الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني

أركان الجيش الوطني الشعبي

مديرية مدارس أشبال الأمة

السنــة الدراسيــة : 2014/2015
الدورة : ماي 2015
المـــــــادة : الرياضيات
الشعبة : علوم تجريبية
المـــدة : 03 ساعــة و نصـف

تصحيح نموذجي للإمتـــــحان التجـــريبي في مـــــادة الرياضيات

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

لدينا: $u_0 = 9$ **و** $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ **و** $v_n = u_n + 6$.

1-أ مهما كان n **من** $\mathbb{N}$ **:** $v_{n+1} = v_n \times \frac{1}{2}$ 0.5

و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0 = 15$ .....0.5.

ب- $v_n = 15\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و منه $u_n = 15\left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$ 0.5

ج- $S_n = v_0 + ...+v_n = 30\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$ 0.5

$S'_n = u_0 + ... + u_n = 30\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] - 6n - 6 = -30\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 6n + 24$ 0.5

2- لدينا: $w_n = \ln(v_n)$.

أ- مهما كان n من $\mathbb{N}$: $w_{n+1} = w_n - \ln 2$ 0.25

و منه (w_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 2$ و حدها الأول $w_0 = \ln 15$ 0.5

ب- $S'' = w_0 + ...+w_n = \left(\frac{n+1}{2}\right)\left[\ln 15 + \ln 15 - (\ln 2)n\right] = \left(\frac{n+1}{2}\right)\left[\ln 15^2 - (\ln 2)n\right]$

$\lim\limits_{n\to+\infty} S'' = \lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{2}\right)\left[\ln 15^2 - (\ln 2)n\right] = -\infty$ 0.25

التمرين الثاني:

1- لدينا: $x^2 + (y-2) + z^2 = 3^2$ 0.5

ومنه (S) سطح كروي مركزه $w(0;2;0)$ و نصف قطره $R = 3$ 0.5

2- أ) لدينا: $d(w;P) = 2$.

بما أن $R > 2$ فإن (S) و (Q) متقاطعان ..... 0.5 2-ب) التقاطع هو الدائرة (C) التي

-نصف قطرها $r = \sqrt{R^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ و مركزها $H\left(\frac{4}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ حيث H المسقط العمودي لـ: w على (Q) ...1

3- لدينا: الجملة $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2-2t \\ z = t \end{cases}$ (I) مع $t \in \mathbb{R}$ هي تمثيل وسيطي $(\triangle)$.

1- بما أن معادلة (P_m) محققة من أجل الجملة (I) فإن $(\triangle) \subset (P_m)$ 0.5

2- (P_m) مماس لـــ: (S) يكافئ $d(w;P_m) = 3$. أي من أجل $m = 0$ 0.5

ج- لدينا: $\vec{n}_{p_m}\begin{pmatrix} 2m \\ 1-2m \\ m \end{pmatrix}$ و $\vec{n}_p\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$(P) \perp (P_m)$ يكافئ $\vec{n}_P . \vec{n}_{P_m} = 0$.

وعليه نجد: $m = \frac{2}{9}$ 0.5

التمرين الثالث:

1- لدينا: $\frac{5z_A + 3z_B - 6z_C}{2} = 1 - 3i = z_D$.

إذن D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;5),(B;3),(C;-6)\}$ 0.5

2) $|z+2| = |z+1-i|$ يكافئ $MA = MC$ و منه مجموعة النقط M هي محور $[AC]$ 0.5

أو المستقيم الذي معادلته $2x + y + 2 = 0$.

3-) لدينا: $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ 0.5

ومنه المثلث BCD قائم في B و متقايس الساقين.....0.5

4-أ) $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A} = 3e^{-i\frac{\pi}{2}}$ 0.5

4-ب) : من 4-أ) نجد: $z_D - z_A = 3e^{-i\frac{\pi}{2}}\left(z_C - z_A\right)$.

أي أن D هي صورة C بالتشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته 3 و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ 0.5

ج) $|z_A - z_{B'}| = 12$ و منه $AB' = 12$ 0.5

* مساحة المثلث ABB' هي 24.....0.5

5) العبارة المركبة للتحاكي h هي: $z'-z_\Omega=a(z-z_\Omega)$. أي : $z'=-\frac{1}{3}z-\frac{2}{3}$ 01

التمرين الرابع:

1-أ) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=1$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ 0.25

ب) دراسة اتجاه تغيرات g و تشكيل جدول التغيرات: 0.25

$g'(x)=(-4x-4)e^{2x}$ 0.25

x	$-\infty$			-1			$+\infty$
$g(x)$	+	+	+	0	-	-	-

* من جدول الإشارة نستنتج أن: g متزايدة تماما على $]-\infty;-1]$ و متناقصة تماما على $[-1;+\infty[$ 0.25

*** جدول التغيرات:**.....0.25

x	-1	$+\infty$
		$-\infty$
$g'(x)$		
$g(x)$	$\frac{e^2+1}{e^2}$	$-\infty$
		1

2) $g(0)=0$ 0.25

جدول إشارة $g(x)$ 0.5

x	$-\infty$			0			$+\infty$
إشارة $g(x)$	+	+	+	0	-	-	-

3) $f(x)=x+3-xe^{2x}$.

أ) النهايات: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ 0.5

ب) بما أن $\lim_{x\to-\infty}(-xe^{2x})=0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x+3$ عند $(-\infty)$ ...0.5

4) لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) ندرس إشارة الفرق $D(x)=f(x)-y=-xe^{2x}$ حسب الجدول: 0.5

x	0	$+\infty$
		$-\infty$

إشارة $D(x)$	$+ \quad + \quad + \quad 0 \quad - - \quad -$
الوضعية	(C_f) يقع تحت $(\triangle)$ يقطع $(\triangle)$ في $A(0;3)$ (C_f) يقع فوق $(\triangle)$

5-أ) $f'(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}=g(x)$ 0.25

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

ب) f متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و متناقصة تماما على $[0;+\infty[$ 0.25

جدول تغيرات f 0.5

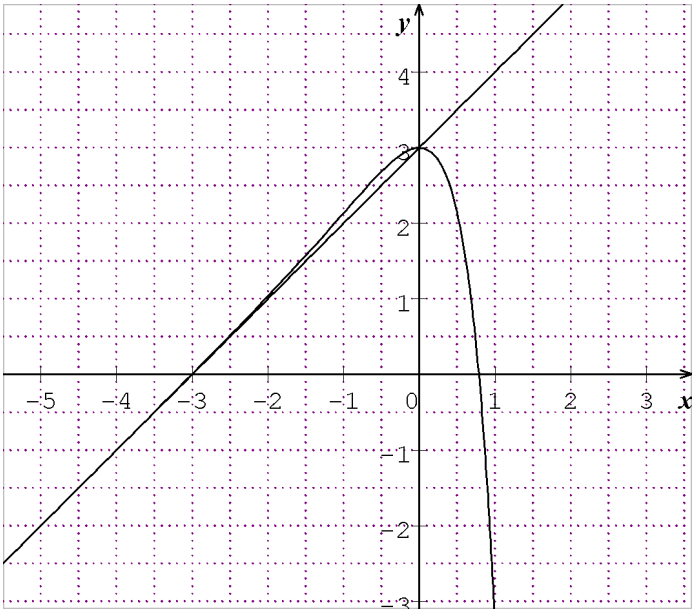
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-\infty$	3	$+\infty$

6) بما أن f مستمرة و متزايدة تماما على $[-3.5;-3]$ و $f(-3.5).f(-3)<0$ و بما أن f مستمرة و متناقصة تماما على $[0.5;1]$ و $f(0.5).f(1)<0$.

فإنه يوجد عددان حقيقيان α و β وحيدان من $]-3.5;-3[$ و $]0.5;1[$ على الترتيب بحيث: $f(\alpha)=0$ و $f(\beta)=0$ و ذلك حسب مبرهنة القيم المتوسطة.....

وعليه المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $A(\alpha;0)$ و $B(\beta;0)$ 0.5

7) رسم $(\triangle)$ و (C_f)



0.75.....

8) $h(x)=\dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

أ) من أجل $x\neq 0$ لدينا : $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=h(x)$ 0.25

ب) $h'(x)=-\dfrac{1}{x^2}f'\left(\dfrac{1}{x}\right)$ أي: $h'(x)=-\dfrac{1}{x^2}.g\left(\dfrac{1}{x}\right)$ 0.25

جدول إشارة $h'(x)$ 0.25

x	$-\infty$	$\|\|$	0	$+\infty$

$h'(x)$	- - - - + + + +

من جدول إشارة $h'(x)$ نستنتج أن h متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ و متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ 0.25

جدول تغيرات h مع النهايات:.....0.25

x		0	$+\infty$ $-\infty$
$h'(x)$	- - -	+ +	
$h(x)$	3 $-\infty$	$-\infty$	3