados por um símbolo específico. Estes símbolos quando associados a circuitos elétricos são conhecidos por **portas lógicas**.

Vamos começar por estudar três operadores elementares (ou conectivos lógicos):

- a Negação (**NÃO**);
- a Disjunção (**OU**);
- a Conjunção (**E**).

Como os valores lógicos são apenas dois, o número de combinações possíveis numa expressão lógica é finito, e podemos então descrever facilmente qualquer expressão lógica através de tabelas designadas por tabelas de verdade.

| Operador Negação (NÃO)                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                |                                                                                                                          |   |          |   |   |   |   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----------|---|---|---|---|
| <b>Definição</b><br>Resulta na <b>negação</b> do valor lógico de entrada.<br>Ou seja, se o valor lógico de entrada A for: <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>verdadeiro</b> (V ou 1), a sua negação é falso (F ou 0);</li><li>• <b>falso</b> (F ou 0), a sua negação é verdadeiro (V ou 1).</li></ul> |                                                                                                |                                                                                                                          |   |          |   |   |   |   |
| Símbolo<br>(do operador)                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Porta lógica<br>(nos circuitos elétricos)                                                      | Tabela de verdade                                                                                                        |   |          |   |   |   |   |
| $\sim$ ou $\neg$                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <br>( NOT ) | <table><tr><th>A</th><th><math>\sim A</math></th></tr><tr><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td></tr></table> | A | $\sim A$ | V | F | F | V |
| A                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $\sim A$                                                                                       |                                                                                                                          |   |          |   |   |   |   |
| V                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | F                                                                                              |                                                                                                                          |   |          |   |   |   |   |
| F                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | V                                                                                              |                                                                                                                          |   |          |   |   |   |   |



### Operador Disjunção (OU)

#### Definição

Resulta **verdadeiro** (V ou 1) se pelo menos um dos valores lógicos de entrada for verdadeiro (V ou 1).

Ou seja, resulta **falso** (F ou 0) , apenas quando os dois valores de entrada são falsos.

| Símbolo<br>(do operador) | Porta lógica<br>(nos circuitos elétricos)                                                   | Tabela de verdade                                                                                                                                                                                                                      |   |   |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V                        | <br>( OR ) | <table><tr><th>A</th><th>B</th><th><math>A \vee B</math></th></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr></table> | A | B | $A \vee B$ | V | V | V | V | F | V | F | V | V | F | F | F |
| A                        | B                                                                                           | $A \vee B$                                                                                                                                                                                                                             |   |   |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| V                        | V                                                                                           | V                                                                                                                                                                                                                                      |   |   |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| V                        | F                                                                                           | V                                                                                                                                                                                                                                      |   |   |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| F                        | V                                                                                           | V                                                                                                                                                                                                                                      |   |   |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| F                        | F                                                                                           | F                                                                                                                                                                                                                                      |   |   |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

### Operador Conjunção (E)

#### Definição

Resulta **falso** (F ou 0) se pelo menos um dos valores lógicos de entrada for falso.

Ou seja, resulta **verdadeiro** (V ou 1), apenas quando os dois valores lógicos de entrada forem verdadeiros.

| Símbolo<br>(do operador) | Porta lógica<br>(nos circuitos elétricos)                                                      | Tabela de verdade                                                                                                                                                                                                                        |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|--------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\wedge$                 | <br>( AND ) | <table><tr><th>A</th><th>B</th><th><math>A \wedge B</math></th></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr></table> | A | B | $A \wedge B$ | V | V | V | V | F | F | F | V | F | F | F | F |
| A                        | B                                                                                              | $A \wedge B$                                                                                                                                                                                                                             |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| V                        | V                                                                                              | V                                                                                                                                                                                                                                        |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| V                        | F                                                                                              | F                                                                                                                                                                                                                                        |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| F                        | V                                                                                              | F                                                                                                                                                                                                                                        |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| F                        | F                                                                                              | F                                                                                                                                                                                                                                        |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |



# GLOSSÁRIO

## Tarefa 3

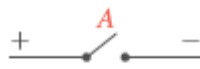
### Circuitos em série e circuitos em paralelo

Em esquemas elétricos, os símbolos seguintes representam, respectivamente:

1.  um interruptor desligado (aberto);
2.  um interruptor ligado (fechado);
3.  uma lâmpada.

Num circuito, a corrente elétrica circula da esquerda para a direita (do sinal + para o sinal -).

Num circuito, um interruptor funciona como uma proposição que assume os seguintes valores:

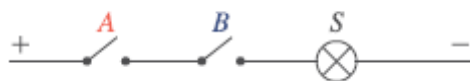
- V ou 1, quando está fechado (há passagem de corrente) 
- F ou 0, quando está aberto (não há passagem de corrente) 

Existe uma forte relação entre os circuitos elétricos e as operações lógicas elementares, como a **conjunção (multiplicação booleana)** ( $E$  ;  $\wedge$  ;  $\cdot$ ) e a **disjunção (adição booleana)** ( $OU$  ;  $\vee$  ;  $+$ ).

**Circuito conjunção ou multiplicação booleana** (ou circuito “E” ou circuito “AND”):

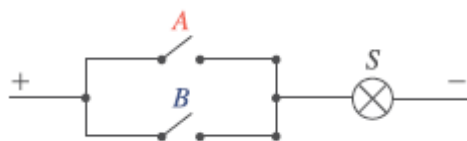
$A \wedge B$  ou  $A \cdot B$

**Circuito em série:**



**Circuito disjunção ou adição booleana** (ou circuito “OU” ou circuito “OR”):  $A \vee B$  ou  $A + B$

**Circuito em paralelo:**



Duas expressões lógicas dizem-se **equivalentes** (e usa-se o símbolo  $\Leftrightarrow$ ) se tiverem o mesmo valor lógico.

O itens 3. e 4. conduzem às seguintes propriedades:

**Propriedade Comutativa**

|                                                                   |                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$ $A.B \Leftrightarrow B.A$ | $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$ $A + B \Leftrightarrow B + A$ |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|

**Propriedade Associativa**

|                                                                                                 |                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$ $(A.B).C \Leftrightarrow A.(B.C)$ | $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$ $(A + B) + C \Leftrightarrow A + (B + C)$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|

O item 6. conduz à seguinte propriedade:

**Propriedade Distributiva**

|                                                                                                                |                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ $A + (B.C) \Leftrightarrow (A + B).(A + C)$ | $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ $A.(B + C) \Leftrightarrow (A.B) + (A.C)$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Para decidir se duas expressões são logicamente equivalentes, construímos as tabelas de verdade para cada uma e depois verificamos se elas produzem os mesmos resultados para cada uma das escolhas das entradas possíveis. Se o fizerem, as expressões são logicamente equivalentes. Se diferirem, mesmo em um só caso, teremos de concluir que as expressões não serão equivalentes.

