

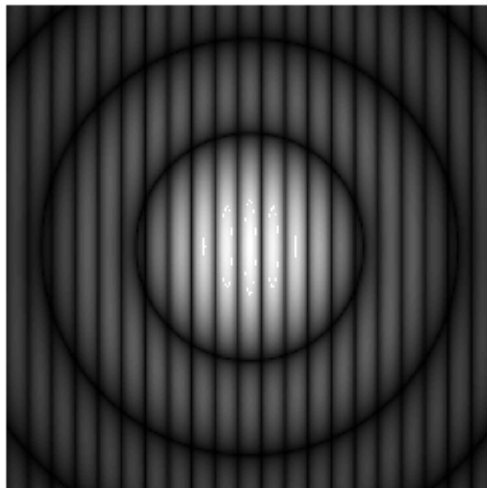
L3 Physique -- Examen d'optique

2 Mai 2016

*Durée 2h. Document autorisé : formulaire de TF, autres documents interdits.
Calculatrice autorisée, téléphone interdit*

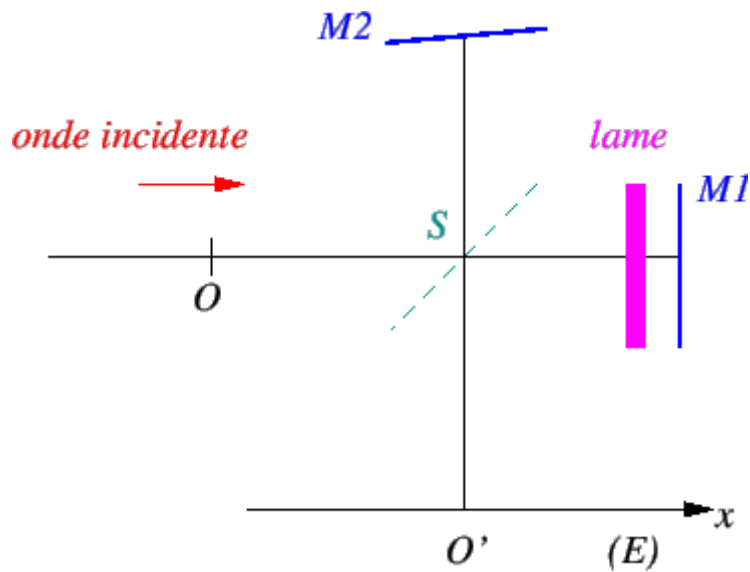
1. Questions de cours

1. Deux trous d'Young ponctuels sont éclairés par une source incohérente monochromatique, constituée par un petit disque uniforme de diamètre 0.1 mm placé à 1 m du plan des trous. La longueur d'onde est 500 nm. Quelle est la distance maximale entre les trous d'Young pour observer des franges ?
2. Un trou carré de côté 0.1 mm est éclairé par un faisceau laser à une longueur d'onde de 600 nm. La figure de diffraction est observée sur un écran placé à 10 cm du trou. Est-ce assez loin pour faire l'approximation de Fraunhofer ?
3. On observe la figure de diffraction à l'infini (intensité) ci-contre, produite par deux trous circulaires de diamètre d et de séparation B , éclairés par un laser. Que vaut le rapport B/d ?
?



2. Interféromètre de Michelson

On considère le schéma optique ci-dessous, basé sur un interféromètre de Michelson.



4. Le miroir M_2 est incliné d'un angle $\theta \ll 1$ (déviation de l'onde de l'angle double 2θ).

$$r = -1/\sqrt{2}$$

La séparatrice S a un coefficient de réflexion en amplitude , et de

$$t = -r$$

transmission . Les distances sont notées $D = OS = SO'$ et

$$a = SM_1 = SM_2$$

. On place une lame mince à faces parallèles d'indice n et

$$M_1$$

d'épaisseur d entre S et . L'éclairage est fait par une onde plane se propageant parallèlement à l'axe OS . Elle est pour l'instant monochromatique, de longueur d'onde λ ,

et d'amplitude ψ_0 dans le plan $z = 0$.

5. Faire un schéma équivalent plus simple pour les ondes 1 (celle qui passe par le miroir M_1) et 2 (celle qui passe par le miroir M_2)

6. Ecrire le coefficient de transmission ℓ de la lame mince à faces parallèles

7. En déduire l'amplitude complexe de l'onde 1 au point M de coordonnées (x, y) dans le plan (E)

8. Ecrire également l'amplitude complexe de l'onde 2 au point M

9. Calculer l'intensité au point M

$$Cte (1 + \cos(2\pi\nu\tau))$$

10. Mettre cette intensité sous la forme avec ν la fréquence de la lumière et τ une quantité à préciser. Que représente-t-elle ?

L'onde incidente est maintenant quasi-monochromatique, de profil

$$P(\nu) = P_0 \exp\left(-\pi \frac{\nu^2}{\xi^2}\right)$$

autour d'une fréquence centrale ν_0 . 6

1. Que représente la quantité ξ ?
2. Ecrire l'intensité au point M en fonction de la variable τ , puis en fonction de la variable x .
3. Tracer l'allure du graphe de l'intensité en fonction de x , préciser la position du centre du paquet de franges.
4. En considérant l'approximation $e^{-5} = 0$, donner la taille Δx du paquet de franges et le nombre de franges visibles.
5. On enlève la lame à faces parallèles. Que se passe-t-il dans le plan (E) ?

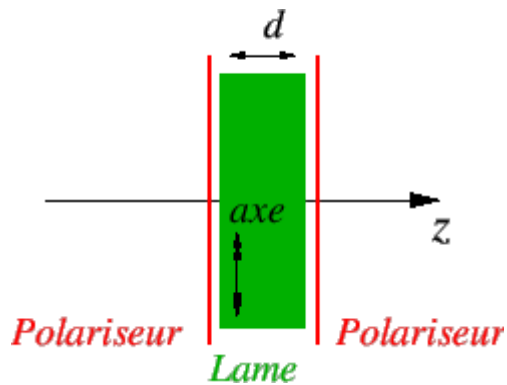
3. Spectre cannelé

On considère une lame anisotrope uniaxe à faces parallèles, d'épaisseur d , d'indice ordinaire n_o et extraordinaire n_e . L'axe optique est parallèle aux faces de la lame, supposée de dimensions transversales infinies. On note $\hat{z}$ la normale aux faces de la lame, et $\hat{x}$ la direction de l'axe optique.

Cette lame est éclairée sous incidence normale par une onde plane de longueur

d'onde λ , se propageant vers les $z > 0$. Le plan $z = 0$ est pris sur la face d'entrée de la lame. La lame est placée entre deux polariseurs rectilignes parallèles et à 45° des axes de la lame. Ces polariseurs sont respectivement dans les plans

$z = 0$ et $z = d$, accolés à la lame. On note E_0 l'amplitude du champ électrique dans le plan $z = 0$, juste après le premier polariseur.



$$\vec{E}_0$$

1. Ecrire le champ électrique à l'entrée de la lame en utilisant le formalisme de Jones.
2. Ecrire le champ en sortie de la lame

$$\vec{E}_1$$

3. En déduire le champ en sortie du second polariseur (bien préciser son amplitude et sa direction).

$$I_1$$

4. Calculer l'intensité en sortie du second polariseur.

$$I_1$$

$$\lambda_1$$

5. Pour quelles valeurs de λ a-t-on une intensité maximale ? On note la plus grande de ces longueurs d'onde.

$$I_1(\lambda)$$

6. Tracer l'allure de la courbe et justifier le titre "spectre cannelé" de cet exercice.

$$n_o = 1.544 \quad n_e = 1.553$$

7. Avec les valeurs numériques suivantes :

$$d = 65 \mu$$

m, combien a-t-on de maxima dans le domaine visible (0.3 à 0.7

$$\mu \text{ m}) ?$$

8. A l'aide de la figure 1, calculer la largeur à mi-hauteur du pic d'intensité

$$\lambda_1$$

centré autour de

On place maintenant une seconde lame, identique à la première, juste après le second polariseur, et on place un troisième polariseur à sa sortie (direction de polarisation identique aux deux premiers). 8

1. Ecrire le champ électrique $\vec{E}_2$ en sortie du troisième polariseur (écrire $\vec{E}_1$ en fonction de $\vec{E}_0$, puis en fonction de I_2)
2. Calculer l'intensité I_2 en sortie du troisième polariseur. Les maxima d'intensité correspondent-ils aux mêmes longueurs d'onde que pour la question 5 ?
3. A l'aide de la figure 1, calculer la largeur à mi-hauteur du pic d'intensité centré autour de λ_1 . Comparez-la au résultat de la question 8.
4. A votre avis (servez-vous de la figure 1), quel serait l'intérêt de réaliser un empilement de plusieurs lames identiques séparées par des polariseurs (d'après une idée de l'astronome Bernard Lyot dans les années 1930) ?

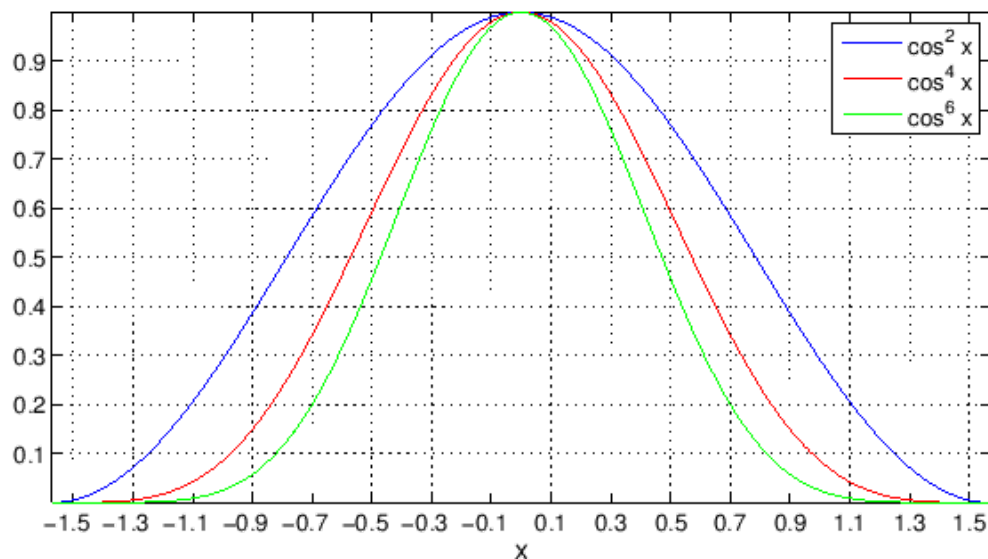


Figure: Graphes des fonctions $\cos^n x$ pour $n = 2, 4, 6$

[Voir la solution](#)

L3 Physique -- Correction de l'examen d'optique

2 Mai 2016

1. Questions de cours

1. Le disque est une source incohérente de diamètre angulaire $\Delta\theta = 10^{-4}$ rad. La distance maximale entre les trous pour observer des franges est la

$$\lambda/\Delta\theta = 5$$

largeur de cohérence spatiale : mm.

2. La taille de l'ouverture carrée est $a = 0.1$ mm. L'approximation de

$$z \gg a^2/\lambda = 1.7$$

Fraunhofer est applicable pour une distance cm. Un écran placé à 10 cm du plan des trous est donc assez loin pour faire l'approximation.

$$\lambda z/B$$

3. La période des franges est avec z la distance entre le plan des trous et le plan d'observation. Les franges sont multipliées par l'intensité d'une tache d'Airy (fonction jinc^2) correspondant à la diffraction par les trous

$$1.22 \lambda z/d$$

circulaires. Le rayon de cette tache d'Airy est . Le nombre de franges dans le lobe central de la tache d'Airy est le rapport entre le diamètre

$$N = 2.44 B/d$$

de la tache et l'interfrange, soit . Il y a ici 9 franges dans le

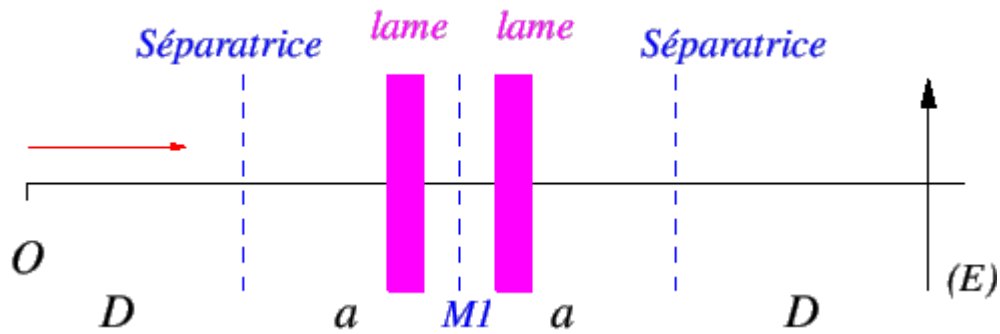
$$B/d = 9/2.44 = 3.7$$

lobe central, d'où le rapport .

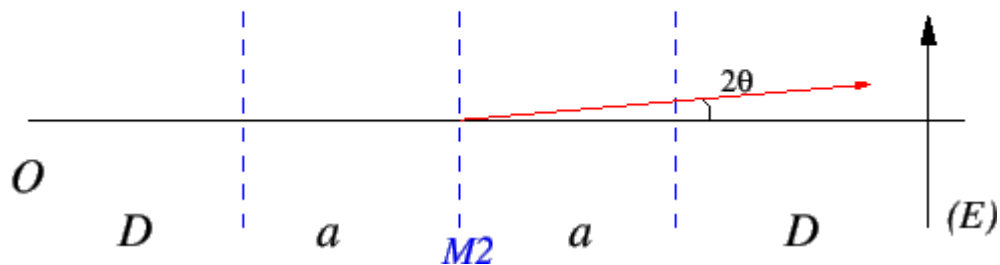
2. Interféromètre de Michelson

1. Schémas équivalents pour les deux ondes :

Onde 1 :



Onde 2 :



2. $\ell = \exp [ik(n-1)d]$ avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

3. $\psi_1 = \psi_0 tr e^{2ik(D+a)} e^{2ik(n-1)d}$

(double passage par la lame)

4. $\psi_2 = \psi_0 tr e^{2ik(D+a)} e^{2ik\theta x}$

(en approximation paraxiale)

$$I = \frac{|\psi_0|^2}{2} [1 + \cos(2k\theta x - 2k(n-1)d)]$$

5. Intensité

$$2\pi\nu\tau = 2k\theta x - 2k(n-1)d$$

6. Le changement de variable donne

$$\tau = \frac{2}{c}(\theta x - (n-1)d)$$

. Il s'agit du retard entre les 2 ondes au point M .

Il a la dimension d'un temps.

7. La quantité ξ est une largeur de la fonction profil (largeur spectrale de la raie). Dimension : temps⁻¹.

$$\frac{I_0}{2} (1 + \cos(2\pi\nu\tau))$$

8. Si l'intensité monochromatique s'écrit sous la forme
alors l'intensité quasi-monochromatique s'écrit

$$I = \frac{1}{2} \hat{P}(0) [1 + C(\tau) \cos(2\pi\nu_0\tau - \phi(\tau))] \quad \text{avec} \quad \phi(\tau) = 0 \quad (P \text{ est}$$

$$C(\tau) = \left| \frac{\hat{P}(\tau)}{\hat{P}(0)} \right| = \exp(-\pi\xi^2\tau^2)$$

une fonction paire) et

. Avec

$$\hat{P}(0) = P_0\xi \quad \xi^2\tau^2$$

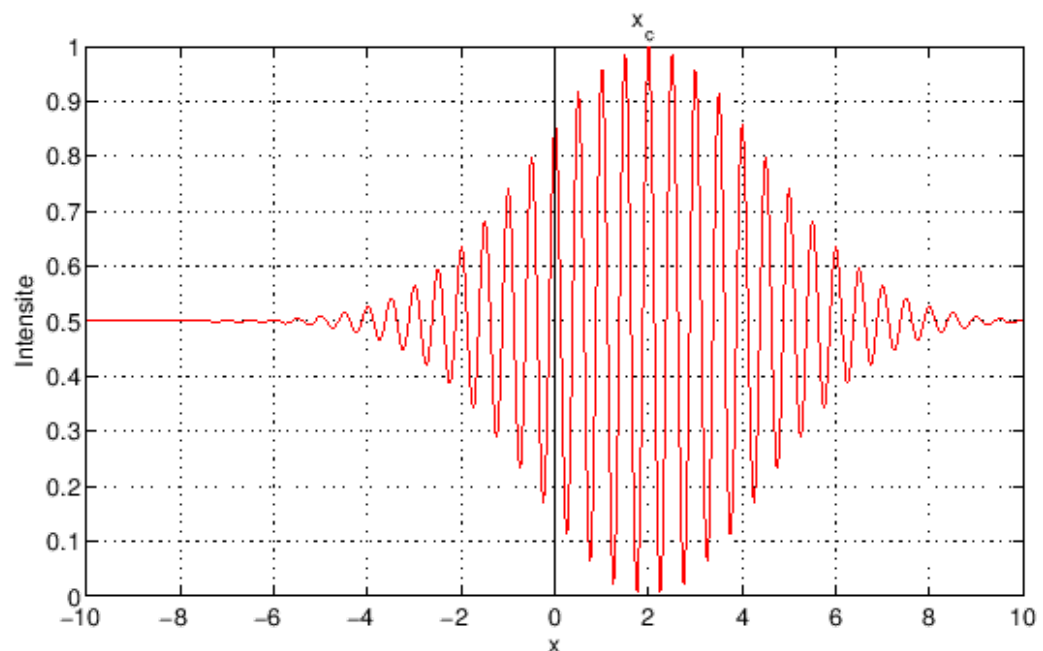
. On vérifie que le produit est sans dimension dans l'exponentielle. En fonction de x , l'intensité s'écrit

$$I(x) = \frac{P_0\xi}{2} \left[1 + \exp\left(-4\pi\frac{\xi^2\theta^2}{c^2}(x-x_c)^2\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} 2\theta(x-x_c)\right) \right]$$

$$\lambda_0 = c/\nu_0 \quad x_c = \frac{(n-1)d}{\theta}$$

avec et

9. Graphe de l'intensité :



$$x_c = \frac{(n-1)d}{\theta}$$

Le paquet de franges est centré en $\lambda_0/2\theta$. La période des franges est $\lambda_0/2\theta$.

10. Avec l'approximation $e^{-5} = 0$ la gaussienne s'annule pour

$$x - x_c = \sqrt{\frac{5}{\pi}} \frac{c}{2\theta} \quad \Delta x = \sqrt{\frac{5}{\pi}} \frac{c}{\theta}$$

la largeur du paquet de franges est Δx . Le

$$N_f = 2\sqrt{\frac{5}{\pi}} \frac{\nu_0}{\xi}$$

nombre de franges est

11. Enlever la lame à faces parallèles revient à faire $d = 0$. On a alors $x_c = 0$

, le paquet de franges sera centré à l'origine dans le plan (E) .

3. Spectre cannelé

$$\vec{E}_0 = E_0 \hat{P} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. avec $\hat{P}$ le vecteur unitaire dans la direction du polariseur.

$$\vec{E}_d = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{ikn_e d} \\ e^{ikn_o d} \end{pmatrix} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

2. Champ en sortie de la lame :

avec

3. En sortie du second polariseur :

$$E_1 = (\vec{E}_d \cdot \hat{P}) = \frac{E_0}{2} (e^{ikn_e d} + e^{ikn_o d}) = \frac{E_0}{2} e^{ikn_e d} (1 + e^{ikd\Delta n})$$

$$\Delta n = n_o - n_e$$

avec

On peut aussi l'écrire

$$E_1 = \frac{E_0}{2} e^{ikn_e d} e^{\frac{1}{2}ikd\Delta n} (e^{-\frac{1}{2}ikd\Delta n} + e^{\frac{1}{2}ikd\Delta n}) = E_0 e^{ikn_e d} e^{\frac{1}{2}ikd\Delta n} \cos(\frac{1}{2}kd\Delta n)$$

$$\vec{E}_1$$

$$\vec{E}_1 = E_1 \hat{P}$$

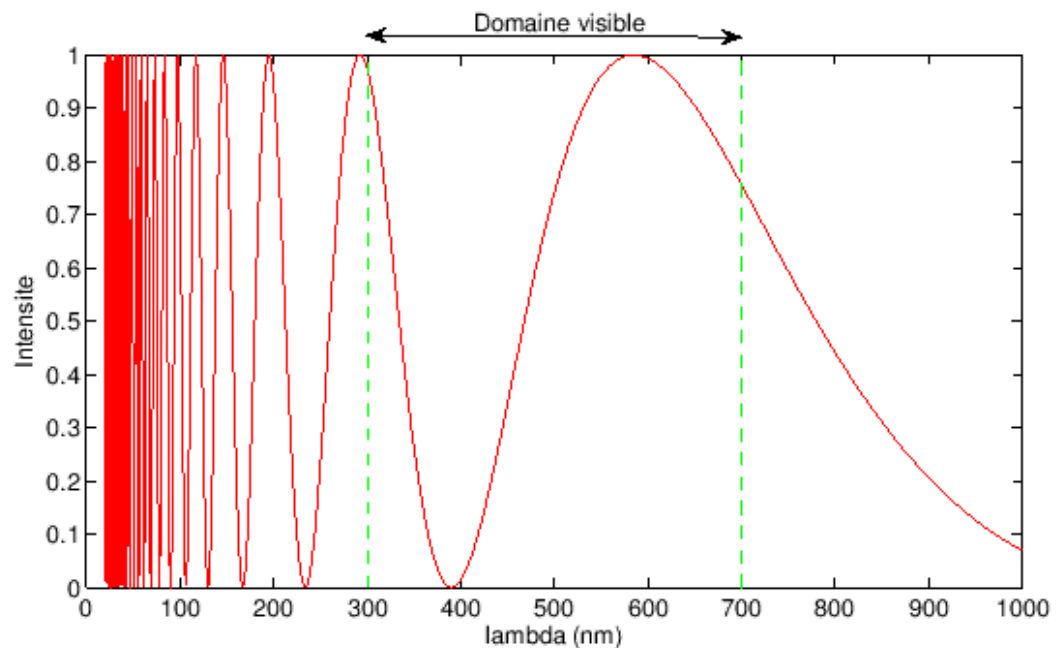
Le vecteur unitaire qui porte $\vec{E}_1$ est $\hat{P}$: on a donc

$$I_1 = |E_1|^2 = |E_0|^2 \cos^2\left(\frac{1}{2}kd\Delta n\right)$$

4. Intensité

5. I_1 maximale pour $\lambda_p = \frac{d\Delta n}{p}$.

6. Courbe $I_1(\lambda)$: elle présente des oscillations de plus en plus rapides quand $\lambda \rightarrow 0$, caractéristiques des fonctions de type $\cos^2(K/\lambda)$



Le titre ``spectre cannelé' vient de la présence de ``creux" dans le spectre de la lumière (intensité nulle pour certaines longueurs d'onde).

7. On n'a qu'un maximum dans le spectre visible : $\lambda_1 = 585$ nm (le maximum correspondant à $p = 2$ se trouve à 292 nm)
8. On pose $X = \frac{1}{2}kd\Delta n$. Le pic d'intensité centré sur $\lambda = \lambda_1$ correspond à $X = \pi$. Autour de $X = \pi$, la fonction $\cos^2(X)$ vaut $\frac{1}{2}$ pour $X \simeq \pi \pm 0.8$, c'est à dire $\lambda_a = \frac{\pi d\Delta n}{\pi + 0.8}$ et $\lambda_b = \frac{\pi d\Delta n}{\pi - 0.8}$. La largeur à mi-hauteur est $\delta\lambda = \lambda_b - \lambda_a = 0.18 \pi d\Delta n = 319$ nm.

9. On utilise le résultat des questions 2 et 3 en remplaçant E_0 par E_1 .

$$\vec{E}_{2d} = \frac{E_1}{\sqrt{2}} e^{ikn_e d} \begin{vmatrix} 1 \\ e^{ikd\Delta n} \end{vmatrix}$$

Le champ en sortie de la 2e lame s'écrit

Le champ en sortie du 3e polariseur s'écrit

$$E_2 = E_1 e^{ikn_e d} e^{\frac{1}{2}ikd\Delta n} \cos\left(\frac{1}{2}kd\Delta n\right)$$

. Il vient

$$E_2 = E_0 e^{2ikn_e d} e^{ikd\Delta n} \cos^2\left(\frac{1}{2}kd\Delta n\right)$$

. Le vecteur unitaire qui porte

$$\vec{E}_2$$

est toujours $\hat{P}$.

$$I_2 = |E_0|^2 \cos^4\left(\frac{1}{2}kd\Delta n\right)$$

10. Intensité . Les maxima d'intensité sont au même endroit que pour la question 5.

11. Par un raisonnement identique à celui de la question 8, on obtient

$$\lambda_a = \frac{\pi d \Delta n}{\pi + 0.57} \quad \text{et} \quad \lambda_b = \frac{\pi d \Delta n}{\pi - 0.57}$$

. Il vient $\delta\lambda = 220$ nm. La largeur à

$$\lambda_1$$

mi-hauteur du pic centré autour de λ_1 a diminué.

12. En empilant 3 lames, on obtiendrait une intensité proportionnelle à

$$\cos^6\left(\frac{1}{2}kd\Delta n\right)$$

$$I_2$$

qui possède une largeur à mi-hauteur plus faible que .

En empilant N lames, on obtiendra une intensité proportionnelle à

$$\cos^{2N}\left(\frac{1}{2}kd\Delta n\right)$$

dont la largeur à mi-hauteur devient de plus en plus faible à mesure que N augmente. Le spectre cannelé en sortie de cet

$$\lambda_1)$$

empilement sera de plus en plus monochromatique (autour de λ_1 lorsque

N augmente. C'est une technique pour fabriquer des filtres quasi monochromatiques (*en réalité le vrai filtre de Lyot utilise des empilements de lames d'épaisseur croissante d , $2d$, $4d$, ... plus efficace qu'un empilement de lames identiques.*).

[Voir l'énoncé](#)

L3 Physique -- Examen partiel d'optique

24 Février 2016

*Durée 1h30. Document autorisé : formulaire de TF, autres documents interdits.
Calculatrice autorisée, téléphone interdit*

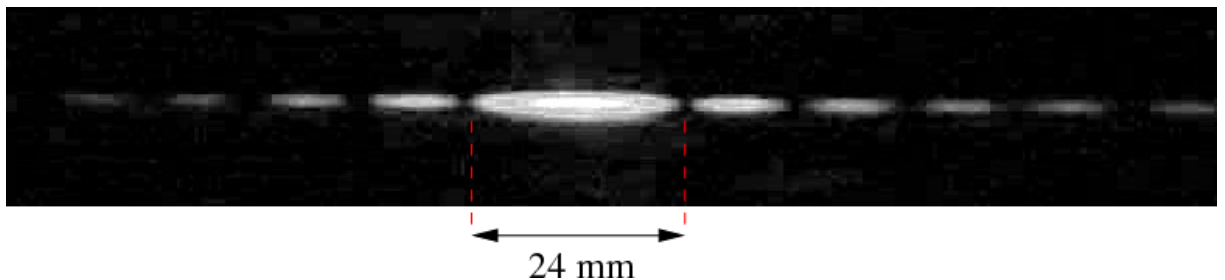
1. Questions de cours

1. Un laser éclaire uniformément un trou carré de côté $a = 0.1$ mm. La puissance lumineuse totale qui traverse le trou est de 0.1 mW. Quelle est l'intensité lumineuse de l'onde en sortie du trou ?
2. Rappeler la relation qui lie la focale d'une lentille plan-convexe à son indice de réfraction et son rayon de courbure. Une lentille plan-convexe est taillée dans un matériau d'indice n qui dépend de la longueur d'onde :

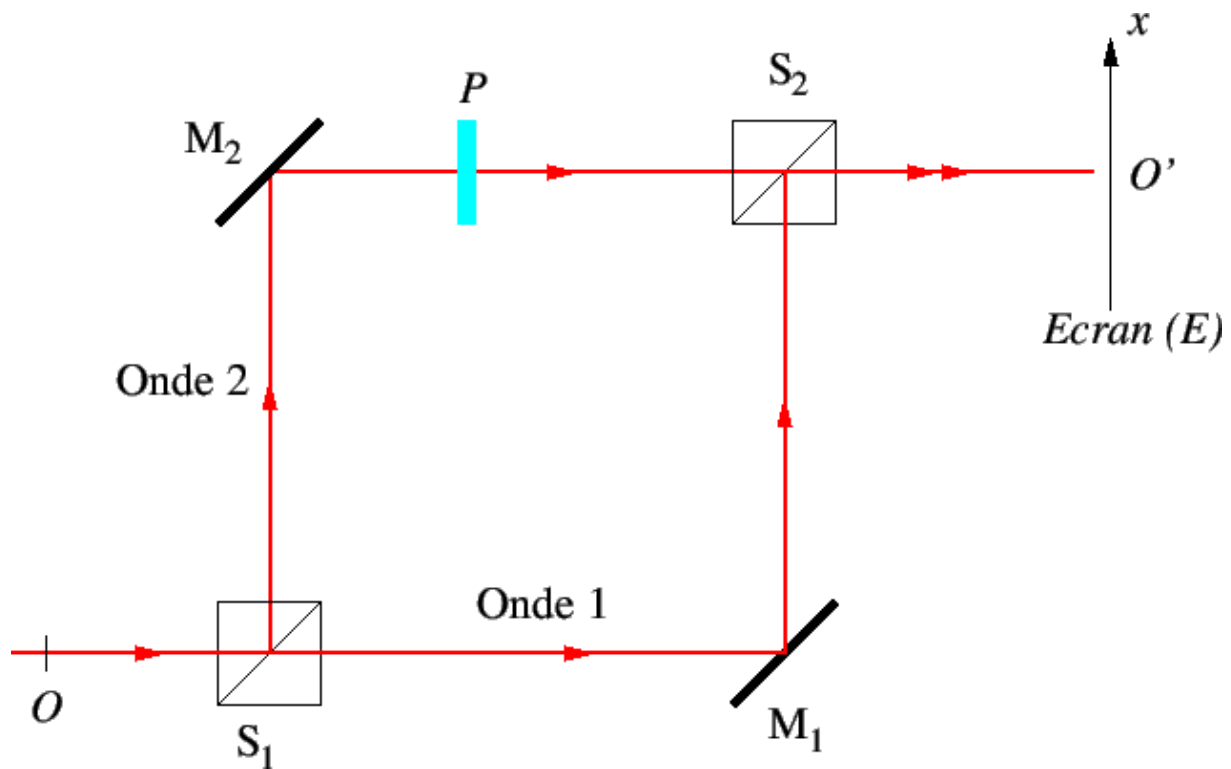
$$n = A + B/\lambda^2 \quad \text{avec } A = 1.5, \quad B = 4.10^{-3} \mu\text{m}^2. \text{ La focale est}$$

$F_1 = 1$ m pour la longueur d'onde $\lambda_1 = 0.8 \mu\text{m}$. Quelle est la focale F_2 pour la longueur d'onde $\lambda_2 = 0.4 \mu\text{m}$?

3. L'image ci-dessous montre l'intensité diffractée par une fente, dans l'approximation de Fraunhofer (champ lointain). La longueur d'onde est $\lambda = 600$ nm, la distance entre la fente et le plan d'observation est $z = 2$ m. Le lobe central de la figure de diffraction a une taille de 24 mm. Quelle est la largeur de la fente ?



2. Interféromètre de Mach-Zehnder



Le schéma-ci-dessus est un interféromètre de Mach-Zehnder. L'onde incidente (au point O) est plane et se propage parallèlement à la direction $\hat{z}$. Elle a une amplitude ψ_0 et une longueur d'onde λ . Une lame semi-réfléchissante S_1 la sépare en deux ondes (1 et 2). L'onde 1 éclaire un miroir M_1 totalement réfléchissant puis se réfléchit sur une seconde lame semi-réfléchissante S_2 identique à S_1 . L'onde 2 éclaire un miroir M_2 totalement réfléchissant puis traverse la lame S_2 . Entre M_2 et S_2 on intercale une lame à faces parallèles P d'indice de réfraction n , et d'épaisseur constante $e = e_0 + \delta e$, avec e_0 parfaitement connu, et δe une quantité faible (inférieure à λ) inconnue. On observe l'interférence des deux ondes sur l'écran (E) . On note r et t les coefficients de transmission (en amplitude) des lames S_1 et S_2 . On appelle d la distance $OS_1 = S_1M_1 = M_1S_2 = S_1M_2 = M_2S_2 = S_2O'$.

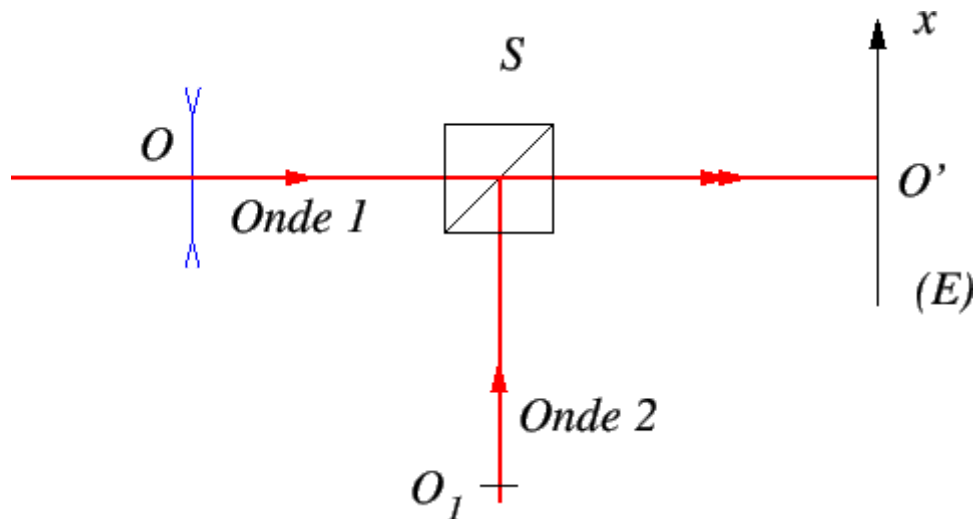
1. Remplacer ce problème par un schéma équivalent plus simple, pour l'onde 1 et pour l'onde 2.
2. On enlève la lame P :
 1. Ecrire l'amplitude complexe de l'onde 1 sur l'écran (E) . Faites de même pour l'onde 2
 2. Calculer l'intensité I sur l'écran, et décrire l'image observée.
3. On replace maintenant la lame. Ecrire l'amplitude complexe de l'onde 2 sur l'écran (E) .
4. Calculer la nouvelle intensité I' sur l'écran (E) .
5. A partir des intensités en présence et en l'absence de la lame, proposer une méthode pour mesurer δe (on fera l'hypothèse que la quantité $(n-1)e_0$ est un multiple de λ).

3. Interférences

Pour tout l'exercice on se place dans l'approximation paraxiale.

Questions préliminaires :

1. Une lentille divergente de focale $F < 0$, placée dans le plan $z = 0$, est éclairée sous incidence normale par une onde plane d'amplitude ψ_0 et de longueur d'onde λ , se propageant vers les $z > 0$. Ecrire l'amplitude complexe $f_0(x, y)$ de l'onde dans le plan $z = 0^+$ en sortie de la lentille
2. De quel type d'onde s'agit-il, et pourquoi ?
3. Donner la position de la source de cette onde.
4. En déduire l'amplitude complexe $f_z(x, y)$ de l'onde dans un plan $z > 0$ quelconque. Faire apparaître la constante ψ_0 dans l'expression de $f_z(x, y)$.



On fait interférer l'onde en sortie de la lentille avec une onde plane. Pour celà, on réalise le montage ci-dessus. l'onde 1 provenant de la lentille traverse une lame séparatrice S . Une seconde onde (onde 2 sur le

schéma), plane, a une amplitude ψ_0 au point O_1 . Elle se réfléchit sur la séparatrice S , puis se propage parallèlement à l'axe OO' jusqu'à

l'écran (E) . On appelle d la distance $OS = O_1S = SO'$.

Les coefficients de transmission (en amplitude) t et de réflexion r de la séparatrice S sont supposés réels, avec $t > 0$ et $r = -t$.

5. Ecrire l'amplitude complexe de l'onde 1 sur l'écran (E) (utiliser le résultat de la question 4)
6. Même question pour l'onde 2

Questions bonus hors-barème :

7. Calculer l'intensité sur l'écran (E)
8. Tracer le graphe de l'intensité et décrire l'image observée : voit-on une teinte plate, des franges, des anneaux, des pics, ou autre chose ?
9. Calculer le contraste de l'intensité.

[Voir la solution](#)

L3 Physique -- Correction de l'examen partiel d'optique

24 Février 2016

Durée 1h30

1. Questions de cours

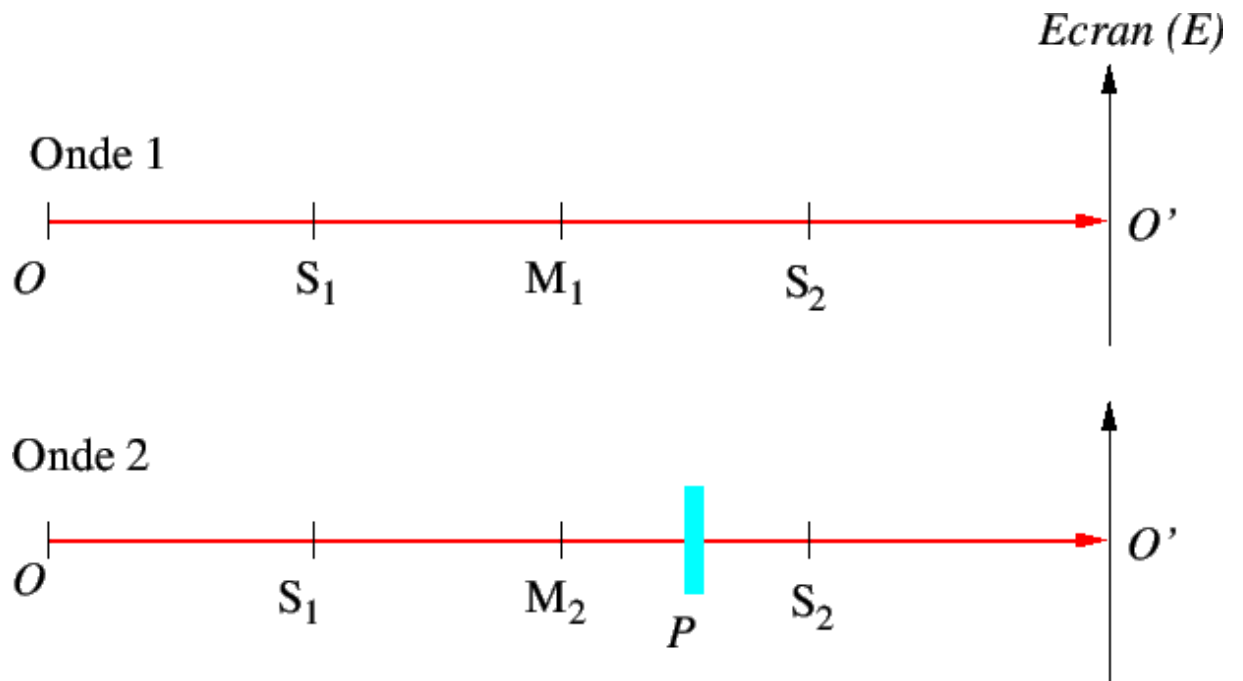
1. Intensité=puissance $\frac{W}{2}$ /unité de surface. Ici $I = W/a^2 = 10^4$ W/m²

2. Focale $F = \frac{R}{n-1}$ avec R le rayon de courbure. Il vient
 $\frac{F_2}{F_1} = \frac{n(\lambda_1) - 1}{n(\lambda_2) - 1}$ d'où $F_2 = 96$ cm.

3. La figure est une fonction sinc² dont le premier zéro est $x = \frac{\lambda z}{l}$ avec l la largeur de la fente. La longueur mesurée vaut $2x = 24$ mm ($2x$ car la mesure se fait entre les deux premiers zéros de part et d'autre du centre). On en déduit $l = 0.1$ mm.

2. Interféromètre de Mach-Zehnder

1. Schémas équivalents (distance totale $OO' = 4d$)



2. On enlève la lame P :

$$\psi_1 = \psi_0 r t e^{4ikd} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

1. Onde 1 : amplitude avec

$$\psi_2 = \psi_1$$

Onde 2 : amplitude

$$I_1 = 4|\psi_0|^2 r^2 t^2$$

2. Intensité , constante. Intensité uniforme (teinte plate)

$$\psi_2 = \psi_1 e^{ik(n-1)(e_0 + \delta e)}$$

3. Avec la lame :

$$I_2 = 2|\psi_0|^2 r^2 t^2 [1 + \cos(k(n-1)(e_0 + \delta e))]$$

4. Intensité

$$(n-1)e_0$$

5. Si multiple de λ , alors

$$I_2 = 2|\psi_0|^2 r^2 t^2 [1 + \cos(k(n-1)\delta e)]$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 1 + \cos(k(n-1)\delta e)$$

Le rapport permet de calculer δe en inversant la formule.

3. Interférences

1. Amplitude complexe de l'onde dans le plan $z = 0^+$:

$$f_0(x, y) = \psi_0 \exp\left(-\frac{i\pi\rho^2}{\lambda F}\right) \quad \text{avec} \quad \rho^2 = x^2 + y^2.$$

2. C'est une onde sphérique car la phase est en ρ^2 . Elle est divergente car le
 signe de la phase est positif ($F < 0$).
 3. On identifie avec l'expression générale d'une onde sphérique divergente
 centrée en x_0, y_0, z_0

$$\psi(x, y, z) = \frac{S_0}{|z - z_0|} e^{ik|z - z_0|} \exp\left(\frac{i\pi[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]}{\lambda|z - z_0|}\right)$$

avec $z = 0$. Il vient $x_0 = y_0 = 0$, et $z_0 = F$ pour la position de la source de l'onde.

$$\psi_0 = \frac{S_0}{|F|} e^{ik|F|}$$

De plus on a l'identification

4. A partir de l'expression générale de la question 3, on en déduit

$$f_z(x, y) = \frac{S_0}{z - F} e^{ik(z - F)} \exp\left(\frac{i\pi\rho^2}{\lambda(z - F)}\right) = \frac{\psi_0|F|}{z - F} e^{ikz} \exp\left(\frac{i\pi\rho^2}{\lambda(z - F)}\right)$$

- (E)
5. L'écran se trouve à une distance $z = 2d$ de la lentille. L'amplitude complexe de l'onde 1 se déduit de la question précédente :

$$\psi_1(x, y) = t f_{2d}(x, y) = \frac{\psi_0 t |F|}{2d - F} e^{ik2d} \exp\left(\frac{i\pi\rho^2}{\lambda(2d - F)}\right)$$

6. Pour l'onde 2 : c'est une onde plane sous incidence normale qui s'est propagée sur une distance $2d$ depuis le point O_1 , et qui s'est réfléchi sur la séparatrice S , donc

$$\psi_2 = \psi_0 r e^{2ikd} = -\psi_0 t e^{2ikd}$$

$$I = |\psi_0|^2 r^2 \left[A + B \cos\left(\frac{\pi\rho^2}{\lambda(2d - F)}\right) \right]$$

7. Intensité avec

$$A = 1 + \left(\frac{F}{2d - F}\right)^2 \quad B = -\frac{2F}{2d - F}$$

et .

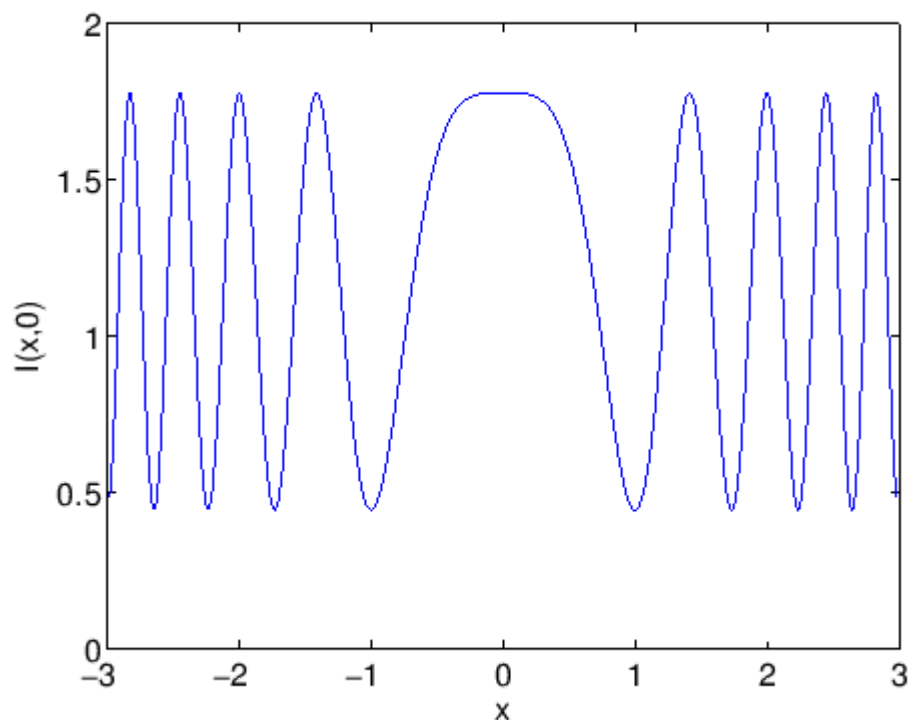
8. L'intensité dépend de ρ : ce sont donc des anneaux, centrés à l'origine.

$$B > 0$$

L'intensité est maximale au centre car . Ces anneaux sont de plus

en plus serrés quand ρ augmente (dépendance de type $\cos(K\rho^2)$).

L'allure du graphe $I(x, 0)$ pour $y = 0$ est la suivante



9. Pour calculer le contraste C , le plus simple est de mettre l'intensité sous la

$$I = C^{te} (1 + C \cos(\phi)) \quad C = B/A$$

forme . Il vient

L3 Physique -- Examen d'optique

Session 1 -- 28 Avril 2015

Durée 3h. Documents autorisés : une feuille A4 recto-verso manuscrite, formulaire de TF.

Lisez bien tous les mots et toutes les lettres de l'énoncé. Car une réponse qui est seulement "presque juste" est aussi "tout à fait fausse"...

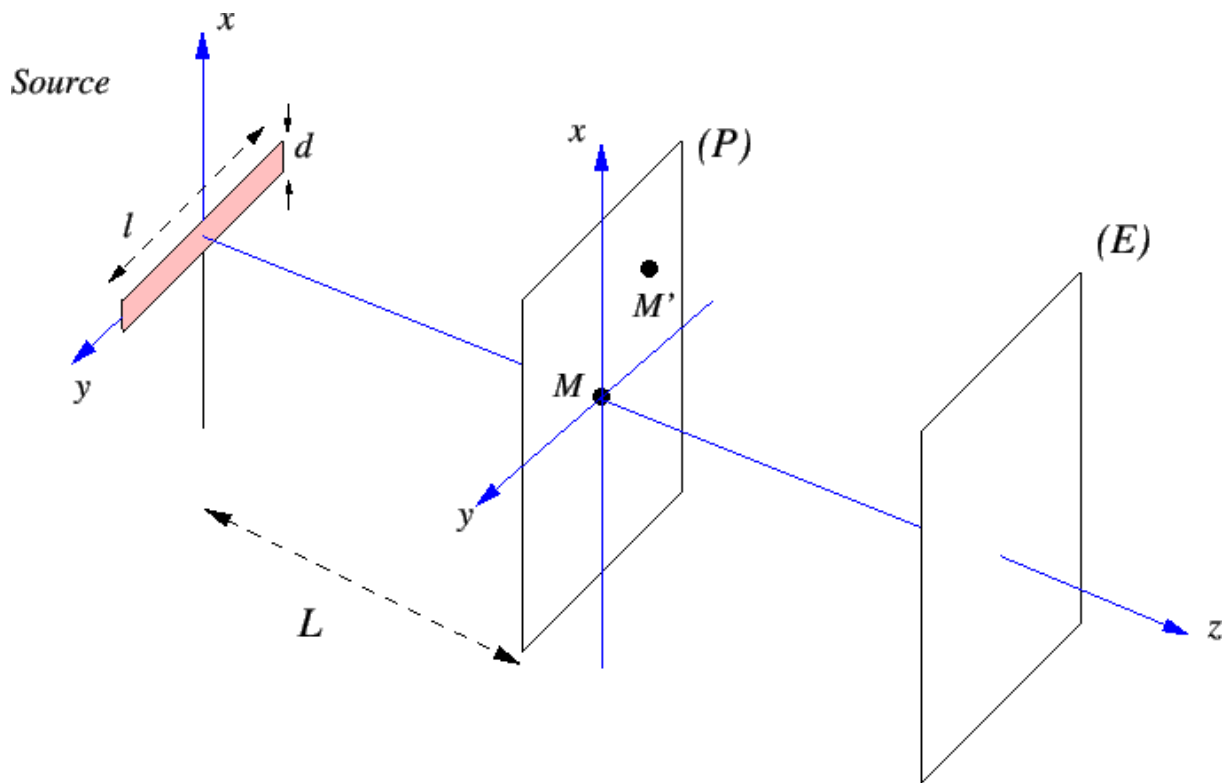
Exercice : cohérence spatiale

Un filament d'ampoule spatialement incohérent est assimilable à une source plate, rectangulaire de largeurs $d = 2$ mm dans la direction x , et $l = 1$ cm dans la

direction y , éclaire un écran (P) situé à une distance $L \gg l$. La source est supposée monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 550$ nm. Un

expérimentateur perce l'écran (P) de deux trous quasi-punctuels, en deux

points M de coordonnées $(0, 0)$ et M' de coordonnées (a, b) dans le but de réaliser une expérience d'interférences.



1. Dans quelle direction doit-il placer le trou M' pour avoir le plus de chances d'observer des interférences, et pourquoi ? Dans la suite, on suppose cette condition réalisée.
2. Ecrire la distribution angulaire de brillance du filament vu depuis le plan (P) . En déduire son degré de cohérence spatiale.

3. A quelle distance L_m de (P) l'expérimentateur doit-il placer le filament pour que les points M et M' soient suffisamment cohérents entre eux (degré de cohérence $\simeq 1/2$) ? On donne ci-après une table de valeurs de la fonction sinc.

$$L \gg L_m$$

4. On réalise . Les franges produites par les points M et M' sont observées sur dans le plan (E) situé à une distance D de (P) . Quel sera le contraste des franges ?

$$L = L_m/2$$

5. Même question si .

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8
$\text{sinc } x$	1	0.99	0.97	0.94	0.89	0.84	0.78	0.70	0.62	0.54	0.45	0.37	0.28	0.20	0.12

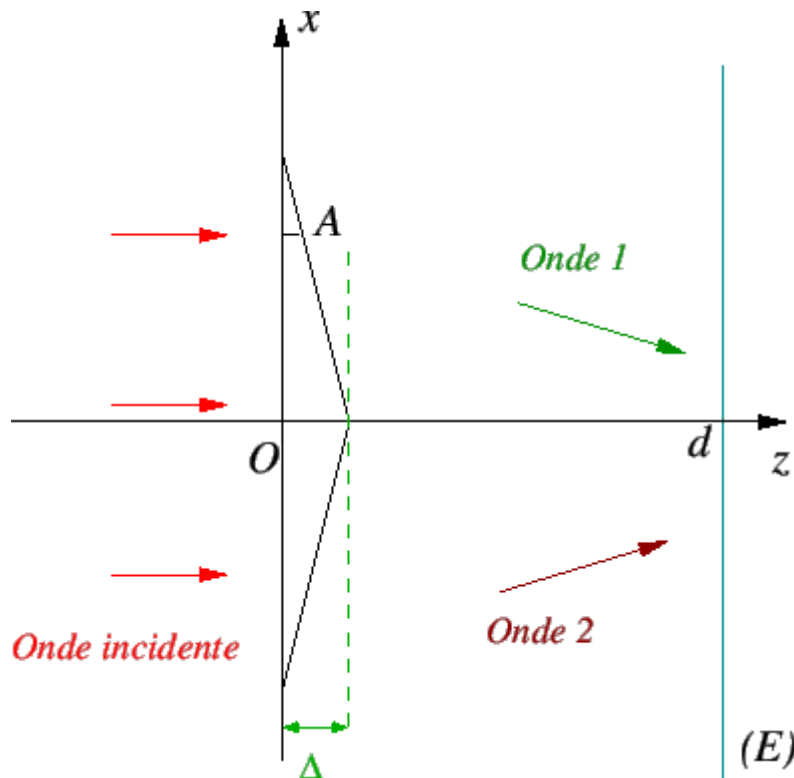
Problème

Biprisme de Fresnel

Une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ_0 et d'amplitude ψ_0 éclaire sous incidence normale un biprisme formé de deux prismes identiques d'indice n et d'angle faible A (voir schéma ci-contre). L'épaisseur maximale des prismes est notée Δ . Les prismes sont supposés de dimensions supposées

infinies dans la direction Oy . Ce biprisme est placé dans le plan $z = 0$, on observe dans le plan $z = d$. Dans tout le problème, on néglige la diffraction par les bords des prismes, ce qui revient à considérer que les ondes 1 et 2 en sortie de chaque prisme sont planes. On donne les valeurs numériques suivantes :

$$\lambda_0 = 500 \text{ nm}, d = 1 \text{ m}, n = 1.5, A = 5^\circ.$$



1. Ecrire, dans l'approximation paraxiale, le coefficient de transmission du prisme 1 (négliger les effets de bords : on ne multipliera pas par une porte qui limite la taille du prisme). En déduire l'expression de l'onde 1 dans le plan $z = 0^+$ à la sortie du prisme, puis dans le plan $z = d$.
2. Mêmes questions pour le prisme 2 et l'onde 2.

3. Calculer l'intensité $I(x)$ dans le plan $z = d$, donner l'interfrange a .

NB : il est possible de passer à la question 7 (paragraphe 2.2) sans traiter les questions 4 à 6.

4. Montrer que l'intensité peut se mettre sous la forme

$$K \cdot (1 + \cos(2\pi\nu_0\tau))$$

avec K une constante, ν_0 la fréquence associée

à λ_0 et τ une variable dont on précisera l'expression en fonction de A et n . Quelle est la signification physique de τ ?

5. L'onde incidente, toujours plane et sous incidence normale, est cette fois

quasi-monochromatique autour de la longueur λ_0 , avec un profil spectral

$$P(\nu)$$

, ν étant la fréquence. Ecrire l'intensité des franges dans ce cas.

6. L'observation révèle des franges dont le contraste décroît avec la distance au centre, comme sur la figure ci-dessous. La fonction contraste montre un

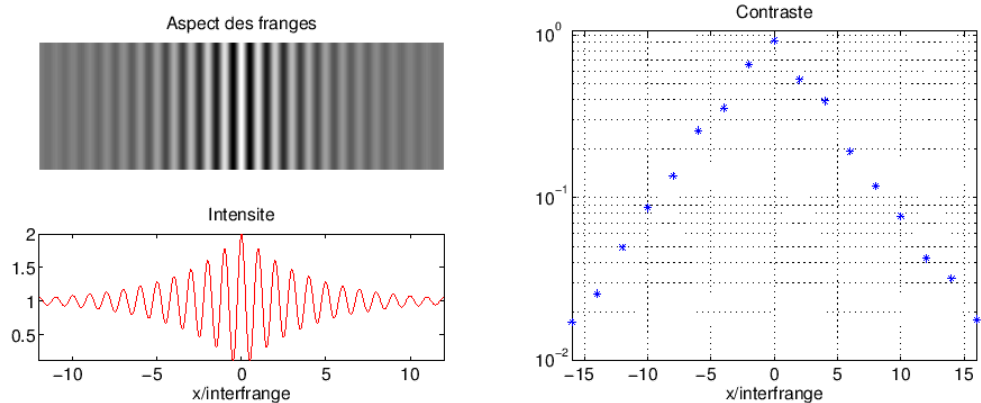
$$C(x) = \exp(-|x|/L)$$

comportement de la forme avec x la distance et

L une largeur caractéristique. Cette fonction est tracée sur le graphe de

$$x/a$$

droite, en fonction de la variable .



1. *Question indépendante* : Comment a-t-on pu faire pour mesurer le

$$C(x)$$

contraste local à partir de l'intensité des franges ?

2. Soit $\delta\nu$ la largeur spectrale de la fonction profil. Donner la définition

$$\tau_c$$

et l'expression du temps de cohérence temporelle de l'onde. En

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0}$$

déduire une relation entre L et $\delta\nu$. A.N. calculer avec les données numériques de l'énoncé et L mesuré sur le graphe (on ne demande pas une grande précision).

3. En déduire un ordre de grandeur de la longueur de cohérence temporelle de cette onde.

4. Exprimer le contraste en fonction de τ , puis calculer, à une

$$F(\nu)$$

constante multiplicatrice près, le spectre de la lumière

incidente en fonction de la fréquence ν . A quel forme de profil a-t-on affaire ?

Biprisme anisotrope

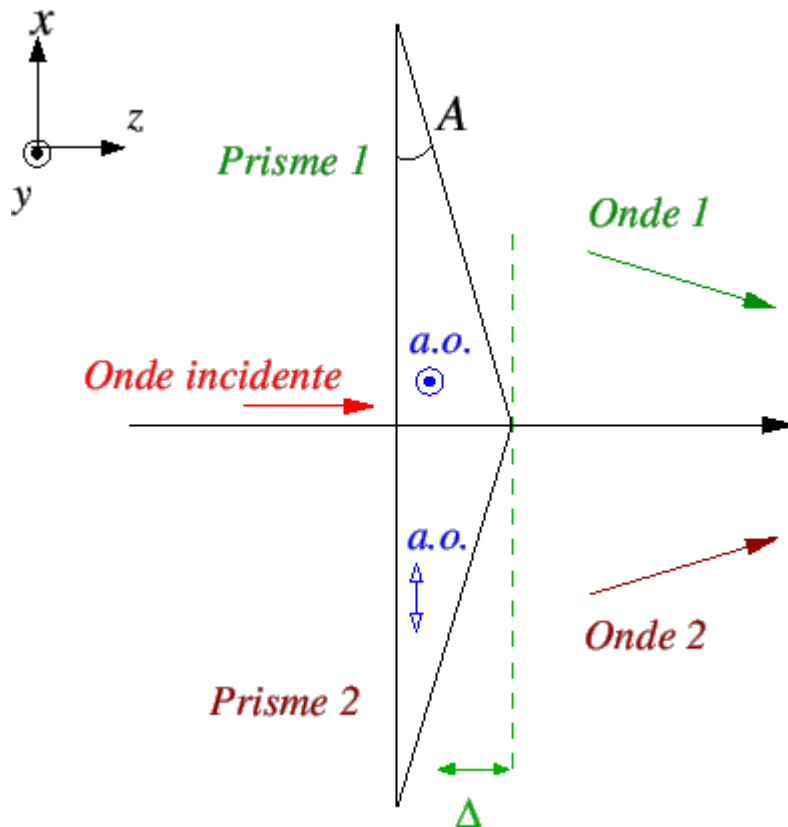
Le biprisme est cette fois forme de deux prismes anisotropes uniaxe taillés dans le même cristal, mais dont les axes optiques sont orientés comme sur le schéma

ci-contre : axe parallèle à $\hat{y}$ pour le prisme 1, axe parallèle à $\hat{x}$ pour le prisme 2.

Les indices ordinaire et extraordinaire sont notés respectivement n_o et n_e .

Comme précédemment, l'angle au sommet des deux prismes est $A \ll 1$ et l'épaisseur maximale est Δ . L'ensemble toujours supposé de dimensions infinies dans la direction Oy .

L'éclairage est fait sous incidence normale par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ et d'amplitude ψ_0 . Ce biprisme est placé dans le plan $z = 0$, on observe dans le plan $z = d$. Là encore, on négligera la diffraction par les bords des prismes.



6

1. Le champ incident a une polarisation rectiligne parallèle à $\hat{y}$.
 1. Quel est l'état de polarisation de l'onde 1 à la sortie du prisme 1 ?
 2. Ecrire le coefficient de transmission associé au prisme 1

$$\vec{E}_1(x, y)$$

3. Ecrire le champ électrique de l'onde 1 dans le plan $z = 0$ puis dans le plan $z = d$ (se limiter à une approximation à l'ordre 1 en A).
4. Mêmes questions pour le prisme 2 et l'onde 2
5. Ecrire l'intensité des franges dans le plan $z = d$. Préciser l'interfrange a et la position x_0 du centre des franges.
6. Rappeler la définition de la biréfringence du cristal. Intervient-elle dans ce problème ?
2. Le champ incident a une polarisation rectiligne parallèle à $\hat{x}$. Comment est modifiée l'intensité des franges ?
3. Le champ incident a une polarisation rectiligne qui fait un angle de $\pi/4$ avec l'axe $\hat{x}$
 1. Préciser l'orientation des lignes neutres des prismes et écrire le vecteur de Jones du champ incident dans cette base.
 2. Expliquer pourquoi on observe 4 ondes planes de type $\vec{E}_p = \vec{E}_{0p} e^{i\vec{k}_p \cdot \vec{r}}$ à la sortie du biprisme. Préciser leur amplitude E_{0p} , leur direction de polarisation et leur vecteur d'onde $\vec{k}_p$.
 3. Parmi ces 4 ondes, préciser celles qui sont cohérentes entre elles et celles qui ne le sont pas.
 4. Proposer une méthode pour calculer l'intensité dans le plan $z = d$. Le calcul lui-même n'est pas demandé.

Questions de cours

1. Rappeler la définition du pouvoir de résolution d'un réseau au sens de Rayleigh. Un réseau par transmission est gravé sur un support carré de côté 1cm, il possède 100 périodes par mm. Quel est son pouvoir de résolution dans l'ordre -2 ? Combien voit-on d'ordres diffractés à la longueur d'onde $\lambda = 1 \mu\text{m}$?
2. Décrire en quelques lignes le phénomène d'*interférences localisées* en faisant ressortir notamment la différence avec des interférences non

localisées. Citer un exemple de dispositif optique qui permet d'observer ce type de franges, les conditions d'éclairage nécessaires, et préciser à quel endroit les franges sont localisées.

[Voir la solution](#)

L3 Physique -- Correction du premier partiel d'optique

4 Mars 2015

Questions de cours

1. Quand une onde se propage d'un plan z_1 à un plan z_2 , chaque point du front d'onde dans le plan z_1 se comporte comme une source ponctuelle émettant une onde sphérique (ondelette de Huyghens). La somme des amplitudes complexes de toutes ces ondes sphériques donne l'amplitude complexe dans le plan z_2 .

2. Le 1er prisme a une fonction épaisseur $e_1(x) = Ax$, dans l'intervalle $0 < x < a$. Son coefficient de transmission, dans cet intervalle, est $t_1(x) = \exp[ik(n-1)Ax]$.

Le 2e prisme a une épaisseur $e_2(x) = A(a-x)$, dans l'intervalle $0 < x < a$. Le coefficient de transmission associé est $t_2(x) = \exp[ik(n'-1)A(a-x)]$.

Le coefficient de transmission de l'ensemble, incluant la limitation à l'intervalle $0 < x < a$ est donc :

$$t(x) = \Pi \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{a} \right) t_1(x) t_2(x) = \Pi \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{a} \right) e^{ik(n'-1)aA} e^{ik(n-n')Ax}$$

Interférences : miroir de Lloyd

$$d \gg \left(\frac{\rho^4}{\lambda} \right)^{1/3}$$

1. Conditions pour l'approximation paraxiale : avec

$$\rho^2 = x^2 + y^2 \quad \rho \gg d$$

. la réponse est acceptée aussi. Pas de condition sur a .

2. Problème équivalent au miroir : une source secondaire S' en

$$(0, 0, -2a)$$

(symétrique de S par rapport au miroir). La distance entre

S et S' est $2a$.

3. Amplitude complexe de l'onde 1 (dans l'approximation paraxiale) :

$$\psi_1(x, y, d) = \frac{\psi_0}{d} e^{ikd} \exp\left(\frac{i\pi\rho^2}{\lambda d}\right)$$

4. Amplitude complexe de l'onde 2 : l'expression est identique en remplaçant

$$d + 2a$$

d par . Et en multipliant par le coefficient de réflexion r du miroir. Il vient

$$\psi_2(x, y, d) = \frac{r\psi_0}{d + 2a} e^{ik(d+2a)} \exp\left(\frac{i\pi\rho^2}{\lambda(d + 2a)}\right)$$

$$d \gg a$$

L'hypothèse entraîne le développement limité

$$\frac{1}{d+2a} \simeq \frac{1}{d} - \frac{2a}{d^2}$$

. Ce développement peut-être simplifié à $\frac{1}{d}$ dans le

terme $\frac{r\psi_0}{d+2a}$. Il vient

$$\psi_2(x, y, d) \simeq \frac{r\psi_0}{d} e^{ik(d+2a)} \exp\left(\frac{i\pi\rho^2}{\lambda d}\right) \exp\left(-\frac{2i\pi a\rho^2}{\lambda d^2}\right)$$

5. Intensité en M : $I(x, y) = |\psi_1 + \psi_2|^2$. On obtient

$$I(x, y) = \frac{|\psi_0|^2(1+r^2)}{d^2} \left[1 + \frac{2r}{1+r^2} \cos\left(\frac{4\pi a}{\lambda} \left(\frac{\rho^2}{2d^2} - 1\right)\right) \right]$$

6. Ce sont des anneaux car l'intensité est constante lorsque ρ est constant (équation d'un cercle dans le plan xy).

$$C = \left| \frac{2r}{1+r^2} \right|$$

7. Contraste : . Lorsque r est faible, on peut négliger r^2

$$C \simeq |2r| > 5\%$$

devant 1, et . On obtient un contraste si

$$|r| > 0.025$$

8. Si $a = N\lambda$ avec N entier alors l'intensité se simplifie :

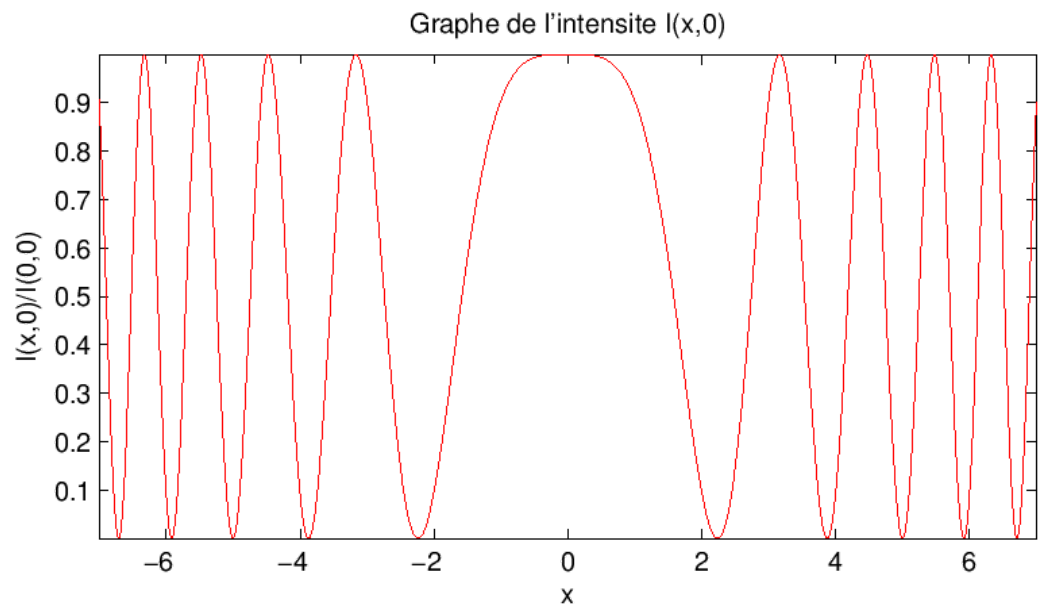
$$I(x, y) = \frac{|\psi_0|^2(1 + r^2)}{d^2} \left[1 + \frac{2r}{1 + r^2} \cos \left(2\pi N \frac{\rho^2}{d^2} \right) \right]$$

1. Cas $r = 1$: Le contraste vaut 1, l'intensité est maximale au centre

$$r_p = d\sqrt{p/N}$$

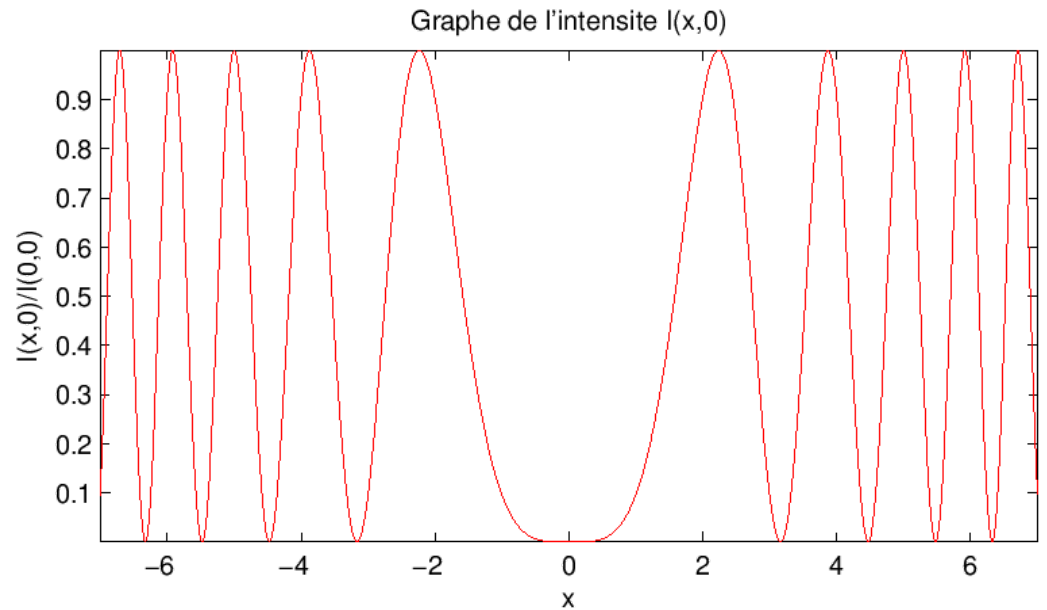
et le rayon des anneaux brillants est avec le
numéro de l'anneau. Le graphe ci dessous correspond à

$N = 1000$ et $d = 100$ mm. x est en mm.



$$r = -1 \quad \frac{2r}{1+r^2}$$

2. Cas : Le contraste vaut toujours 1, mais le terme est négatif, on a donc une inversion de contraste (les anneaux brillants deviennent sombre). L'intensité est nulle au centre. Graphe (mêmes conditions que la question précédentes)



3. Cas $r = 0$: le contraste est nul, l'intensité est uniforme. Il n'y a pas

de franges, car il n'y a en réalité pas d'interférences : l'onde ψ_2 n'existe pas (miroir non réfléchissant). Le plan $z = d$ est

uniquement éclairé par l'onde ψ_1 .

9. Premier zéro de $I(x, 0)$ lorsque $r = 1$: $x_0 = d\sqrt{\frac{\lambda}{2a}}$

Trous éclairés par une source ponctuelle

1. C'est une onde sphérique divergente dans l'approximation paraxiale :

$$f_0(x, y) = \frac{\psi_0}{z_0} e^{ikz_0} e^{\frac{i\pi\rho^2}{\lambda z_0}}$$

avec $\rho^2 = x^2 + y^2$.

2. Coefficient de transmission

$$t(x, y) = \Pi\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) + \Pi\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right)$$

3. Limite $l \longrightarrow 0$: $\Pi\left(\frac{x}{l}\right) \longrightarrow l\delta(x)$. Il vient

$$t(x, y) = l^2 \delta\left(x - \frac{a}{2}, y\right) + l^2 \delta\left(x + \frac{a}{2}, y\right)$$

$$z \gg \frac{a^2}{\lambda}$$

4. La condition est

5. Calcul de $f_z(x, y)$: on part de l'amplitude en $z = 0^+$

$$f_{0+}(x, y) = f_0(x, y) t(x, y) = \frac{\psi_0 l^2}{z_0} e^{ikz_0} e^{\frac{i\pi \rho^2}{\lambda z_0}} \left[\delta\left(x - \frac{a}{2}, y\right) + \delta\left(x + \frac{a}{2}, y\right) \right]$$

$$f(x) \delta(x - a) = f(a) \delta(x - a)$$

et en utilisant l'identité

il vient

$$f_{0+}(x, y) = \psi_0 l^2 z_0 e^{ikz_0} e^{\frac{i\pi a^2}{4\lambda z_0}} \left[\delta\left(x - \frac{a}{2}, y\right) + \delta\left(x + \frac{a}{2}, y\right) \right]$$

$$A = \psi_0 l^2 z_0 e^{ikz_0} e^{\frac{i\pi a^2}{4\lambda z_0}}$$

Dans la suite on posera $\hat{f}_{0+}$. L'amplitude complexe en z s'écrit, dans l'approximation de Fraunhofer

$$f_z(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \hat{f}_{0+} \left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z} \right)$$

$$\hat{f}_{0+}(u, v) = 2A \cos(\pi u a)$$

le calcul donne $\hat{f}_{0+}(u, v)$. On a donc

$$f_z(x, y) = \frac{2Ae^{ikz}}{i\lambda z} \cos \left(\frac{\pi a x}{\lambda z} \right)$$

6. L'intensité s'écrit

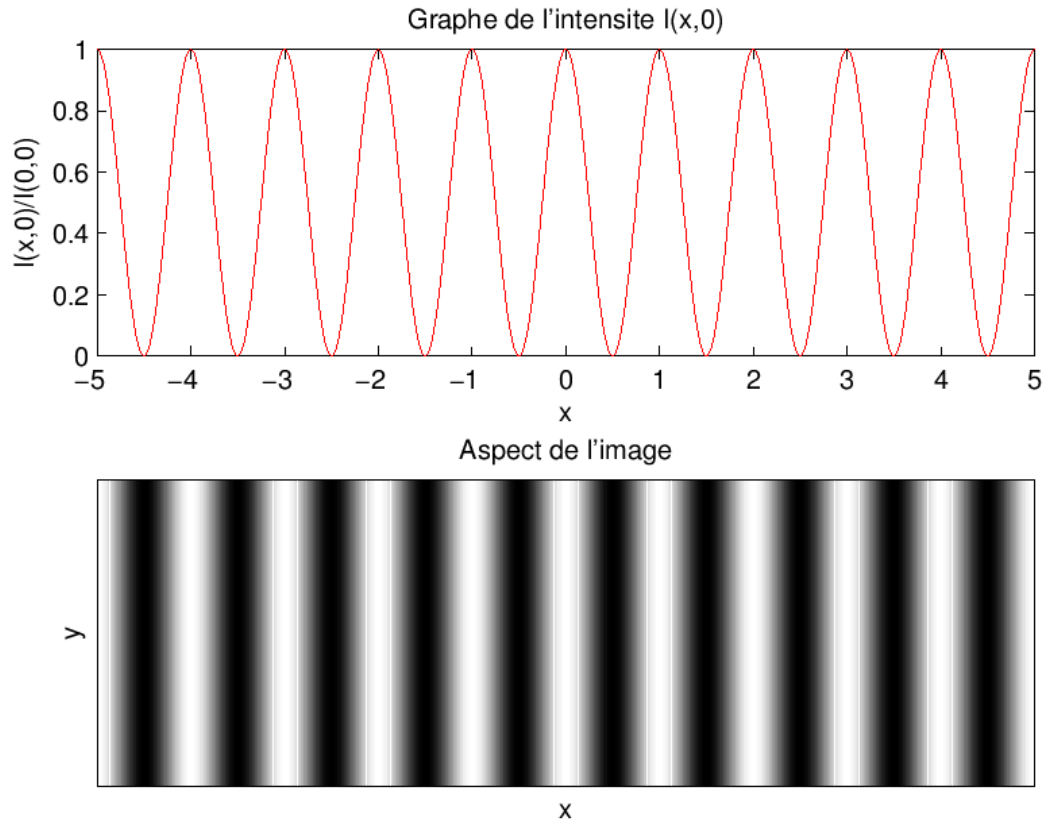
$$I_z(x, y) = \frac{4|A|^2}{\lambda^2 z^2} \cos^2 \left(\frac{\pi a x}{\lambda z} \right)$$

$$\lambda z/a$$

Ce sont des franges d'Young de contraste 1 et d'interfrange $\lambda z/a$.

$$I_z(x, 0) \quad \lambda z/a = 1$$

7. Graphe de l'intensité $I_z(x, 0)$ (avec $\lambda z/a = 1$ pour le graphe) et...
8. ...allure de l'image



9. Dans le cas où l n'est plus faible, il faut utiliser le coefficient de transmission complet. L'amplitude dans le plan $z = 0^+$ devient

$$f_{0+}(x, y) = \psi_0 z_0 e^{ikz_0} e^{\frac{i\pi\rho^2}{\lambda z_0}} \left[\Pi\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) + \Pi\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) \right]$$

Dans ce cas le calcul de la TF de $f_{0+}(x, y)$ intervenant dans l'expression de l'amplitude $f_1(x, y)$ fait intervenir un produit de convolution :

$$\hat{f}_{0+}(u, v) = C^{te} TF \left[e^{\frac{i\pi\rho^2}{\lambda z_0}} \right] * TF \left[\Pi\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) + \Pi\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) \right]$$

ce produit de convolution n'a pas de forme analytique simple.

10. Ajout d'une lentille convergente de focale z_0 juste après le masque à deux trous. Le coefficient de transmission de cette lentille est

$$L(x, y) = \exp\left(-\frac{i\pi\rho^2}{\lambda z_0}\right)$$

L'ensemble lentille+masque a donc pour coefficient de transmission le produit de t par L :

$$t_2(x, y) = \exp\left(-\frac{i\pi\rho^2}{\lambda z_0}\right) \left[\Pi\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) + \Pi\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) \right]$$

et l'amplitude dans le plan $z = 0^+$ devient

$$f_{0+}(x, y) = \psi_0 z_0 e^{ikz_0} e^{\frac{i\pi\rho^2}{\lambda z_0}} \left[\Pi\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) + \Pi\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) \right] \exp\left(-\frac{i\pi\rho^2}{\lambda z_0}\right)$$

d'où

$$f_{0+}(x, y) = \psi_0 z_0 e^{ikz_0} \left[\Pi\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) + \Pi\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{l}\right) \Pi\left(\frac{y}{l}\right) \right]$$

il y a une élimination du terme de phase quadratique en facteur des portes, comme si les portes avaient été éclairées par une onde plane d'amplitude constante. On retrouve le fait que lorsqu'on met un point source au foyer objet d'une lentille convergente, l'onde en ressort plane. L'amplitude

$$f_z(x, y)$$

est alors facile à calculer (la convolution gênante a disparu). Il vient

$$f_z(x, y) = \frac{\psi_0 l^2}{z_0} e^{ik(z+z_0)} \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi l x}{\lambda z} \right) \cos \left(\frac{\pi a x}{\lambda z} \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi l y}{\lambda z} \right)$$

11. L'intensité est

$$I_z(x, y) = \frac{|\psi_0|^2 l^4}{z_0^2} \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi l x}{\lambda z} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi a x}{\lambda z} \right) \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi l y}{\lambda z} \right)$$

Il s'agit d'une figure de franges d'Young identique à celles de la question 6, multipliée par une enveloppe en forme de sinc^2 dans les deux directions

$$I_z(x, 0)$$

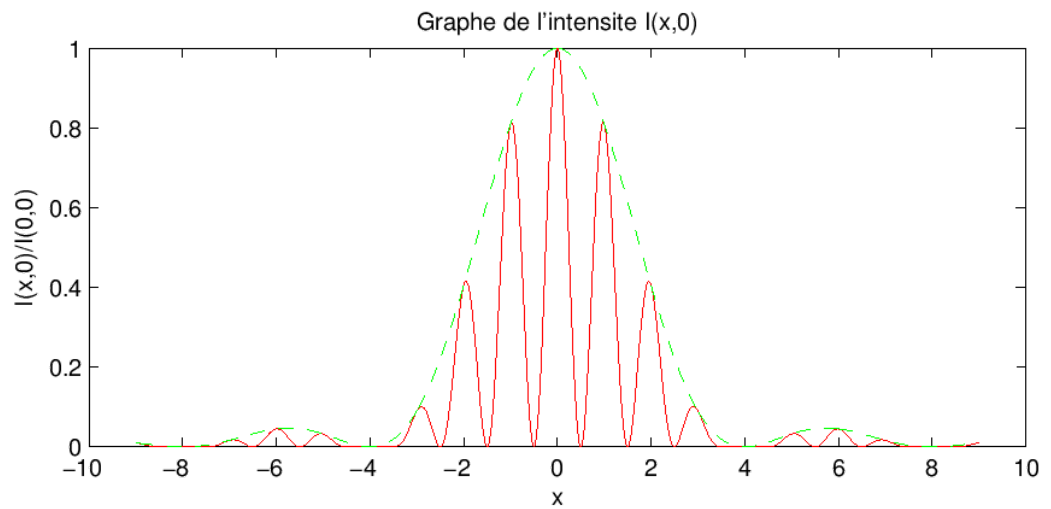
(c'est la tache de diffraction d'un trou carré) . Le graphe pour

$$l = a/4$$

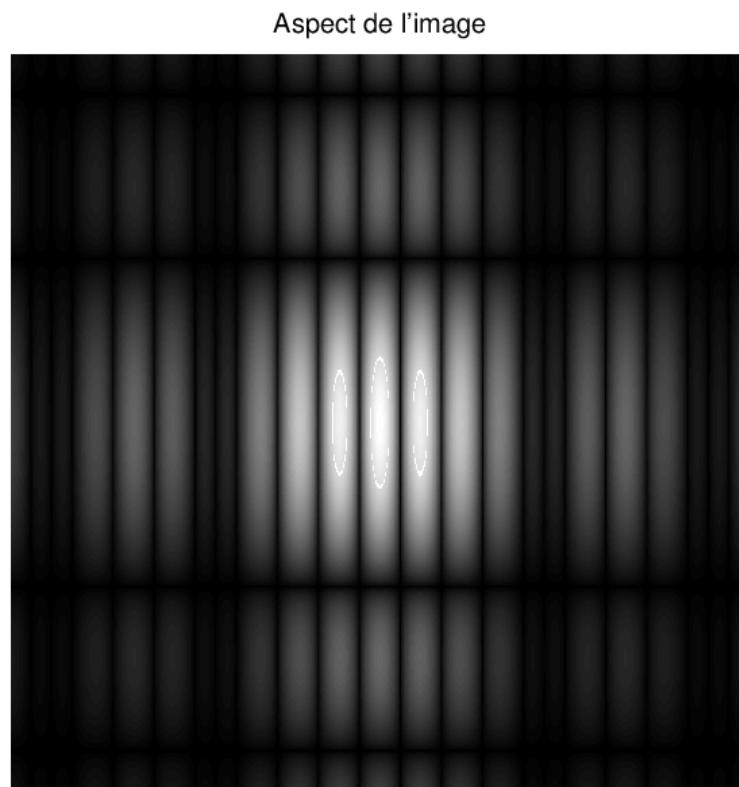
est tracé ci-dessous (en vert l'enveloppe des franges

$$\operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi l x}{\lambda z} \right)$$

).



12. Aspect de l'image bidimensionnelle :



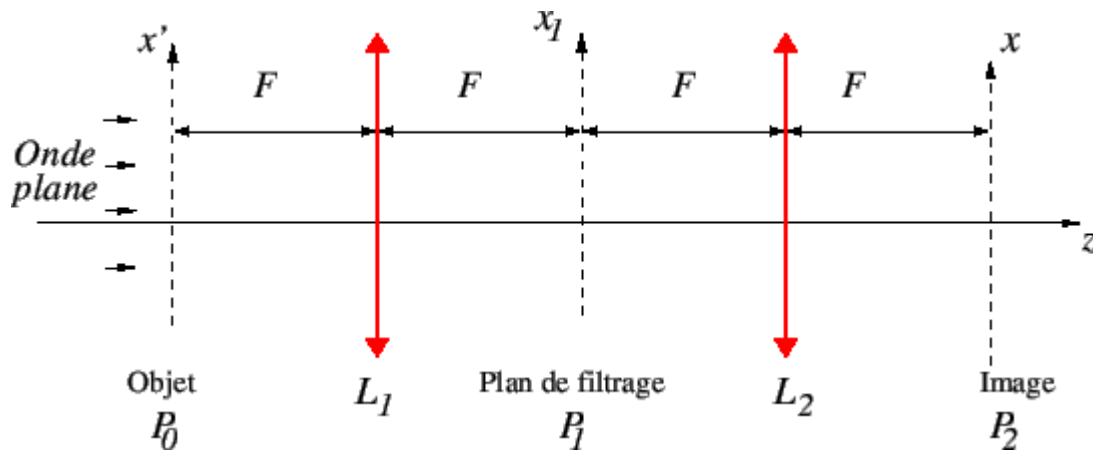
L3 Physique -- Second partiel d'optique

5 Mai 2014

Documents autorisés : 1 feuille A4 manuscrite RV + formulaire de TF
Les deux exercices sont indépendants. N'oubliez pas de tourner la page, il y a des questions au verso.

Filtrage

On réalise le montage à double diffraction ci-après à l'aide de deux lentilles convergentes L_1 et L_2 identiques de focale F . L'objet placé dans le plan P_0 est constitué d'un diaphragme carré de côté a centré sur l'axe optique ($x' = y' = 0$). L'éclairage se fait sous incidence normale par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ et d'amplitude ψ_0 dans le plan P_0 .



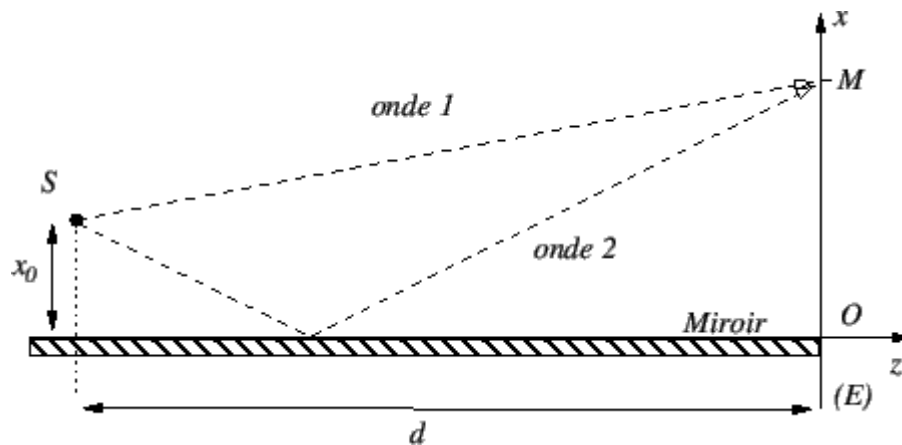
Dans le plan de filtrage P_1 on place un réseau bidimensionnel de petits trous ponctuels (on notera s l'aire de chaque trou). La période de ce réseau est b dans les deux directions x_1 et y_1 . Ce réseau est supposé illimité dans le plan P_1 . L'origine des coordonnées (x_1, y_1) est prise sur l'un des trous.

1. Que signifie la phrase "les lentilles L_1 et L_2 sont conjuguées" ?
2. Pourquoi ce dispositif est-il appelé "montage à double diffraction" ?
3. Ecrire l'amplitude complexe dans le plan P_1^- , juste avant le réseau de trous
4. En déduire l'amplitude complexe $f_1(x_1, y_1)$ dans le plan P_1^+ , juste après le réseau de trous

5. En déduire l'amplitude complexe $f_2(x, y)$ dans le plan P_2
 6. Montrer que $f_2(x, y)$ est une fonction périodique dont on précisera la période en x et en y , et le motif $\varphi(x, y)$.
 7. On réalise la condition $b < \frac{\lambda F}{a}$.
 1. Tracez l'allure du graphe de $f_2(x, y = 0)$
 2. Décrire l'image dans le plan P_2 , faire un dessin.
 3. Pourquoi parle-t-on de "multiplication d'images" ?
 8. On réalise maintenant la condition $b = \frac{\lambda F}{a}$.
 1. Tracez l'allure du graphe de $f_2(x, y = 0)$ et commentez.
 2. Décrire l'image dans le plan P_2
 3. Expliquez ce résultat en calculant l'amplitude complexe dans le plan P_1 , à la sortie du réseau de trous (faire un dessin)
 9. Que se passe-t-il dans le cas où $b > \frac{\lambda F}{a}$ (décrire l'image correspondante) ? Il n'est pas demandé de calcul.
-

Source ponctuelle au dessus d'un miroir plan

Une source ponctuelle S , émettant une onde sphérique d'amplitude proportionnelle à ψ_{0s} , est placée dans le vide au dessus d'un miroir plan confondu avec le plan yOz . On note $(x_0, y_0 = 0)$ les coordonnées de la source S dans le plan de la source ($z = -d$). Un écran (E) est placé à une distance d de la source (plan $z = 0$). Sur cet écran on observe les interférences lumineuses produites en un point M de coordonnées (x, y) par la source S et par son image dans le miroir (les ondes correspondantes sont appelées "onde 1" et "onde 2" sur le schéma ci-dessous). Dans tout le problème on se place dans l'approximation paraxiale avec $d \gg x_0$ et $d \gg x$.



1. Remarquer l'équivalence du problème avec le problème plus simple de deux sources ponctuelles S et S' qui éclairent l'écran E . Faites un dessin du schéma équivalent en précisant les distances en jeu.
2. On suppose que la source S est monochromatique, elle émet une onde sphérique de longueur d'onde λ_0 . Calculer, dans le plan E , les amplitudes complexes ψ_1 et ψ_2 produites respectivement par les sources S et S' . On notera r le coefficient de réflexion du miroir, supposé réel ($-1 \leq r \leq 1$).
3. Ecrire l'intensité $I(x, y)$ dans le plan E
4. Tracer l'allure du graphe de l'intensité et calculer le contraste des franges lorsque
 1. $r = 1$
 2. $r = -1$
 3. $r = -1/2$
4. Dans quels cas observe-t-on une inversion de contraste ? Expliquer ce que l'on voit alors sur l'écran.

La source est cette fois polychromatique, son spectre est une fonction Gaussienne centrée sur la fréquence ν_0 . Il s'écrit

$$F(\nu) = A \exp \left[-\pi \frac{(\nu - \nu_0)^2}{\Delta\nu^2} \right]$$

avec A et $\Delta\nu$ des réels positifs, et $\nu_0 \gg \Delta\nu$. Pour toute la suite on suppose $r = -1$.

1. Que représente $\Delta\nu$?
2. Quelle est la dimension (unité) de A ?
3. Calculer le retard τ entre les ondes ψ_1 et ψ_2 au point M .
4. Calculer le degré complexe de cohérence de l'onde
5. En vous inspirant du résultat de la question 3, écrire l'intensité des franges sur l'écran (E) en fonction de x
6. Existe-t-il des points du plan (E) où l'intensité est nulle (si oui, lesquels ; si non, pourquoi)
7. Tracer l'allure du graphe de l'intensité dans le plan (E) en fonction de x
8. A partir de quelle valeur $x_c > 0$ de x a-t-on disparition des franges (considérer l'approximation $e^{-5} \simeq 0$) ? Relier x_c à la longueur de cohérence.
9. Donner un ordre de grandeur du nombre de franges visibles dans le plan (E)

L3 Physique -- Premier partiel d'optique

5 Mars 2014

2 pages, durée 1h30

Documents autorisés : une feuille A4 recto-verso manuscrite, formulaire de TF.

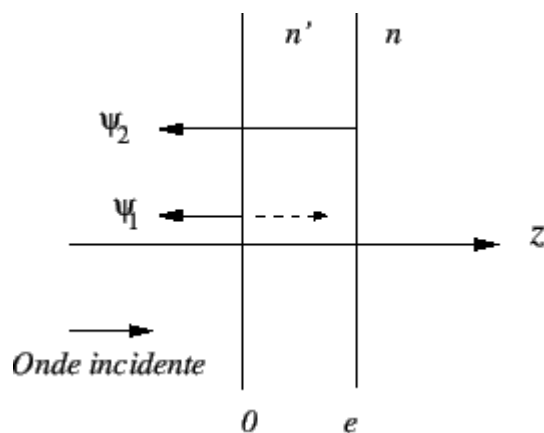
Questions de cours

1. Rappeler ce que doit être la dimension (quelle unité) d'un coefficient de transmission
 2. Ecrire coefficient de transmission d'un diaphragme carré de côté ϵ (on appellera (x, y) les coordonnées d'un point dans le plan du diaphragme).
 3. On fait tendre ϵ vers 0 de sorte que le diaphragme devienne un trou quasi-ponctuel. Vers quelle quantité, fonction de (x, y) tend le coefficient de transmission ?
 4. Dans cette hypothèse, calculer l'intensité diffractée à l'infini par ce trou lorsqu'il est éclairé sous incidence normale par une onde plane de longueur d'onde λ et d'amplitude constante A dans le plan du trou.
-

Couche anti-reflets

On désire limiter l'importance des reflets à la traversée d'un dioptre air-verre. Les formules de Fresnel prévoient qu'une onde se propageant sous incidence normale d'un milieu d'indice n_1 vers un milieu d'indice n_2 est

- partiellement transmise avec un coefficient de transmission $t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$
- et partiellement réfléchi avec un coefficient de réflexion $r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$



Le principe de la couche anti-reflets consiste à déposer sur le dioptre, une couche très mince d'un produit transparent d'indice n' inférieur à l'indice n du verre. On crée ainsi deux ondes réfléchies qui s'annulent par interférence destructive si l'épaisseur et l'indice de la couche sont bien choisis.

On considère une onde plane de longueur d'onde λ se propageant dans l'air parallèlement à l'axe $\hat{z}$ et dans le sens des $z > 0$. Son amplitude complexe vaut

ψ_0 dans le plan $z = 0$. Cette onde rencontre la couche anti-reflets d'indice n' dans le plan $z = 0$ et se sépare en une onde réfléchie ψ_1 et une onde transmise. Cette onde transmise rencontre le verre d'indice n dans le plan $z = e$ et donne naissance à une seconde onde réfléchie ψ_2 .

Compte-tenu des valeurs habituelles des indices des verres et des couches, il sera inutile de prendre en compte les réflexions multiples dans la couche anti-reflet. De même, on approximera les coefficients de transmission à 1. L'indice de l'air sera pris égal à 1.

1. Ecrire l'amplitude complexe ψ_1 de la première onde réfléchie à la sortie de la couche anti-reflets en $z = 0$.
2. Ecrire l'amplitude complexe ψ_2 de la seconde onde réfléchie à la sortie de la couche anti-reflets en $z = 0$. On pourra utiliser un schéma équivalent plus simple pour la propagation de cette onde.
3. A quelle condition sur e a-t-on une opposition de phase entre ψ_1 et ψ_2 , c'est à dire que le rapport ψ_2/ψ_1 est un réel négatif (on rappelle que $n' < n$) ?
4. En supposant cette condition réalisée, quelle est la valeur de n' qui annule la somme $\psi_1 + \psi_2$?

Lentille éclairée par une source ponctuelle

On considère une source ponctuelle dans le vide, située en un point de coordonnées $(x_0, 0, 0)$ avec $x_0 \geq 0$. Cette source émet une onde sphérique de longueur d'onde λ . Dans le plan $z = p > 0$ se trouve une lentille convergente de focale F . On se place dans les conditions de l'optique paraxiale.

1. Ecrire le coefficient de transmission de la lentille en fonction des coordonnées (x, y)
2. Ecrire l'amplitude complexe à la sortie de la lentille (plan $z = p^+$) lorsque $x_0 = 0$ et $p = F$. Décrire cette onde (quel type d'onde, quelle direction de propagation, etc...), faire éventuellement un dessin.
3. On suppose $p = F$ et $x_0 > 0$.
 1. A quelle condition sur x_0 peut-on faire l'approximation paraxiale (aucune démonstration n'est demandée) ?
 2. Ecrire l'amplitude complexe à la sortie de la lentille (plan $z = p^+$). Décrire cette onde (quel type d'onde, quelle direction de propagation, etc...), faire éventuellement un dessin.

4. On suppose $x_0 = 0$ et $p > F$.

1. Ecrire l'amplitude complexe à la sortie de la lentille (plan $z = p^+$)
2. A quoi voit-on que l'on a affaire à une onde sphérique ?
3. Est-elle convergente ou divergente ?
4. Identifier la position z_s du centre de cette onde (sa source si l'onde est divergente ou son point de convergence si l'onde est convergente).
5. On appelle p' la quantité $z_s - p$. Relier p' à p et f et montrer qu'on retrouve la formule de conjugaison de l'optique géométrique.

[Voir la solution](#)

L3 Physique -- Second partiel d'optique 2012-2013

durée 2h

*Documents autorisés : une feuille A4 recto-verso manuscrite, formulaire de TF.
Pas de calculatrice.*

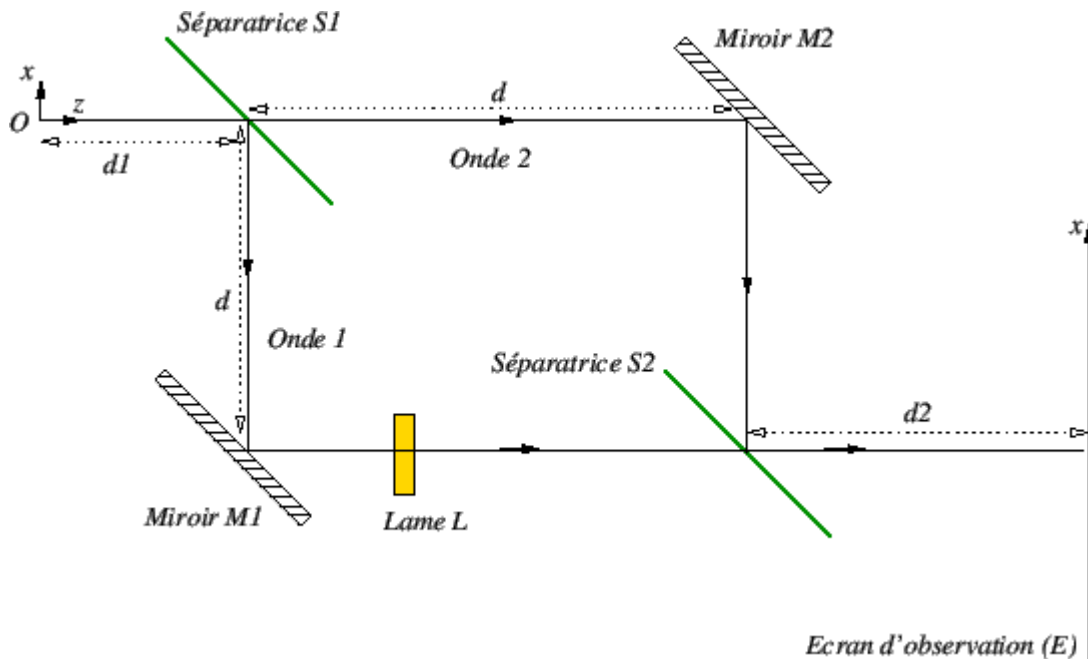
Interféromètre de Mach-Zehnder

Le dispositif ci-dessous est un interféromètre de Mach-Zehnder. Il est constitué de deux miroirs parfaitement réfléchissants M_1 et M_2 et de deux lames séparatrices identiques S_1 et S_2 dont les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude, de valeurs quelconques, sont notés respectivement t et r .

L'onde incidente, d'amplitude E_0 dans le plan $z = 0$ est plane et se propage parallèlement à l'axe z dans la direction des $z > 0$. Elle est divisée en deux ondes planes (notées 1 et 2) par S_1 . L'onde 1 se réfléchit sur M_1 et traverse une lame à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e , avant de traverser S_2 . On suppose que la lame à faces parallèles est parfaitement transparente et de dimension

infinie. L'onde 2 se réfléchit sur M_2 puis sur S_2 , et interfère ensuite avec l'onde 1. L'interférence est observée sur un écran noté E .

On note d_1 la distance entre l'origine et le centre de la première séparatrice S_1 , d la distance S_1M_1 , M_1S_2 , S_1M_2 , M_2S_2 et d_2 la distance S_2E (voir schéma).



Dans la première partie du problème, l'éclairage est monochromatique. La longueur d'onde est notée λ , la fréquence ν et l'amplitude complexe de l'onde dans le plan $z = 0$ est ψ_0 .

1. Ecrire l'amplitude complexe de l'onde 2 sur l'écran E .
2. Ecrire le coefficient de transmission $L(x, y)$ de la lame à faces parallèles se trouvant sur le trajet de l'onde 1.
3. Ecrire l'amplitude complexe de l'onde 1 sur l'écran E .
4. Ecrire l'intensité sur l'écran E en fonction de la longueur d'onde λ .
Décrire l'image observée dans le plan E .
5. A quelle condition sur e a-t-on une intensité nulle sur l'écran E ?
6. Donner le retard τ entre les ondes 1 et 2 et réécrire l'intensité en fonction de τ et de la fréquence ν .

On considère maintenant une onde de spectre $F(\nu)$ gaussien centré autour d'une fréquence ν_0 et de largeur de raie $\Delta\nu$. Ce spectre s'écrit

$$F(\nu) = F_0 \exp\left(-\pi \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu}\right)^2\right) \quad \text{avec } \nu_0 \gg \Delta\nu.$$

1. Ecrire le profil de raie $P(\nu)$ de cette onde.
2. Ecrire en fonction du retard τ l'intensité dI créée sur l'écran E par une bande de fréquences $[\nu, \nu + d\nu]$.
3. Ecrire en fonction du retard τ l'expression de l'intensité $I(\tau)$ sur l'écran E .
4. On fait varier l'épaisseur e de la lame L à partir de $e = 0$. Tracer la courbe de l'intensité en fonction de e (mettre sur le graphe toutes les annotations qui vous paraissent pertinentes).
5. Expliquer pourquoi les ondes 1 et 2 deviennent incohérentes entre elles quand e devient grand (il n'est pas demandé de calcul).
6. Donner un ordre de grandeur de la valeur maximale e_M que peut prendre e pour que les ondes 1 et 2 soient cohérentes entre elles. Ecrire e_M en fonction de la longueur de cohérence l_c .
7. A partir du résultat de la question 8, expliquer pourquoi certaines fréquences sont éteintes à la sortie de l'interféromètre (on parle de "spectre cannelé"). Ecrire les fréquences manquantes en fonction de e et donner en fonction de $\Delta\nu$ un ordre de grandeur du nombre de cannelures dans le spectre de l'onde (dépendance de dI avec ν) dans le plan E .

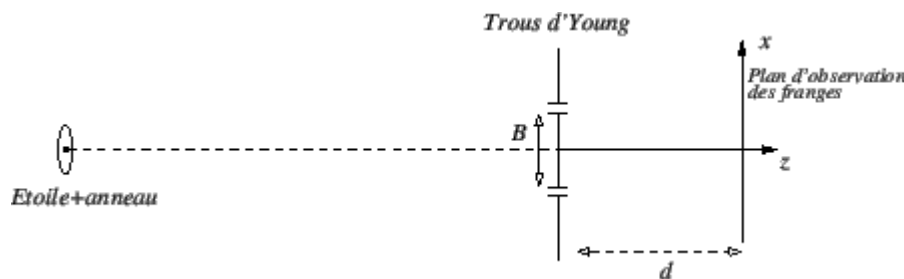
Anneau circumstellaire

Une étoile supposée ponctuelle est entourée d'un anneau de matière circulaire qui émet de la lumière. L'ensemble étoile+anneau constitue une source spatialement incohérente monochromatique (longueur d'onde λ) dont la distribution angulaire

de brillance est représentée par la fonction $O(\alpha, \beta) = I_0 \delta(\alpha, \beta) + I_1 \delta(r - \theta_0)$

avec $r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$. On suppose que I_0 , I_1 et θ_0 sont positifs avec $I_1 < I_0$ (étoile plus brillante que l'anneau). Cette source est observée par un interféromètre

à deux télescopes de base $B > 0$ orientés parallèlement à la direction $\hat{\alpha}$. Ces deux télescopes sont assimilables à des trous d'Young comme dans le schéma ci-dessous. On note d la distance entre le plan des trous et le plan d'observation des franges (d est assez grand pour faire l'approximation de Fraunhofer entre le plan des trous et le plan des franges).



1. Rappeler la condition sur d , B et λ pour que l'on puisse faire l'approximation de Fraunhofer entre le plan des trous et le plan des franges
2. Rappeler ce qu'est une source spatialement incohérente.
3. Rappeler la signification physique de la largeur de cohérence spatiale Λ et donner son expression dans le cas de cette source étoile+anneau.

4. Calculer le degré complexe de cohérence spatiale $\gamma(B)$. On pourra simplifier l'expression en considérant $\theta_0 \ll 1$.

5. En déduire le contraste $C(B)$ des franges d'Young.

6. A l'aide de la table de J_0 ci-après donner, en fonction de θ_0 , la première valeur B_1 de B pour laquelle le contraste passe par un minimum (on rappelle que $2\pi \simeq 6$).

7. Rappeler ce qu'on appelle "inversion de contraste". Avec les hypothèses de l'énoncé, ce phénomène s'observe-t'il ici (justifiez votre réponse) et si oui, pour quelles valeurs de B ?

8. Ecrire l'intensité des franges d'Young $I(x)$.

9. Tracer le graphe de $I(x)$ dans 2 cas : $B < B_1$ et $B = B_1$. Portez sur votre graphe toutes les annotations pertinentes.

10. On observe le premier minimum de contraste pour $B_1 = 1$ m en observant à la longueur d'onde $\lambda = 1\mu$ m. Quel est alors le diamètre angulaire de l'anneau de matière autour de l'étoile (on rappelle que 1 seconde d'arc=5. 10^{-6} rad).

J_0 Table de valeurs de la fonction de Bessel							
x	$J_0(x)$	x	$J_0(x)$	x	$J_0(x)$	x	$J_0(x)$
0.0	1.00	1.8	0.34	3.6	-0.39	5.4	-0.04
0.1	0.99	1.9	0.28	3.7	-0.39	5.5	-0.00
0.2	0.99	2.0	0.22	3.8	-0.40	5.6	0.02
0.3	0.97	2.1	0.16	3.9	-0.40	5.7	0.05
0.4	0.96	2.2	0.11	4.0	-0.39	5.8	0.09
0.5	0.93	2.3	0.05	4.1	-0.38	5.9	0.12
0.6	0.91	2.4	0.00	4.2	-0.37	6.0	0.15
0.7	0.88	2.5	-0.04	4.3	-0.36	6.1	0.17
0.8	0.84	2.6	-0.09	4.4	-0.34	6.2	0.20
0.9	0.80	2.7	-0.14	4.5	-0.32	6.3	0.22
1.0	0.76	2.8	-0.18	4.6	-0.29	6.4	0.24
1.1	0.71	2.9	-0.22	4.7	-0.26	6.5	0.26
1.2	0.67	3.0	-0.26	4.8	-0.24	6.6	0.27
1.3	0.62	3.1	-0.29	4.9	-0.20	6.7	0.28
1.4	0.56	3.2	-0.32	5.0	-0.17	6.8	0.29
1.5	0.51	3.3	-0.34	5.1	-0.14	6.9	0.29
1.6	0.45	3.4	-0.36	5.2	-0.11	7.0	0.30
1.7	0.39	3.5	-0.38	5.3	-0.07	∞	0.00