Introducción

Actividades

1. Explica al menos tres similitudes y tres diferencias entre las ondas sonoras y las ondas luminosas.

Respuesta abierta. Entre las similitudes podemos incluir que solo transmiten energía, pero no materia, que su velocidad varía según el medio en el que se encuentren, que dan lugar a fenómenos de reflexión, que provocan interferencias cuando se encuentran dos ondas tanto si son sonoras como si son luminosas, etc. Entre las diferencias, las sonoras necesitan un medio físico para propagarse y, aumenta su velocidad con la «consistencia» del medio mientras que las luminosas se pueden propagar por el vacío y su velocidad disminuye con la rigidez del medio; las sonoras transmiten la energía de forma más continua mientras que las luminosas la transmiten mediante cuantos, por lo que, en parte, tienen un comportamiento corpuscular; las sonoras se transmiten, básicamente, en tres dimensiones mientras que las luminosas se transmiten en línea recta en ausencia de medio soporte, etc.

2. Analiza qué es lo que sucede cuando un avión «rompe» la barrera del sonido.

Respuesta abierta. Lo que sucede es que el sonido que crea el avión, esto es, la onda de presión que provoca, va a la misma velocidad que el propio avión con lo que la onda de presión interfiere constructivamente con todas las que se han ido creando anteriormente, por lo que la onda de presión aumenta su energía de forma significativa, provocando un potente impacto sónico de una intensidad y una potencia claramente superiores a la que produce el avión en condiciones tanto subsónicas como supersónicas, llegando al punto de provocar rotura de cristales, de superficies débiles o, en el caso de algunas personas, rotura del tímpano.

3. Analiza por qué el sonido va más rápido en un sólido que en un líquido o en un gas y por qué no se propaga por el vacío.

Respuesta abierta. El sonido es una onda de presión por lo, si tiene un medio soporte que lo transmite, se propagará más rápido y conservando la energía de forma más efectiva.

Con un ejemplo se puede ver mejor. Utilizamos un cilindro hueco de un material rígido al que cubrimos las bases circulares con un material elástico. En una de las bases golpeamos con el puño mientras que, en la parte externa de la otra, y en contacto ligero, colocamos una canica.

Si la estructura cilíndrica está llena de aire, llegará un efecto a la canica que hará que se mueva y lo hará más rápidamente cuanto mayor sea la fuerza empleada en el puñetazo. Si en vez de aire lo llenamos de agua, el efecto será claramente mayor (y se transmitirá mucho más rápidamente) ya que el agua transmitirá la energía con menos pérdidas. Si cambiamos el agua por harina, el efecto será mayor y todavía será superior (aunque más doloroso en el puño) si llenamos el cilindro de metal o de piedras. Si hacemos el vacío en el interior, la base donde golpeamos vibrará, pero no podrá transmitir la energía por el interior del cilindro ya que no hay nada que lo transmita.

Actividades

1. Explica mediante un ejemplo el transporte de energía en una onda. ¿Existe un transporte efectivo de masa? Razona la respuesta.

Respuesta abierta. En algunos casos, como las olas del mar, hay un cierto transporte de masa debido al rozamiento entre las partículas, pero, si no existiese rozamiento, o si analizamos una gran cantidad de materia, no existe transporte de materia efectivo.

2. ¿El movimiento de una onda es uniforme o uniformemente acelerado? Razona la respuesta.

El movimiento de una onda es uniforme, porque al no existir masa que se mueva, no hay posibilidad de aceleración.

3. Una onda armónica transversal viaja por una cuerda con una velocidad de propagación v = 12 cm/s, una amplitud A = 1 cm y una longitud de onda λ = 6 cm. Determina la frecuencia y el número de onda.

La onda se propaga con movimiento rectilíneo y uniforme. No hay movimiento de materia. Aplicamos la ecuación del MRU.

$$\lambda = v\,T = v/f \;\Rightarrow\; f = v/\lambda \;\Rightarrow\; 12\ \text{cm s}^{-1}/6\ \text{cm} = 2\ \text{Hz} \quad ; \quad k = 2\,\pi/\lambda = 105\ \text{rad m}^{-1}.$$

4. Una onda transversal se propaga por un medio elástico con una velocidad v, una amplitud A_o y una frecuencia f_o. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones:

a) **Determina en qué proporción cambiarían la longitud de onda, la velocidad de propagación, el periodo y la amplitud si se actúa sobre el centro emisor de ondas reduciendo a la mitad la frecuencia de oscilación.**

La longitud de onda se duplica, la velocidad no varía, el periodo se duplica y la amplitud no varía. En efecto: Si $f_1 = f_0/2$ y las demás magnitudes no varían se cumple:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{\dfrac{v_1}{f_1}}{\dfrac{v_0}{f_0}} = \frac{v_1\,f_0}{v_0\,f_1} = 2 \quad ; \quad \lambda_1 = 2\,\lambda_0$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{\dfrac{1}{f_1}}{\dfrac{1}{f_0}} = \frac{f_0}{f_1} = 2 \quad ; \quad T_1 = 2\,T_0$$

b) **Sin alterar su frecuencia f_0, se modifica la amplitud de la onda haciendo que aumente al doble. ¿En qué proporción cambiarían la velocidad de la onda, la velocidad máxima de las partículas del medio y la longitud de onda?**

La velocidad de la onda no varía, la velocidad de oscilación se duplica y la longitud de onda no varía. La amplitud de la onda depende exclusivamente de la velocidad con que vibra la partícula que origina la onda: $v = A\,\omega \cos \omega\, t$. La velocidad máxima de vibración es directamente proporcional a la amplitud.

5. ¿Cómo debe aumentar la tensión en una cuerda para que la velocidad de propagación de una onda se duplique? ¿Influye la velocidad transversal de un punto de la cuerda en la velocidad de propagación?

La velocidad de propagación de una onda por una cuerda depende de la tensión de la cuerda, como indica la igualdad $v_p = \sqrt{\dfrac{F}{\eta}}$.

De acuerdo con ella, la tensión debe ser cuatro veces mayor para que la velocidad sea el doble.

La velocidad transversal de los puntos del medio no influye en la velocidad de propagación de la onda, que solamente depende de las características de la cuerda.

6. Cuando un músico tensa una cuerda de su instrumento, ¿cómo influye esta operación en las magnitudes que se indican?

a) **La velocidad de propagación de las ondas.**

Cuando una cuerda se tensa, aumenta la velocidad de propagación de la onda, como ya hemos visto.

b) **La frecuencia del sonido.**

Con relación a la frecuencia, se hará mayor, pues la longitud de onda resonante se mantiene, pero la velocidad de propagación ha variado.

7. Una onda viene dada por la ecuación $y(x, t) = 0{,}2 \cos (50\, t + x)$ (SI).

a) **¿En qué sentido se propaga?**

El signo (+) indica que la onda se propaga en sentido negativo del eje Ox.

b) **¿Cuál es su longitud de onda?**

La longitud de onda se obtiene a partir del número de onda $k = \dfrac{2\,\pi}{\lambda}$:

$$\lambda = \frac{2\,\pi}{k} = \frac{2\,\pi}{1} = 2\,\pi\ \text{m}.$$

***c)* ¿Con qué velocidad se propaga?**

La velocidad de propagación será: $v = \lambda\, f = 2\,\pi\ \text{m} \times \dfrac{50}{2\,\pi}\ \text{s}^{-1} = 50\ \text{m s}^{-1}.$

8. Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s.

***a)* ¿Qué distancia mínima hay, en un cierto instante, entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60º?**

Hallamos en primer lugar la longitud de onda y el número de onda:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{350\ \text{m s}^{-1}}{500\ \text{s}^{-1}} = 0{,}7\ \text{m} \quad ; \quad k = \frac{2\,\pi}{\lambda} \approx 2{,}85\,\pi\ \text{m}^{-1}.$$

Diferencia de fase en función de las distancias: $\delta = k\left(x_2 - x_1\right) \approx 2{,}85\,\pi \times \left(x_2 - x_1\right) \approx \dfrac{\pi}{3}.$

de donde se deduce que $x_2 - x_1 \approx \dfrac{1}{8{,}55} \approx 0{,}116\ \text{m}.$

***b)* ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10^{-3} s?**

La diferencia de fase en función de los tiempos viene dada por:

$$\delta = \omega\left(t_2 - t_1\right) = 2\,\pi\, f\left(t_2 - t_1\right) = 2\,\pi \times 500\ \text{Hz} \times 10^{-3}\ \text{s} = \pi = 180º.$$

9. Un oscilador produce ondas circulares en un estanque a intervalos regulares de tiempo. Si hacemos que el oscilador produzca el triple número de ondas por segundo:

***a)* ¿Se triplica el periodo?**

Si hacemos que el oscilador produzca triple número de ondas por segundo, estamos multiplicando por tres la frecuencia. De $T = \dfrac{1}{f}$, se deduce que el periodo se reduce a la tercera parte cuando se triplica la frecuencia.

***b)* ¿Se triplica la frecuencia?**

Se triplica la frecuencia: es un dato del problema.

c) ¿Se triplica la longitud de onda?

La longitud de onda depende de la frecuencia $\lambda = \frac{v}{f}$. Por tanto, para un medio de propagación determinado, la longitud de onda disminuye en un tercio.

d) ¿Las ondas se propagan con triple velocidad?

La velocidad de propagación no depende de la frecuencia, sino de las características del medio.

10. Considera la siguiente ecuación de una onda $y(x, t) = A$ sen $(b\, t - c\, x)$.

a) ¿Qué representan los coeficientes *A*, *b*, *c*? ¿Cuáles son sus unidades?

La ecuación de una onda viene dada por $y(x, t) = A$ sen $(2\,\pi\, f\, t - k\, x)$. *A* representa la amplitud en metros, *b* representa 2 π veces la frecuencia, s^{-1}, y *c* representa el número de onda en m^{-1}.

b) ¿Qué interpretación tendría que la función fuera «coseno» en lugar de «seno»? ¿Y que el signo dentro del paréntesis fuera positivo en vez de negativo?

La onda se puede expresar tanto en coseno como en seno: basta introducir un desfase de 90°. Si el signo es + quiere decir que la onda se propaga en sentido negativo: $v < 0$.

11. De las propiedades estudiadas, ¿cuáles son específicas de las ondas? ¿Y cuáles se pueden aplicar tanto a las ondas como al movimiento de partículas materiales?

Las propiedades específicas de las ondas son la difracción, la polarización y las interferencias. En cambio, la reflexión y la difracción se pueden aplicar tanto a las ondas como a las partículas materiales. De hecho, el propio Newton explicó estas dos últimas propiedades aplicando su Teoría corpuscular de la luz.

12. ¿Se puede polarizar una onda sonora? ¿Por qué?

La polarización solamente es aplicable, por definición, a las ondas transversales. Por tanto, las ondas sonoras no se pueden polarizar porque son longitudinales.

13. ¿En una interferencia se destruye la energía que propagan las ondas?

En una interferencia no se destruye la energía. Solamente se produce una compensación de energía en el punto de interferencia si ésta es destructiva.

14. ¿Cuándo tiene lugar una interferencia constructiva entre dos ondas idénticas? ¿Y cuándo es destructiva?

La interferencia es constructiva si las ondas llegan en fase al punto de interferencia. Esto ocurre cuando la diferencia entre las distancias recorridas por las ondas desde los centros emisores hasta el punto de interferencia es un múltiplo entero de longitudes de onda.

En cambio, la interferencia es destructiva cuando dicha diferencia es un múltiplo impar de semilongitudes de onda.

15. Dos altavoces que emiten sonidos con la misma frecuencia de 272 Hz y en concordancia de fase están situados en los puntos A y B de un auditorio, como se puede apreciar en la Figura 7.32. Un espectador está situado en el punto P. ¿Podrá oír algo?

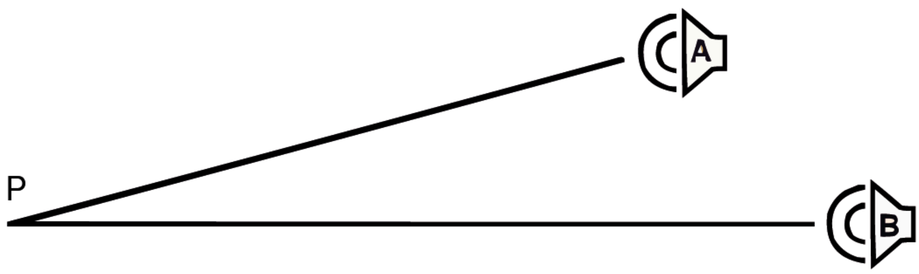

Fig. 7.32.

Datos: *v* = 340 m/s; AP = 50 m; BP = 75 m.

Oirá si los sonidos de los dos altavoces llegan al punto P en fase. Esto ocurre cuando la diferencia de distancias BP y AP es un número entero de longitudes de onda. Es decir, se cumple:

$$x_2 - x_1 = n\,\lambda \quad ; \quad n = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = \frac{x_2 - x_1}{\frac{v}{f}} = \frac{(x_2 - x_1)\,f}{v} = \frac{25\ \text{m} \times 272\ \text{s}^{-1}}{340\ \text{m s}^{-1}} = 20.$$

16. Explica brevemente en qué consiste el fenómeno de la difracción de una onda. ¿Qué condición debe cumplirse para que se pueda observar la difracción de una onda a través de una rendija?

Respuesta abierta. La condición es que el tamaño de la rendija debe ser similar a la longitud de onda.

17. La intensidad y la amplitud de una onda disminuyen con la distancia. ¿Cuál de las dos lo hace más rápido?

De las relaciones $I\,r^2$ = cte. y $A\,r$ = cte., se deduce que la intensidad disminuye más rápidamente con la distancia, puesto que es inversamente proporcional al cuadrado de esta.

18. Cuando una onda se amortigua, ¿cambia su frecuencia? ¿Y su longitud de onda? ¿Y su amplitud?

Para un medio determinado, la energía que transmite una onda solamente depende de la amplitud, como indica la fórmula $E = \frac{1}{2} k\ A^2$. Por tanto, cuando una onda se amortigua, solamente cambia su amplitud.

19. Dos ondas de igual amplitud se propagan con frecuencias 225 Hz y 450 Hz. ¿Cuál propaga más energía? ¿Cuál tiene mayor intensidad?

La energía transmitida por una onda es proporcional al cuadrado de la frecuencia. Por tanto, propaga cuatro veces más de energía la onda de 450 Hz. Lo mismo ocurre con la intensidad.

20. Responde a las siguientes cuestiones:

a) **Explica brevemente qué es una onda estacionaria y cómo se forma.**

La onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos idénticas pero que se propagan el sentido contrario.

b) **¿Qué son los nodos de una onda estacionaria? ¿Qué son los vientres, crestas o antinodos?**

Nodos son los puntos en donde la amplitud resultante de la interferencia es cero. Los vientres son los puntos de máxima amplitud.

21. Responde a estas preguntas:

a) **Escribe la ecuación de una onda estacionaria en una cuerda con sus dos extremos fijos, y explica el significado físico de cada uno de los parámetros que aparecen en ella.**

$y(x,\ t) = 2\ A$ sen $(2\ \pi\ f\ t)$ sen $(k\ x)$, donde A es la amplitud de las ondas que al interferir producen la onda estacionaria, f es la frecuencia y k el número de onda.

b) **Explica qué puntos de la cuerda del apartado anterior permanecen en reposo. ¿Qué puntos oscilan con amplitud máxima?**

Los puntos en reposo y los que tienen la máxima oscilación dependen del valor de sen $(k\ x)$. Permanecen en reposo los puntos nodales cuando sen $(k\ x) = 0$, los puntos que se encuentran a una distancia $x = \lambda/2$. Los puntos con la máxima oscilación son los vientres que cumplen la condición: sen $(k\ x) = 1$, es decir, para valores de $x = (2\ n + 1)\ \frac{\lambda}{4}$.

22. Calcula la ecuación de la onda estacionaria que resulta de la interferencia de las ondas: $y_1(x, t) = 0{,}5 \cos (50\,\pi\, t - \pi\, x)$ e $y_2(x, t) = -0{,}5 \cos (50\,\pi\, t - \pi\, x)$ expresadas en unidades SI.

***a)* ¿Cuál es la amplitud máxima de la onda estacionaria?**

En general una onda estacionaria viene dada por $y(x, t) = 2\,A \operatorname{sen} (k\,x) \operatorname{sen} (2\,\pi\, f\, t)$.

En este caso: $A = 0{,}5$ m, la amplitud de las que interfieren; $2\,\pi\, f = 50\,\pi$ y $k = \pi$.

Por tanto, la ecuación de la onda será: $y(x, t) = \operatorname{sen} (\pi\, x) \operatorname{sen} (50\,\pi\, t)$.

Amplitud máxima: $A_{máx} = 2\,A = 1$ m.

***b)* ¿Qué distancia hay entre dos nodos consecutivos?**

La distancia entre dos nodos consecutivos es:

$$d = \frac{\lambda}{2} = \frac{\frac{2\,\pi}{k}}{2} = \frac{\pi}{k} = \frac{\pi}{\pi\ \text{m}^{-1}} = 1\ \text{m}.$$

23. Admitiendo que los factores que influyen en la velocidad del sonido son la temperatura y la densidad del medio, clasifica de mayor a menor la velocidad de propagación de una onda sonora en los siguientes medios a temperatura ambiente: aire, vidrio, agua y corcho.

La velocidad de propagación disminuye con la densidad. Por tanto, contando con su estado sólido, líquido o gaseoso, el orden será: vidrio, agua, corcho, aire.

24. Calcula la velocidad del sonido en el argón a 20,0 °C. (Coeficiente adiabático del argón: $\gamma = 1{,}67$; $M = 39{,}9 \times 10^{-3}$ kg/mol).

Aplicamos la ecuación:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma\, R\, T}{M}} = \sqrt{\frac{1{,}67 \times 8{,}31\ \text{J mol}^{-1}\ \text{K}^{-1} \times 293\ \text{K}}{39{,}9 \times 10^{-3}\ \text{kg mol}^{-1}}} \approx 319\ \text{m s}^{-1}.$$

25. La velocidad del sonido en un gas a 10 °C es de 200 m/s. ¿Cuál será la velocidad del sonido en dicho gas si la temperatura aumenta hasta 20 °C?

Si v_1 es la velocidad a 10 °C y v_2 es la velocidad a 20 °C, se cumple:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\gamma\, R \times 283\ \text{K}}{M}} \quad ; \quad v_2 = \sqrt{\frac{\gamma\, R \times 293\ \text{K}}{M}}$$

Dividimos miembro a miembro y obtenemos la expresión:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\dfrac{\gamma\ R \times 283\ \text{K}}{M}}}{\sqrt{\dfrac{\gamma\ R \times 293\ \text{K}}{M}}} = \sqrt{\frac{283\ \text{K}}{293\ \text{K}}} \approx 0{,}983 \quad ; \quad v_2 \approx \frac{v_1}{0{,}983} = \frac{200\ \text{m s}^{-1}}{0{,}983} \approx 204\ \text{m s}^{-1}.$$

26. Si el sonido se propaga en un gas a 0 °C con una velocidad de 317 m/s, calcula la masa molar del gas. Dato: *γ* = 7/5.

De la ecuación de la masa molar despejamos esta:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma\ R\ T}{M}} \quad ; \quad M = \frac{\gamma\ R\ T}{v^2} = \frac{\dfrac{7}{5} \times 8{,}31\ \text{J mol}^{-1}\ \text{K}^{-1} \times 273\ \text{K}}{\left(317\ \text{m s}^{-1}\right)^2} \approx 32 \times 10^{-3}\ \text{kg}$$

27. Un barco emite simultáneamente un sonido en el agua y otro sonido en el aire. Si otro barco alejado detecta ambos sonidos con una diferencia de 2 s, ¿a qué distancia están los barcos? Datos: velocidad del sonido: en el aire 340 m/s; en el agua 1500 m/s.

Supongamos que el sonido por el agua ha tardado *t* segundos y *t* + 2 s por el aire. Como la distancia *d* ha sido la misma, se cumple:

$$340\ \text{m s}^{-1} \times \left(t + 2\ \text{s}\right) = 1500\ \text{m s}^{-1} \times t \quad ; \quad t = \frac{68\ \text{s}}{116} \approx 0{,}59\ \text{s}.$$

Y la distancia será: $d \approx 1500\ \text{m s}^{-1} \times 0{,}59\ \text{s} \approx 8{,}8\ 10^2\ \text{m}$.

28. Un ultrasonido se propaga en el aire, *v* = 340 m/s, con una frecuencia de 25 000 Hz. ¿Cuál es la longitud de onda de este ultrasonido?

$$\lambda = v\ T = \frac{v}{f} = \frac{340\ \text{m s}^{-1}}{25000\ \text{s}^{-1}} = 1{,}36 \times 10^{-2}\ \text{m}.$$

29. La velocidad del sonido en el aire es *v* = 340 m/s.

***a)* ¿Cuál es la longitud de onda de la voz de un bajo que canta a una frecuencia de 50 Hz?**

La longitud de onda es la distancia que se propaga la onda en un periodo:

$$\lambda = v\ T = \frac{v}{f} = \frac{340\ \text{m s}^{-1}}{50\ \text{s}^{-1}} = 6{,}8\ \text{m}.$$

***b)* ¿Cuál es la frecuencia de la voz de una soprano que emite sonidos de longitud de onda *λ* = 0,17 m?**

Aplicando la misma ecuación, pero despejando la frecuencia:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = \frac{340 \text{ m s}^{-1}}{0{,}17 \text{ m}} = 2000 \text{ Hz.}$$

30. Un automóvil que viaja hacia una montaña con una velocidad de 72 km/h hace sonar el claxon y recibe el eco a los 2 segundos. ¿A qué distancia está de la montaña cuando recibe el eco?

Supongamos que toca el claxon en el punto A y percibe el eco en el punto B. Si d es la distancia entre A y B y llamamos x a la distancia entre el punto B y la montaña se cumple que $d = 20 \text{ m s}^{-1} \times t$ para el recorrido el automóvil y $d + 2\,x = 340 \text{ m s}^{-1} \times t$ para el recorrido del sonido. De las dos ecuaciones anteriores se tiene:

$$20 \text{ m s}^{-1} \times 2 \text{ s} + 2\,x = 340 \text{ m s}^{-1} \times 2 \text{ s} \quad ; \quad x = \frac{340 \text{ m s}^{-1} \times 2 \text{ s} - 20 \text{ m s}^{-1} \times 2 \text{ s}}{2} = 320 \text{ m.}$$

31. Dos fuentes sonoras que están separadas por una pequeña distancia emiten ondas armónicas de igual amplitud en fase y de frecuencia 1 kHz. Estas ondas se transmiten en el medio a una velocidad de 340 m/s.

***a)* Calcula el número de onda, la longitud de onda y el periodo de la onda resultante de la interferencia entre ellas.**

En la interferencia solamente se modifica la amplitud. Por tanto, las demás magnitudes no varían:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1000 \text{ Hz}} = 10^{-3} \text{ s}$$

$$\lambda = v\,T = 340 \text{ m s}^{-1} \times 10^{-3} \text{ s} = 0{,}34 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi}{0{,}34 \text{ m}} = 18{,}5 \text{ m}^{-1}.$$

***b)* Calcula la diferencia de fase en un punto situado a 1024 m de una fuente y a 990 m de la otra.**

$$\delta = k\left(x_2 - x_1\right) = \frac{2\,\pi\left(x_2 - x_1\right)}{\lambda} = \frac{2\,\pi \times \left(1024 \text{ m} - 990 \text{ m}\right)}{0{,}34 \text{ m}} = 200\,\pi.$$

Llegan en fase.

32. Teniendo en cuenta los datos que se indican en la Tabla 7.2, calcula la velocidad del sonido en una barra de acero.

Material	Módulo *J* (N m^{-2})	Densidad ρ (kg m^{-3})
Aluminio	7×10^{10}	$2,7\times10^{3}$
Latón	9×10^{10}	$8,7\times10^{3}$
Hierro	9×10^{10}	$7,9\times10^{3}$
Acero	20×10^{10}	$7,8\times10^{3}$
Vidrio	$5,4\times10^{10}$	$2,6\times10^{3}$

Tabla 7.2. Módulo de Young y densidad de algunos materiales sólidos.

La velocidad del sonido en los sólidos depende del módulo de Young y de la densidad del material de acuerdo con la igualdad:

$$v = \sqrt{\frac{J}{\rho}} = \sqrt{\frac{20\times10^{10}\ \text{N m}^{-2}}{7,8\times10^{3}\ \text{kg m}^{-3}}} \approx 5,1\times10^{3}\ \text{m s}^{-1}.$$

33. ¿Dónde se propaga con más velocidad el sonido, en el agua del mar o en el agua dulce de una laguna? Razona la respuesta.

La velocidad del sonido en los líquidos depende del módulo volumétrico *B* del líquido (es el mismo para el agua dulce que para el agua salada) y de la densidad de acuerdo con la igualdad:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

El agua del mar es más densa que el agua dulce. Por tanto, el sonido se propaga con más velocidad en el agua dulce.

34. Un foco emite ondas esféricas con potencia P = 1 × 10^{-3} W. Calcula la intensidad y el nivel de intensidad en los siguientes puntos:

Dato: intensidad umbral de audición: I_0 = 10^{-12} W m^{-2}.

***a)* A una distancia de 1 m del foco.**

$$I_1 = \frac{P}{4\,\pi\,r_1^2} = \frac{1\times10^{-3}\ \text{W}}{4\,\pi\times(1\ \text{m})^2} \approx 8\times10^{-5}\ \text{W m}^{-2}\ ;\ \beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} = 10\times\log\frac{8\times10^{-5}\ \text{W m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} \approx 79\ \text{dB}.$$

***b)* A una distancia de 10 m del foco.**

$$I_2 = \frac{P}{4\,\pi\,r_2^2} = \frac{1 \times 10^{-3}\ \text{W}}{4\,\pi \times (10\ \text{m})^2} \approx 8 \times 10^{-7}\ \text{W m}^{-2}\ ;\ \beta_2 = 10\log\frac{I_2}{I_0} = 10 \times \log\frac{8 \times 10^{-7}\ \text{W m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} \approx 59\ \text{dB}.$$

35. Un búho que se encuentra en un árbol a una altura de 20 m emite un sonido cuya potencia sonora es de 3 × 10⁻⁸ W. Si un ratón se acerca a las proximidades del árbol:

Nota: supón que la intensidad umbral de audición del ratón es $I_0 = 10^{-12}$ W m⁻².

***a)* ¿A qué distancia del pie del árbol comenzará a oír el ratón al búho?**

Cuando se encuentre a una distancia en que la intensidad sonora coincida con la intensidad umbral de audición: $I = I_0$.

$$I_0 = \frac{P}{S} < \frac{P}{4\,\pi\,r^2} \quad \Rightarrow \quad r < \sqrt{\frac{P}{4\,\pi\,I_0}} = \sqrt{\frac{3 \times 10^{-8}\ \text{W}}{4\,\pi \times 1 \times 10^{-12}\ \text{W m}^{-2}}} \approx 49\ \text{m}.$$

Este valor representa la distancia entre el ratón y la posición del búho.

Esta distancia es la hipotenusa de un triángulo rectángulo que tiene un cateto de 20 m. La distancia del ratón al pie del árbol será: $d \le \sqrt{(49\ \text{m})^2 - (20\ \text{m})^2} \approx 45\ \text{m}.$

***b)* Calcula el nivel de intensidad sonora percibido por el ratón cuando está junto al árbol.**

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\,\pi\,r^2} = \frac{3 \times 10^{-8}\ \text{W}}{4\,\pi \times (20\ \text{m})^2} \approx 6 \times 10^{-12}\ \text{W m}^{-2}$$

$$\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} = 10 \times \log\frac{6 \times 10^{-12}\ \text{W m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} \approx 7{,}8\ \text{dB}.$$

36. El sonido producido por la sirena de un barco alcanza un nivel de intensidad sonora de 80 dB a 10 m de distancia. Considerando que la sirena actúa como un foco sonoro puntual, calcula:

***a)* La intensidad de la onda sonora a esa distancia y la potencia de la sirena.**

$$I = I_0\,10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{80}{10}} = 10^{-4}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\,\pi\,r^2} \quad \Rightarrow \quad P = 4\,\pi\,I\,r^2 = 4\,\pi \times 10^{-4}\ \text{W m}^{-2} \times (10\ \text{m})^2 \approx 0{,}13\ \text{W}.$$

b) El nivel de intensidad sonora a 500 m de distancia.

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\,\pi\,r^2} = \frac{4\,\pi \times 10^{-2}\ \text{W}}{4\,\pi \times (500\ \text{m})^2} = 4 \times 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}$$

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \times \log \frac{4 \times 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} \approx 46\ \text{dB.}$$

37. Se realizan dos mediciones del nivel de intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual, siendo la primera de 100 dB a una distancia *d* del foco, y la segunda de 80 dB al alejarse en la misma dirección 100 m más.

Dato: intensidad umbral de audición $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

a) Calcula las distancias al foco desde donde se efectúan las mediciones.

$$\left.\begin{aligned} \beta_1 &= 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{\frac{P}{4\,\pi\,d^2}}{I_0} \\ \beta_2 &= 10 \log \frac{\frac{P}{4\,\pi\,d'^2}}{I_0} \end{aligned}\right\} \quad \frac{10^{\frac{\beta_1}{10}}}{10^{\frac{\beta_2}{10}}} = \frac{\dfrac{\frac{P}{4\,\pi\,d^2}}{I_0}}{\dfrac{\frac{P}{4\,\pi\,d'^2}}{I_0}} = \frac{d'^2}{d^2} = 10^{\frac{\beta_1 - \beta_2}{10}}$$

$$d' = d\sqrt{10^{\frac{\beta_1-\beta_2}{10}}} \quad ; \quad d + 100\ \text{m} = d\sqrt{10^{\frac{100-80}{10}}} = 10\,d \quad ; \quad d = \frac{100\ \text{m}}{9} \approx 11{,}1\ \text{m.}$$

$$d \approx 11{,}1\ \text{m} \quad ; \quad d' \approx 111{,}1\ \text{m.}$$

b) Calcula la potencia sonora del foco.

Aplicando las relaciones a cualquiera de las dos fuentes:

$$I_1 = I_0\, 10^{\frac{\beta_1}{10}} = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{100}{10}} = 10^{-2}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I_1 = \frac{P}{S_1} = \frac{P}{4\,\pi\,d^2} \quad \Rightarrow \quad P = 4\,\pi\,I_1\,d^2 \approx 4\,\pi \times 10^{-2}\ \text{W m}^{-2} \times (11{,}1\ \text{m})^2 \approx 16\ \text{W.}$$

38. Una persona situada entre dos montañas dispara una escopeta y oye el eco procedente de cada montaña al cabo de 2 s y 3,5 s.

Dato: velocidad del sonido en el aire: *v* = 340 m/s.

a) ¿Cuál es la distancia entre las dos montañas?

Tras el disparo el sonido se propaga hacia ambas montañas haciendo el recorrido e ida y vuelta en el tiempo indicado. Si llamamos *d* a la distancia entre las montañas, se cumple:

$$2\,d = 340\ \text{m s}^{-1} \times 2\ \text{s} + 340\ \text{m s}^{-1} \times 3{,}5\ \text{s} \quad ; \quad d \approx 935\ \text{m.}$$

b) **Si la potencia sonora inicial producida en el disparo es de 75 W, y suponiendo que el sonido se transmite como una onda esférica sin fenómenos de atenuación o interferencia, calcula el nivel de intensidad sonora con el que la persona escuchará el eco del disparo procedente de la montaña más cercana.**

La montaña más próxima se encuentra a 340 m(ya que el sonido tarda 1 s en llegar a ella), pero el sonido recorre el doble de distancia hasta que se escucha el eco.

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\,\pi\,r^2} = \frac{75\ \text{W}}{4\,\pi \times (640\ \text{m})^2} \approx 1{,}46 \times 10^{-5}\ \text{W m}^{-2}$$

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} = 10 \times \log\frac{1{,}46 \times 10^{-5}\ \text{W m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} \approx 72\ \text{dB.}$$

39. Un altavoz emite con una potencia de 80 W. Suponiendo que el altavoz es una fuente puntual y sabiendo que las ondas sonoras son esféricas, determina:

a) **La intensidad de la onda sonora a una distancia de 10 m del altavoz.**

La intensidad de la onda viene dada por: $I = \frac{P}{S'}$, siendo $S = 4\,\pi\,r^2$ la superficie de los frentes de onda. Por tanto:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\,\pi\,r^2} = \frac{80\ \text{W}}{4\,\pi \times (10\ \text{m})^2} \approx 6{,}4 \times 10^{-2}\ \text{W m}^{-2}.$$

b) **¿A qué distancia de la fuente el nivel de intensidad sonora es de 60 dB?**

Dato: intensidad umbral $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Un nivel de intensidad sonora de 60 dB equivale a una intensidad:

$$I = I_0\, 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{60}{10}} = 10^{-6}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\,\pi\,r^2} \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{P}{4\,\pi\,I}} = \sqrt{\frac{80\ \text{W}}{4\,\pi \times 10^{-6}\ \text{W m}^{-2}}} \approx 2{,}5 \times 10^3\ \text{m.}$$

Ciencia, tecnología y sociedad

Cuestiones

1. Trabajando en grupo, haced una presentación de diapositivas en la que desarrolléis una de las aplicaciones del sonido incluidas en el texto.

Respuesta abierta. Se debe valorar especialmente el interés mostrado en el trabajo y el desarrollo de la aplicación del sonido que han elegido y si es interesante dentro de todas las posibilidades que hay.

2. Según tu opinión, ¿cómo crees que puede un pulso sónico apagar una llama?

Respuesta abierta. Al dar un golpe de presión, elimina por un momento el oxígeno de la zona de combustión por lo que, si se consigue que no haya oxígeno en las proximidades de dicha zona durante el tiempo necesario, la combustión se detendrá por falta de comburente.

3. Entre las aplicaciones que se han descrito, ¿hay alguna que no utilice ultrasonidos?

Respuesta abierta, aunque, entre las que se incluyen, evidentemente el sistema contra incendios ya que utiliza infrafrecuencias en vez de ultrafrecuencias. Las aplicaciones descritas como militares también pueden usar sonidos que no sean ultrasonidos.

4. ¿Qué efectos puede tener sobre una persona que reciba una señal de sonido con intensidades superiores a los 120 dB? ¿Y a los 140 dB?

Respuesta abierta. A partir de 120 dB se producen molestias e incluso dolor en los oídos mientras que, a partir de 140 dB, tienen lugar consecuencias más graves, como rotura de tímpano y otros daños, incluso irreversibles.

Actividades finales

Magnitudes características de una onda

1. Una antena emite una onda de radio de 6 × 10⁷ Hz.

Datos: $c = 3 \times 10^8$ m/s; $v_s = 340$ m/s.

***a)* Explica las diferencias entre esta onda y una onda sonora de la misma longitud de onda, y determina la frecuencia de esta última.**

La onda de radio es electromagnética, se propaga en el vacío a la velocidad de la luz. La onda sonora es mecánica, y no se propaga en el vacío.

$$\lambda_{\text{radio}} = \frac{c}{f_{\text{radio}}} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}}{6 \times 10^7 \text{ s}^{-1}} = 5 \text{ m} \quad ; \quad f_{\text{sonido}} = \frac{v_{\text{sonido}}}{\lambda_{\text{sonido}}} = \frac{340 \text{ m s}^{-1}}{5 \text{ m}} = 68 \text{ Hz}.$$

***b)* La onda de radio penetra en un medio y su velocidad se reduce a 0,75 *c*. Determina su frecuencia y su longitud de onda en ese medio.**

$$\lambda'_{\text{radio}} = \frac{v'}{f_{\text{radio}}} = \frac{0{,}75 \times 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}}{6 \times 10^7 \text{ s}^{-1}} = 3{,}75 \text{ m}.$$

La frecuencia, que es una cualidad intrínseca de la onda, no varía.

2. Uno de los extremos de una cuerda tensa, de 6 m de longitud, oscila transversalmente con un movimiento armónico simple de frecuencia 60 Hz. Las ondas generadas alcanzan el otro extremo de la cuerda en 0,5 s. Calcula la longitud de la onda y el número de onda de las ondas de la cuerda.

Velocidad de propagación: $v = \dfrac{x}{t} = \dfrac{6 \text{ m}}{0{,}5 \text{ s}} = 12 \text{ m s}^{-1}.$

Longitud de onda: $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{12 \text{ m s}^{-1}}{60 \text{ s}^{-1}} = 0{,}20 \text{ m}.$

Número de onda: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi \text{ rad}}{0{,}20 \text{ m}} \approx 31{,}4 \text{ rad m}^{-1}.$

3. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda es $y = 0{,}25 \cos(0{,}50\, t - 0{,}10\, x)$ en el SI. Calcula:

***a)* La frecuencia.**

Comparamos la ecuación que se nos da con la ecuación general del movimiento ondulatorio:

$$y = A\cos(2\,\pi\,f\,t - k\,x) = A\cos 2\,\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

De donde se deduce que:

$$2\,\pi\,f = 0{,}50 \text{ rad s}^{-1} \quad ; \quad f = \frac{0{,}50 \text{ rad s}^{-1}}{2\,\pi \text{ rad}} \approx 0{,}080 \text{ Hz.}$$

***b)* La longitud de onda.**

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} \quad ; \quad \lambda = \frac{2\,\pi}{k} = \frac{2\,\pi \text{ rad}}{0{,}10 \text{ rad m}^{-1}} \approx 63 \text{ m.}$$

***c)* La velocidad de propagación.**

$$v = \lambda\,f \approx 63 \text{ m} \times 0{,}080 \text{ s}^{-1} \approx 5{,}0 \text{ m s}^{-1}.$$

También se puede obtener la velocidad dividiendo el coeficiente que multiplica al tiempo entre el que multiplica a la posición, que se encuentran en la expresión de la onda, con el signo contrario:

$$v = -\frac{0{,}50 \text{ rad s}^{-1}}{0{,}10 \text{ rad m}^{-1}} = -5{,}0 \text{ m s}^{-1}.$$

Donde no es habitual que se cometan errores de aproximación.

4. Una cuerda puesta en el eje O*x* vibra según el eje O*y* con un movimiento ondulatorio de ecuación: *y*(*x*, *t*) = 0,002 sen (300 *t* + 60 *x*) en unidades SI. Calcula:

***a)* El sentido y la velocidad con que se propaga la onda.**

La velocidad se obtiene dividiendo el coeficiente que multiplica al tiempo entre el que multiplica a la posición, que se encuentran en la expresión de la onda, con un cambio de signo:

$$v = -\frac{300 \text{ rad s}^{-1}}{60 \text{ rad m}^{-1}} = -5{,}0 \text{ m s}^{-1}.$$

Siempre que el signo asociado a los coeficientes del tiempo y la posición en la expresión de la onda sea el mismo, la onda se propaga en sentido negativo, en este caso del eje O*x*.

***b)* La longitud de onda y la frecuencia del movimiento.**

La longitud de onda y la frecuencia se deducen comparando la ecuación que se nos da con la ecuación general del movimiento ondulatorio:

$$y = A\,\mathrm{sen}(2\,\pi\,f\,t - k\,x) = A\,\mathrm{sen}\,2\,\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$2\,\pi\,f = 300\ \mathrm{rad\ s^{-1}}\ ;\ f = \frac{300\ \mathrm{rad\ s^{-1}}}{2\,\pi\ \mathrm{rad}} \approx 47{,}7\ \mathrm{Hz}\quad ;\quad k = \frac{2\,\pi}{\lambda}\ ;\ \lambda = \frac{2\,\pi}{k} = \frac{2\,\pi\ \mathrm{rad}}{60\ \mathrm{rad\ m^{-1}}} \approx 0{,}10\ \mathrm{m}.$$

5. La onda y_1 = 0,3 cos (200 t – 0,050 x_1) se propaga por el mismo medio que y_2 = 0,3 cos (200 t – 0,050 x_2) (SI).

***a)* ¿Con qué velocidad se propagan?**

De la ecuación de las ondas se deduce que:

$$f = \frac{200}{2\,\pi}\mathrm{Hz}\quad ;\quad \lambda = \frac{2\,\pi}{0{,}05}\mathrm{m}\quad ;\quad v = \lambda\,f = \frac{2\,\pi}{0{,}05}\mathrm{m}\times\frac{200}{2\,\pi}\mathrm{Hz} = 4000\ \mathrm{m\ s^{-1}}.$$

***b)* Las ondas se anulan en un punto x_1, distante 10 m del centro emisor de la primera onda. Calcula el valor más pequeño de x_2 para el que este hecho sucede.**

Si las ondas se anulan en el punto indicado, la interferencia es destructiva, y, por tanto, la diferencia $x_2 - x_1$ es un múltiplo impar de semilongitudes de onda:

$$x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}\quad ;\quad x_2 = x_1 + \frac{\lambda}{2} \approx 10\ \mathrm{m} + 63\ \mathrm{m} = 73\ \mathrm{m}.$$

6. La ecuación de una onda es: $y(x, t)$ = 6 × 10^{-6} cos (1900 t + 5,72 x) en unidades SI. Calcula la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

La longitud de onda y la frecuencia se deducen comparando la ecuación que se nos da con la ecuación general del movimiento ondulatorio:

$$y = A\cos(2\,\pi\,f\,t - k\,x) = A\cos 2\,\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$2\,\pi\,f = 1900\ \mathrm{rad\ s^{-1}}\quad ;\quad f = \frac{1900\ \mathrm{rad\ s^{-1}}}{2\,\pi\ \mathrm{rad}} \approx 302{,}4\ \mathrm{Hz}\quad ;\quad \lambda = \frac{2\,\pi}{k} = \frac{2\,\pi\ \mathrm{rad}}{5{,}72\ \mathrm{rad\ m^{-1}}} \approx 1{,}10\ \mathrm{m}.$$

por tanto, la velocidad de propagación es:

$v = \lambda\,f \approx 1{,}10\ \mathrm{m}\times 302{,}4\ \mathrm{s^{-1}} \approx 333\ \mathrm{m\ s^{-1}}$, en sentido negativo del eje Ox.

También se puede obtener dividiendo el coeficiente que multiplica al tiempo entre el que multiplica a la posición, de la expresión de la onda, con un cambio de signo:

$$v = -\frac{1900\ \text{rad s}^{-1}}{5{,}72\ \text{rad m}^{-1}} \approx -332\ \text{m s}^{-1}.$$

7. La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es *y*(*x*, *t*) = 0,20 cos (0,50 *x* – 200 *t*), donde *x* e *y* se miden en metros y *t* en segundos. Calcula la velocidad de fase y la velocidad transversal de un punto de la cuerda en *x* = 40,0 m en el instante *t* = 0,15 s.

La velocidad de fase (velocidad de propagación) se obtiene dividiendo el coeficiente que multiplica al tiempo entre el que multiplica a la posición, que se encuentran en la expresión de la onda, con un cambio de signo:

$$v = -\frac{-200\ \text{rad s}^{-1}}{0{,}50\ \text{rad m}^{-1}} = +400\ \text{m s}^{-1}.$$

La velocidad transversal de las partículas se obtiene derivando la ecuación de la onda:

$$v_y = \frac{\text{d}y}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\left[0{,}20\ \text{m} \times \cos\left(0{,}50\ x - 200\ t\right)\right]}{\text{d}t} = -40\ \text{m s}^{-1} \times \text{sen}\left(0{,}50\ x - 200\ t\right).$$

que en el punto indicado toma el valor:

$$v_{y(x=40\ \text{m},\ t=0{,}15\ \text{s})} = -40\ \text{m s}^{-1} \times \text{sen}\left(0{,}50\ \text{rad m}^{-1} \times 40\ \text{m} - 200\ \text{rad s}^{-1} \times 0{,}15\ \text{s}\right)$$

$$v_{y(x=40\ \text{m},\ t=0{,}15\ \text{s})} = -40\ \text{m s}^{-1} \times \text{sen}\left(-10\ \text{rad}\right) \approx 22\ \text{m s}^{-1}.$$

8. Se hace vibrar un extremo de una cuerda larga con un periodo de 2,0 s y una amplitud de 4,0 cm, con forma cosenoidal y sin fase inicial. La velocidad de las ondas es de 0,50 m/s. Calcula:

***a)* El desplazamiento de una partícula situada a 1,00 m del centro emisor en los tiempos *t* = 4,0 s, 4,5 s y 5,0 s.**

Las partículas del medio están animadas de m.a.s. definido por la ecuación $y\left(t\right) = A\cos\left(\omega\ t + \varphi\right)$. En este caso, $A = 4{,}0\ \text{cm} = 4{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m}$, $\omega = \frac{2\ \pi}{T} = \frac{2\ \pi}{2{,}0\ \text{s}} = \pi\ \text{rad s}^{-1}$ y $\phi = 0$, como indica el enunciado.

Por tanto, la ecuación del movimiento es: $y\left(t\right) = 4{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m} \times \cos \pi\ t$.

Con los datos que nos dan podemos calcular el valor de k que nos va a permitir hallar la ecuación de la onda:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{\pi \text{ rad s}^{-1}}{0{,}50 \text{ m s}^{-1}} = 2\,\pi \text{ rad m}^{-1}$$

Este m.a.s. se transmite por el medio mediante una onda cuya ecuación es:

$$y(x,t) = 4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m} \times \cos(\pi\, t - 2\,\pi x)$$

La elongación de la partícula x = 1,00 m en los tiempos indicados es:

$$y_{(x=1{,}00\text{ m},\ t=4{,}0\text{ s})} = 4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m} \times \cos(\pi \times 4{,}0 - 2\,\pi \times 1{,}00) = 4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

$$y_{(x=1{,}00\text{ m},\ t=4{,}5\text{ s})} = 4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m} \times \cos(\pi \times 4{,}5 - 2\,\pi \times 1{,}00) = 0$$

$$y_{(x=1{,}00\text{ m},\ t=5{,}0\text{ s})} = 4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m} \times \cos(\pi \times 5{,}0 - 2\,\pi \times 1{,}00) = -4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

***b)* El desplazamiento de las partículas situadas a las distancias 0,25; 0,75 y 1,00 m del centro emisor para *t* = 2 s.**

Aplicamos la misma ecuación para las partículas que se indican:

$$y_{(x=0{,}25\text{ m},\ t=2{,}0\text{ s})} = 4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m} \times \cos(\pi \times 2{,}0 - 2\,\pi \times 0{,}25) = 0$$

$$y_{(x=0{,}75\text{ m},\ t=2{,}0\text{ s})} = 4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m} \times \cos(\pi \times 2{,}0 - 2\,\pi \times 0{,}75) = 0$$

$$y_{(x=1{,}00\text{ m},\ t=2{,}0\text{ s})} = 4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m} \times \cos(\pi \times 2{,}0 - 2\,\pi \times 1{,}00) = 4{,}0 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

9. Una onda armónica senoidal que se desplaza en el sentido positivo del eje O*x* tiene una amplitud de 10 cm, una longitud de onda de 60 cm y una frecuencia de 10 Hz. El desplazamiento transversal en *x* = 0 y *t* = 0 es 10 cm. Calcula:

***a)* El número de onda.**

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi \text{ rad}}{0{,}60 \text{ m}} \approx 10 \text{ rad m}^{-1}$$

***b)* El periodo.**

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10 \text{ s}^{-1}} = 0{,}1 \text{ s}$$

***c)* La frecuencia angular.**

$$\omega = 2\,\pi\, f = 2\,\pi \text{ rad} \times 10 \text{ Hz} \approx 62{,}8 \text{ rad s}^{-1}$$

d) **La velocidad de propagación.**

$$v_p = \lambda\ f = 0{,}60\ \text{m}\ 10\ \text{Hz} = 6\ \text{m s}^{-1}$$

e) **La función de onda.**

$$y = A\cos(\omega\ t - k\ x) = 0{,}10\ \text{m} \times \cos\left(20\ \pi\ t - \frac{10\ \pi\ x}{3}\right)$$

10. Cierta onda está descrita por la ecuación $\phi(x, t) = 0{,}02$ sen $(t - x/4)$, expresado en unidades SI. Determina:

a) **La frecuencia de la onda y su velocidad de propagación.**

Comparando la ecuación que se nos da con la ecuación general del movimiento ondulatorio:

$$y = A\ \text{sen}(2\ \pi\ f\ t - k\ x) = A\ \text{sen}\,2\ \pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$2\ \pi\ f = 1\ \text{rad s}^{-1} \quad ; \quad f = \frac{1\ \text{rad s}^{-1}}{2\ \pi\ \text{rad}} = \frac{1}{2\ \pi}\text{s}^{-1} \approx 0{,}16\ \text{Hz} \quad ; \quad v = -\frac{1}{-\frac{1}{4}} = 4\ \text{m s}^{-1}.$$

b) **La distancia existente entre dos puntos consecutivos que vibran con una diferencia de fase de 120º.**

Aplicando el valor del desfase:

$$\delta = k\left(x_2 - x_1\right) \quad ; \quad x_2 - x_1 = \frac{\delta}{k} = \frac{\frac{2\ \pi}{3}\ \text{rad}}{\frac{1}{4}\ \text{rad m}^{-1}} = \frac{8\ \pi}{3}\ \text{m} \approx 8{,}4\ \text{m}.$$

11. Una onda armónica cuya frecuencia es de 50 Hz, se propaga en el sentido positivo del eje *Ox.* Sabiendo que la diferencia de fase, en un instante dado, para dos puntos separados 20 cm es de 90°:

a) **Determina el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.**

El periodo es la inversa de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50\ \text{Hz}} = 0{,}02\ \text{s}.$$

Como dos puntos separados 20 cm tienen una diferencia de fase de 90º la longitud de onda será (ponemos signo negativo porque se desplaza en el sentido positivo del eje O*x*):

$$\delta = \left(2\,\pi\,f\,t - \frac{2\,\pi\,x_1}{\lambda}\right) - \left(2\,\pi\,f\,t - \frac{2\,\pi\,x_2}{\lambda}\right) = \frac{2\,\pi}{\lambda}\left(x_2 - x_1\right)$$

$$\lambda = \frac{2\,\pi}{\delta}\left(x_2 - x_1\right) = \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{\frac{\pi}{2}\,\text{rad}} \times 0{,}20\ \text{m} = 0{,}80\ \text{m}.$$

Y la velocidad de propagación es:

$$v = \lambda\,f = 0{,}80\ \text{m} \times 50\ \text{s}^{-1} = 40\ \text{m s}^{-1}.$$

***b)* En un punto dado, ¿qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s?**

El valor del desfase es:

$$\delta = \left(2\,\pi\,f\,t_1 - k\,x\right) - \left(2\,\pi\,f\,t_2 - k\,x\right) = 2\,\pi\,f\left(t_1 - t_2\right)$$

$$\delta = 2\,\pi\ \text{rad} \times 50\ \text{Hz} \times 0{,}01\ \text{s} = \pi\ \text{rad} = 180º.$$

12. Una onda de frecuencia 500 Hz tiene una velocidad de fase de 300 m/s.

***a)* ¿Cuál es la separación entre dos puntos que tengan una diferencia de fase de 60°?**

Hallamos en primer lugar la longitud de onda y el número de onda:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300\ \text{m s}^{-1}}{500\ \text{s}^{-1}} = 6{,}00 \times 10^{-1}\ \text{m}$$

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{0{,}600\ \text{m}} = \frac{10}{3}\,\pi\ \text{rad m}^{-1}.$$

Diferencia de fase en función de las distancias:

$$\delta = \left(2\,\pi\,f\,t - k\,x_1\right) - \left(2\,\pi\,f\,t - k\,x_2\right) = k\left(x_2 - x_1\right)$$

$$x_2 - x_1 = \frac{\delta}{k} = \frac{60º \times \frac{\pi\ \text{rad}}{180º}}{\frac{10}{3}\,\pi\ \text{rad m}^{-1}} = 0{,}10\ \text{m}.$$

***b)* ¿Cuál es la diferencia de fase entre dos elongaciones en un mismo punto que estén separadas por un intervalo de tiempo de una milésima de segundo?**

El desfase, en este caso, vale:

$$\delta = (2\ \pi\ f\ t_1 - k\ x) - (2\ \pi\ f\ t_2 - k\ x) = 2\ \pi\ f\ (t_1 - t_2)$$
$$\delta = 2\ \pi\ \text{rad} \times 500\ \text{Hz} \times 0{,}001\ \text{s} = \pi\ \text{rad} = 180º.$$

13. La ecuación de una onda es *y*(*x*, *t*) = 25 sen (0,40 *t* – 3,14 *x*) expresada en unidades del SI. Calcula:

***a)* Los puntos que están en fase y en oposición de fase.**

En primer lugar, hallamos la longitud de onda. De la ecuación que se nos da se deduce que:

$$f = \frac{0{,}40\ \text{rad s}^{-1}}{2\ \pi\ \text{rad}} = \frac{1}{5\ \pi}\ \text{s}^{-1}$$
$$\lambda = \frac{2\ \pi\ \text{rad}}{3{,}14\ \text{rad m}^{-1}} \approx 2\ \text{m}.$$

Estarán en fase todos aquellos puntos que disten entre sí 2 *n* metros, como se deduce de la condición de interferencia constructiva:

$$d = x_2 - x_1 = n\ \lambda = 2\ n\ .$$

Estarán en oposición de fase aquellos que cumplan la condición $d = x_2 - x_1 = (2\ n + 1)\frac{\lambda}{2}$.

Es decir, en este caso todos aquellos que disten entre sí (2 *n* + 1) m.

***b)* ¿Qué tiempo debe transcurrir para que un punto situado a 5,0 m del foco tenga velocidad máxima?**

La velocidad transversal de un punto del medio se obtiene derivando la ecuación del movimiento.

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d\left[25\ \text{m} \times \text{sen}(0{,}40\ t - 3{,}14\ x)\right]}{dt} = 10\ \text{m s}^{-1} \times \cos(0{,}40\ t - 3{,}14\ x).$$

Cuyo valor máximo tiene lugar cuando se cumple que cos (0,40 *t* – 3,14 *x*) = 1; es decir, cuando la fase vale 0,40 rad s^{-1} *t* – 3,14 rad m^{-1} *x* = 0.

De donde $t = \frac{3{,}14\ \text{rad m}^{-1} \times x}{0{,}40\ \text{rad s}^{-1}} = \frac{3{,}14\ \text{rad m}^{-1} \times 5{,}0\ \text{m}}{0{,}40\ \text{rad s}^{-1}} \approx 39{,}3\ \text{s}.$

14. Por una cuerda tensa situada sobre el eje *Ox* se transmite una onda con una velocidad de 8 m/s. La ecuación de dicha onda viene dada por: *y*(*x*, *t*) = 0,2 sen (4 π *t* + *k x*) (unidades SI).

***a)* Determina el valor de *k* y el sentido del movimiento de la onda. Calcula el periodo y la longitud de onda y reescribe la ecuación de la onda en función de estos parámetros.**

Comparamos con la ecuación $y = A\ \text{sen}(\omega\ t + k\ x)$. El valor de *k* se obtiene al calcular *λ* con la velocidad:

$$v = \lambda\ f \quad ; \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{v}{\dfrac{\omega}{2\ \pi}} = \frac{2\ \pi\ v}{\omega}$$

$$k = \frac{2\ \pi}{\lambda} = \frac{2\ \pi}{\dfrac{2\ \pi\ v}{\omega}} = \frac{\omega}{v} = \frac{4\ \pi\ \text{rad s}^{-1}}{8\ \text{m s}^{-1}} = \frac{\pi}{2}\text{rad m}^{-1}.$$

El sentido del movimiento es el sentido negativo del eje *Ox*, ya que la expresión del tiempo y la de la posición en la ecuación de la onda tienen el mismo signo.

El periodo se obtiene de: $T = \dfrac{2\ \pi\ \text{rad}}{4\ \pi\ \text{rad s}^{-1}} = 0{,}50\ \text{s}.$

La longitud de onda es: $\lambda = \dfrac{2\ \pi\ v}{\omega} = \dfrac{2\ \pi\ \text{rad} \times 8\ \text{m s}^{-1}}{4\ \pi\ \text{rad s}^{-1}} = 4\ \text{m}.$

Y la ecuación de la onda es:

$$y = A\ \text{sen}2\ \pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) = 0{,}2\ \text{m} \times \text{sen}2\ \pi\left(\frac{t}{0{,}50} + \frac{x}{4}\right).$$

***b)* Determina la posición, la velocidad y la aceleración de un punto de la cuerda correspondiente a *x* = 40 cm en el instante *t* = 2 s.**

$$y_{(x=0{,}40\ \text{m},\ t=2\ \text{s})} = 0{,}2\ \text{m} \times \text{sen}2\ \pi\left(2\ t + \frac{x}{4}\right) = 0{,}2\ \text{m} \times \text{sen}2\ \pi\left(2 \times 2 + \frac{0{,}40}{4}\right) \approx +0{,}12\ \text{m}.$$

$$v_y = \frac{\text{d}y}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\left[0{,}2\ \text{m} \times \text{sen}2\ \pi\left(2\ t + \dfrac{x}{4}\right)\right]}{\text{d}t} \approx 2{,}5\ \text{m s}^{-1} \times \cos 2\ \pi\left(2\ t + \frac{x}{4}\right)$$

$$v_{y(x=0{,}40\ \text{m},\ t=2\ \text{s})} \approx 2{,}5\ \text{m s}^{-1} \times \cos 2\ \pi\left(2 \times 2 + \frac{0{,}40}{4}\right) \approx 2{,}0\ \text{m s}^{-1}.$$

v

$$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\left[2{,}5\ \mathrm{m\ s^{-1}} \times \cos 2\,\pi\left(2\,t + \dfrac{x}{4}\right)\right]}{\mathrm{d}t} \approx -32\ \mathrm{m\ s^{-2}} \times \mathrm{sen}\,2\,\pi\left(2\,t + \frac{x}{4}\right)$$

$$v_{y(x=0{,}40\ \mathrm{m},\ t=2\ \mathrm{s})} \approx -32\ \mathrm{m\ s^{-2}} \times \mathrm{sen}\,2\,\pi\left(2 \times 2 + \frac{0{,}40}{4}\right) \approx -19\ \mathrm{m\ s^{-2}}.$$

Ecuación de ondas armónicas

15. Una onda armónica se propaga por una cuerda de derecha a izquierda con una velocidad de 8 m/s. Su periodo es 0,5 s y su amplitud es de 0,3 m.

***a)* Escribe la ecuación de la onda razonando cómo se obtiene el valor de cada una de las variables que intervienen en ella.**

Lo hacemos utilizando la ecuación:

$$y = A\cos(\omega\,t + k\,x) = 0{,}3\ \mathrm{m} \times \cos\left(4\,\pi\,t + \frac{\pi\,x}{2}\right) = 0{,}3\ \mathrm{m} \times \cos 2\,\pi\left(2\,t + \frac{x}{4}\right)$$

El valor de k se obtiene al calcular λ con la velocidad y ω con el periodo:

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} = \frac{2\,\pi\ \mathrm{rad}}{0{,}5\ \mathrm{s}} = 4\,\pi\ \mathrm{rad\ s^{-1}} \quad ; \quad k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi}{\dfrac{2\,\pi\,v}{\omega}} = \frac{\omega}{v} = \frac{4\,\pi\ \mathrm{rad\ s^{-1}}}{8\ \mathrm{m\ s^{-1}}} = \frac{\pi}{2}\mathrm{rad\ m^{-1}}.$$

***b)* Calcula la velocidad de una partícula de la cuerda en *x* = 2 m en el instante *t* = 1 s.**

$$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\left[0{,}3\ \mathrm{m} \times \cos\left(4\,\pi\,t + \dfrac{\pi\,x}{2}\right)\right]}{\mathrm{d}t} \approx -3{,}8\ \mathrm{m\ s^{-1}} \times \mathrm{sen}\left(4\,\pi\,t + \frac{\pi\,x}{2}\right)$$

$$v_{y(x=2\ \mathrm{m},\ t=1\ \mathrm{s})} \approx -3{,}8\ \mathrm{m\ s^{-1}} \times \mathrm{sen}\left(4\,\pi \times 1 + \frac{\pi \times 2}{2}\right) = 0.$$

El resultado sería distinto al utilizar la función seno en vez de la función coseno.

16. Una onda armónica transversal de longitud de onda *λ* = 1 m se desplaza en el sentido positivo del eje O*x*. En la Figura 7.43 se muestra la elongación, *y*, del punto de coordenada *x* = 0 en función del tiempo (SI). Determina:

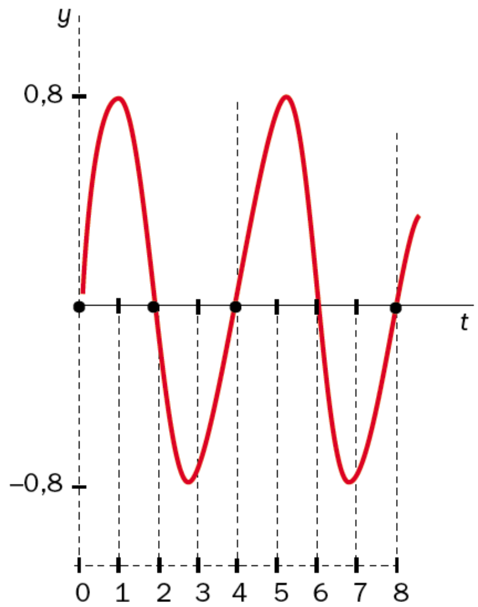

Fig. 7.43.

***a)* La velocidad de propagación de la onda.**

De la figura se deduce: A = 0,8 m; T = 4 s; x = 0 para t = 0, por lo que:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1\ \text{m}}{4\ \text{s}} = 0{,}25\ \text{m s}^{-1}.$$

***b)* La expresión matemática que describe esta onda.**

Por la forma que tiene la onda, se aplica la función seno en la ecuación:

$$y = A\ \text{sen}\left(\omega\ t - k\ x\right) = 0{,}8\ \text{m} \times \text{sen}\left(\frac{\pi\ t}{2} - 2\ \pi\ x\right).$$

El valor de k se obtiene al calcular λ con la velocidad y ω con el periodo:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1\ \text{m}}{4\ \text{s}} = 0{,}25\ \text{m s}^{-1} \quad ; \quad \omega = \frac{2\ \pi}{T} = \frac{2\ \pi\ \text{rad}}{4\ \text{s}} = \frac{\pi}{2}\text{rad s}^{-1} \quad ; \quad k = \frac{2\ \pi}{\lambda} = \frac{2\ \pi\ \text{rad}}{1\ \text{m}} = 2\ \pi\ \text{m}^{-1}.$$

16b. Una onda armónica transversal de amplitud 8 cm y una longitud de onda de 140 cm se propaga en una cuerda tensa orientada en el sentido positivo del eje O*x* con una velocidad de 70 cm/s. El punto de la cuerda de coordenada *x* = 0 (origen de la perturbación) oscila en la dirección del eje O*y*, y tiene en el instante *t* = 0 una elongación de 4 cm y una velocidad de oscilación positiva. Determina:

c) Los valores de la frecuencia angular y del número de onda.

De acuerdo con el enunciado, expresamos las soluciones en cm y s. Del enunciado conocemos: λ = 140 cm; v = 70 cm/s; A = 8 cm. Por tanto:

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} = \frac{2\,\pi}{\frac{\lambda}{v}} = \frac{2\,\pi\,v}{\lambda} = \frac{2\,\pi\text{ rad} \times 70\text{ cm s}^{-1}}{140\text{ cm}} = \pi\text{ rad s}^{-1} \quad ; \quad k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi\text{ rad}}{140\text{ cm}} = \frac{\pi}{70}\text{ rad cm}^{-1}.$$

d) La expresión matemática de la onda.

Hallamos primero la fase inicial. Por tener una posición inicial y una velocidad positiva podemos aplicar la función seno con una fase inicial entre 0 y 90º:

$$y = A\,\text{sen}(\omega\,t - k\,x) = 8\text{ cm} \times \text{sen}\left(\pi\,t - \frac{\pi\,x}{70} + \varphi\right)\ (t\text{ en s, }x\text{ en cm})$$

$$4\text{ cm} = 8\text{ cm} \times \text{sen}\left(\pi \times 0 - \frac{\pi \times 0}{70} + \varphi\right) \quad ; \quad \text{sen}\,\varphi = \frac{4\text{ cm}}{8\text{ cm}} \quad ; \quad \varphi = 30^{o} = \frac{\pi}{6}\text{ rad}.$$

La ecuación de la onda será:

$$y = 8\text{ cm} \times \text{sen}\left(\pi\,t - \frac{\pi\,x}{70} + \frac{\pi}{6}\right)\ (t\text{ en s, }x\text{ en cm}).$$

e) La expresión matemática del movimiento del punto de la cuerda situado a 70 cm del origen.

$$y_{(x=70\text{ cm},\,t)} = 8\text{ cm} \times \text{sen}\left(\pi\,t - \frac{\pi \times 70}{70} + \frac{\pi}{6}\right) = 8\text{ cm} \times \text{sen}\left(\pi\,t - \frac{5\,\pi}{6}\right).$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d\left[8\text{ cm} \times \text{sen}\left(\pi\,t - \frac{5\,\pi}{6}\right)\right]}{dt} \approx 25\text{ cm s}^{-1} \times \cos\left(\pi\,t - \frac{5\,\pi}{6}\right).$$

f) La diferencia de fase de oscilación, en un mismo instante, entre dos puntos de la cuerda que distan entre sí 35 cm.

Diferencia de fase en función de la distancia:

$$\delta = (2\,\pi\,f\,t - k\,x_1) - (2\,\pi\,f\,t - k\,x_2) = k\,(x_2 - x_1) = \frac{\pi}{70}\text{ rad cm}^{-1} \times 35\text{ cm} = \frac{\pi}{2}\text{ rad}.$$

17. Una onda transversal de amplitud A = 5 cm que se propaga por un medio material tarda 2 s en recorrer una distancia de 50 cm, y sus puntos más próximos de igual fase distan entre sí 25 cm. Determina:

a) **La expresión matemática de la función de onda si en el instante *t* = 0 la elongación, *x* = 0, es nula.**

Según el enunciado, A = 0,05 m; T = 1 s; f = 1 Hz y λ = 0,25 m.

Por tanto:

$$\omega = \frac{2\ \pi}{T} = \frac{2\ \pi \text{ rad}}{1 \text{ s}} = 2\ \pi \text{ rad s}^{-1} \quad ; \quad k = \frac{2\ \pi}{\lambda} = \frac{2\ \pi \text{ rad}}{0{,}25 \text{ m}} = 8\ \pi \text{ rad m}^{-1}.$$

Como no hay fase inicial la ecuación de la onda será:

$$y(x, t) = A \text{ sen}(\omega\ t \pm k\ x) = 0{,}05 \text{ m} \times \text{sen}(2\ \pi\ t \pm 8\ \pi\ x).$$

b) **La aceleración de un punto de la onda situado en *x* = 25 cm, en el instante *t* = 1 s.**

$$a_y = \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{d^2\left[0{,}05 \text{ m} \times \text{sen}(2\ \pi\ t \pm 8\ \pi\ x)\right]}{dt^2} \ \square\ \square 2{,}0 \text{ m s}^{-2} \times \text{sen}(2\ \pi\ t \pm 8\ \pi\ x)$$

$$a_{(x=0{,}25 \text{ m},\ t=1 \text{ s})} \ \square\ \square 2{,}0 \text{ m s}^{-2} \times \text{sen}(2\ \pi \times 1 \pm 8\ \pi \times 0{,}25) = 0.$$

18. Una onda viene dada por la ecuación en SI:

$y(x, t)$ = 2 cos (π t/2 + π x/0,80). Calcula:

a) **El carácter de la onda y su velocidad de propagación.**

Las partículas vibran paralelas al eje Oy, y la onda se propaga a lo largo del eje Ox en sentido negativo. Por tanto, se trata de una onda transversal, cuya frecuencia se obtiene de:

$$\frac{\pi}{2} = 2\ \pi\ f \quad ; \quad f = \frac{1}{4} \text{ Hz}.$$

La velocidad con que se propaga es:

$$v = \lambda\ f = \frac{2\ \pi}{k} f = \frac{2\ \pi \text{ rad}}{\frac{\pi}{0{,}80} \text{ rad m}^{-1}} \times \frac{1}{4} \text{ s}^{-1} = 0{,}4 \text{ m s}^{-1}.$$

b) **La diferencia de fase para dos posiciones de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s.**

$$\delta_t = \left(\frac{\pi}{2} t_1 + k\ x\right) - \left(\frac{\pi}{2} t_2 + k\ x\right) = \frac{\pi}{2}(t_1 - t_2) = \frac{\pi}{2} \text{rad s}^{-1} \times 2 \text{ s} = \pi \text{ rad} = 180^{\circ}.$$

c) La diferencia de fase en un instante dado de dos partículas separadas 120 cm en el sentido de avance de la onda.

$$\delta_x = \left(\frac{\pi}{2}\,t + \frac{x_1\,\pi}{0{,}80}\right) - \left(\frac{\pi}{2}\,t + \frac{x_2\,\pi}{0{,}80}\right) = \frac{\pi}{0{,}80}\left(x_1 - x_2\right) = \frac{\pi}{0{,}80}\ \text{rad m}^{-1} \times 1{,}2\ \text{m} = 1{,}5\ \pi\ \text{rad} = 270^{\text{o}}$$

19. En una cuerda se genera una onda armónica transversal de 20 cm de amplitud, velocidad de propagación 5 m/s y frecuencia 30 Hz. La onda se desplaza en el sentido positivo del eje O*x*, siendo en el instante inicial la elongación nula en la posición *x* = 0.

***a)* Escribe la expresión matemática que describe dicha onda si en *t* = 0 y *x* = 0, y la velocidad de la elongación es positiva.**

Expresamos la ecuación en función coseno (por no emplear siempre seno):

$$y(x,\,t) = A\cos\,(\omega\,t - k\,x + \phi)$$

Si para $t = 0$; x = 0 e $y = 0$ el valor de ϕ será $\phi = \pi/2$ o $3\,\pi/2$.

Para averiguar cuál de los dos valores es el correcto, hallamos la expresión de la velocidad:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d\left[A\cos\left(\omega\,t - k\,x + \varphi\right)\right]}{dt} = -A\,\omega\,\text{sen}\left(\omega\,t - k\,x + \varphi\right).$$

Como para $t = 0$ y $x = 0$, $v > 0$ se debe cumplir que sen $\phi < 0$, lo que implica que la fase inicial es $3\,\pi/2$.

Según el enunciado, $A = 0{,}20$ m; $f = 30$ Hz y $v = 5$ m s^{-1}.

Por tanto:

$$\omega = 2\,\pi\,f = 2\,\pi\ \text{rad} \times 30\ \text{s}^{-1} = 60\,\pi\ \text{rad s}^{-1} \quad ; \quad k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi}{\frac{2\,\pi\,v}{\omega}} = \frac{\omega}{v} = \frac{60\,\pi\ \text{rad s}^{-1}}{5\ \text{m s}^{-1}} = 12\,\pi\ \text{rad m}^{-1}.$$

De acuerdo con estos valores, la ecuación de la onda será:

$$y\left(x,\,t\right) = A\cos\left(\omega\,t - k\,x + \varphi\right) = 0{,}20\ \text{m} \times \cos\left(60\,\pi\,t - 12\,\pi\,x + \frac{3\,\pi}{2}\right).$$

***b)* Calcula la velocidad y aceleración máximas de un punto de la cuerda.**

$$v_{y\ \text{máx}} = \left|\frac{dy}{dt}\right|_{\text{máx}} = \left|\frac{d\left[0{,}20\ \text{m} \times \cos\left(60\ \pi\ t - 12\ \pi\ x + \frac{3\ \pi}{2}\right)\right]}{dt}\right|_{\text{máx}}$$

$$v_{y\ \text{máx}} = \left|-38\ \text{m s}^{-1} \times \text{sen}\left(60\ \pi\ t - 12\ \pi\ x + \frac{3\ \pi}{2}\right)\right|_{\text{máx}} = 38\ \text{m s}^{-1}.$$

$$a_{y\ \text{máx}} = \left|\frac{dv_y}{dt}\right|_{\text{máx}} = \left|\frac{d\left[-38\ \text{m s}^{-1} \times \text{sen}\left(60\ \pi\ t - 12\ \pi\ x + \frac{3\ \pi}{2}\right)\right]}{dt}\right|_{\text{máx}}$$

$$a_{y\ \text{máx}} = \left|-7{,}1 \times 10^3\ \text{m s}^{-2} \times \cos\left(60\ \pi\ t - 12\ \pi\ x + \frac{3\ \pi}{2}\right)\right|_{\text{máx}} = 7{,}1 \times 10^3\ \text{m s}^{-2}.$$

20. Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal en el sentido negativo del eje O*x*, siendo 10 cm la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con un movimiento armónico simple de frecuencia 50 Hz y una amplitud de 4 cm, determina:

***a)* La velocidad de propagación de la onda.**

De los datos se deduce: A = 0,04 m; f = 50 Hz y λ = 0,10 m, y, como se desplaza en sentido negativo, en la ecuación de la onda el signo correspondiente al factor de tiempo tiene que ser el mismo que el correspondiente a la posición. La velocidad es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\ f = 0{,}10\ \text{m} \times 50\ \text{Hz} = 5{,}0\ \text{m s}^{-1}.$$

***b)* La expresión matemática de la onda si el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas y en *t* = 0 la elongación es nula.**

Calculamos las magnitudes necesarias para obtener la ecuación:

$$\omega = 2\ \pi\ f = 2\ \pi\ \text{rad} \times 50\ \text{s}^{-1} = 100\ \pi\ \text{rad s}^{-1} \quad ; \quad k = \frac{2\ \pi}{\lambda} = \frac{2\ \pi\ \text{rad}}{0{,}10\ \text{m}} = 20\ \pi\ \text{rad m}^{-1}.$$

$$y(x, t) = A\ \text{sen}(\omega\ t + k\ x) = 0{,}04\ \text{m} \times \text{sen}(100\ \pi\ t + 20\ \pi\ x).$$

***c)* La velocidad máxima de oscilación de una partícula cualquiera de la cuerda.**

$$v_{y\ \text{máx}} = \left|\frac{dy}{dt}\right|_{\text{máx}} = \left|\frac{d\left[0{,}04\ \text{m} \times \text{sen}(100\ \pi\ t + 20\ \pi\ x)\right]}{dt}\right|_{\text{máx}}$$

$$v_{y\ \text{máx}} = \left|12{,}6\ \text{m s}^{-1} \times \cos(100\ \pi\ t + 20\ \pi\ x)\right|_{\text{máx}} = 12{,}6\ \text{m s}^{-1}.$$

***d)* La aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.**

$$a_{y\ \text{máx}} = \left|\frac{dv_y}{dt}\right|_{\text{máx}} = \left|\frac{d\left[12{,}6\ \text{m s}^{-1} \times \cos(100\ \pi\ t + 20\ \pi\ x)\right]}{dt}\right|_{\text{máx}}$$

$$a_{y\ \text{máx}} = \left|-3{,}9 \times 10^{3}\ \text{m s}^{-2} \times \text{sen}(100\ \pi\ t + 20\ \pi\ x)\right|_{\text{máx}} = 3{,}9 \times 10^{3}\ \text{m s}^{-2}.$$

21. Una onda transversal de amplitud *A* = 5 cm, que se propaga por un medio material, tarda 2 s en recorrer una distancia de 50 cm, y sus puntos más próximos de igual fase distan entre sí 25 cm. Determina:

***a)* La expresión matemática de la función de onda si en el instante *t* = 0 la elongación en el origen, *x* = 0, es nula.**

De los datos se deduce: $A = 0{,}05$ m; $v = \dfrac{e}{t} = \dfrac{0{,}50\ \text{m}}{2\ \text{s}} = 0{,}25\ \text{m s}^{-1}$ y $\lambda = 0{,}25$ m.

Calculamos las magnitudes necesarias para obtener la ecuación:

$$\omega = \frac{2\ \pi}{T} = \frac{2\ \pi}{\frac{\lambda}{v}} = \frac{2\ \pi\ v}{\lambda} = \frac{2\ \pi\ \text{rad} \times 0{,}25\ \text{m s}^{-1}}{0{,}25\ \text{m}} = 2\ \pi\ \text{rad s}^{-1} \quad ; \quad k = \frac{2\ \pi}{\lambda} = \frac{2\ \pi\ \text{rad}}{0{,}25\ \text{m}} = 8\ \pi\ \text{rad m}^{-1}.$$

Como se encuentra en el origen en el momento $t = 0$ no tiene fase inicial (seno):

$$y(x, t) = A\ \text{sen}(\omega\ t \pm k\ x) = 0{,}05\ \text{m} \times \text{sen}(2\ \pi\ t \pm 8\ \pi\ x).$$

***b)* La aceleración de un punto de la onda situado en *x* = 25 cm, en el instante *t* = 1 s.**

$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2\left[0{,}05\ \text{m} \times \text{sen}(2\ \pi\ t \pm 8\ \pi\ x)\right]}{dt^2} = -2{,}0\ \text{m s}^{-2} \times \text{sen}(2\ \pi\ t \pm 8\ \pi\ x)$$

$$a_{(x=0{,}25\ \text{m},\ t=1\ \text{s})} = -2{,}0\ \text{m s}^{-2} \times \text{sen}(2\ \pi \times 1 \pm 8\ \pi \times 0{,}25) = 0.$$

22. Escribe la ecuación que representa una onda electromagnética polarizada de 5 V/m de amplitud y 1 MHz de frecuencia.

Toma el eje O*x* como dirección de propagación y O*y* como plano de polarización.

La ecuación es del tipo: $y = A\cos(2\,\pi\,f\,t - k\,x)$

Para aplicarla a la onda del problema hallamos en primer lugar sus constantes:

$$A = 5\text{ V m}^{-1} \quad ; \quad f = 10^6\text{ Hz} \quad ; \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3\times10^8\text{ m s}^{-1}}{10^6\text{ Hz}} = 300\text{ m}$$

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi\text{ rad}}{300\text{ m}} = \frac{\pi}{150\text{ m}}\text{rad m}^{-1}.$$

De acuerdo con estos datos, la onda viene expresada por la siguiente ecuación:

$$y = 5\text{ V m}^{-1}\times\cos\left(2\,\pi\times10^6\,t - 6{,}7\times10^{-3}\,\pi\,x\right).$$

23. Una partícula de masa 5,0 g oscila con movimiento armónico simple, en torno a un punto O, con una frecuencia de 12 Hz y una amplitud de 4 cm. En el instante inicial la elongación de la partícula es nula.

***a)* Si dicha oscilación se propaga según una dirección que tomamos como eje O*x*, con una velocidad de 6,0 m/s, escribe la ecuación que representa la onda unidimensional originada.**

***b)* Calcula la energía que transmite la onda generada por el oscilador.**

Las constantes del movimiento son:

$$\omega = 2\,\pi\,f = 24\,\pi\text{ Hz} \quad ; \quad A = 0{,}04\text{ m} \quad ; \quad k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi\,f}{v} = \frac{24\,\pi\text{ rad s}^{-1}}{6{,}0\text{ m s}^{-1}} = 4\,\pi\text{ rad m}^{-1}.$$

La onda se propaga de acuerdo con la ecuación:

$$y = A\cos\left(2\,\pi\,f\,t - k\,x\right) = 0{,}04\text{ m}\times\cos\left(24\,\pi\,t - 4\,\pi\,x\right).$$

Energía transmitida:

$$E = \frac{1}{2}\text{m}\,\omega^2\,A^2 = \frac{1}{2}\times5{,}0\times10^{-3}\text{ kg}\times\left(24\,\pi\text{ rad s}^{-1}\right)^2\times(0{,}04\text{ m})^2 \approx 2{,}3\times10^{-2}\text{ J}.$$

Interferencias. Ondas estacionarias

24. Responde a las siguientes cuestiones:

a) **Razona qué características deben tener dos ondas que se propagan por una cuerda tensa con sus dos extremos fijos, para que su superposición origine una onda estacionaria.**

Deben tener las mismas características siguientes: La misma amplitud, la misma longitud de onda, la misma frecuencia y que se propaguen en sentido contrario.

b) **Explica qué valores de la longitud de onda pueden darse si la longitud de la cuerda es *L*.**

Si la cuerda tiene los dos extremos fijos, en ambos puntos la onda estacionaria debe tener nodos. La separación entre dos nodos consecutivos ha de ser media longitud de onda. Por tanto, *L* será un múltiplo entero de semilongitudes de onda.

Es decir, se cumple; $L = n\dfrac{\lambda}{2}$.

25. Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación:

$y(x, t)$ = 0,2 cos (200 t – 0,10 x) expresada en el SI. Calcula:

a) **La longitud de onda y la velocidad de propagación.**

De la ecuación de la onda que se da en el enunciado se deduce que:

$$200 = 2\,\pi\,f \quad ; \quad f = \frac{200\ \text{rad s}^{-1}}{2\,\pi\ \text{rad}} = \frac{100}{\pi}\ \text{Hz} \quad ; \quad k = \frac{2\,\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{2\,\pi}{k} = \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{0{,}1\ \text{rad m}^{-1}} = 20\,\pi\ \text{m} \quad ; \quad v = \lambda\,f = 20\,\pi\ \text{m} \times \frac{100}{\pi}\ \text{Hz} = 2000\ \text{m s}^{-1}.$$

b) **La onda estacionaria resultante de la interferencia de la onda anterior y otra igual que se propaga en sentido contrario.**

La onda estacionaria que resulta de la interferencia viene dada por la ecuación:

$$y = 0{,}4\ \text{m} \times \text{sen}(200\ t)\ \text{sen}\,(0{,}1\ x) \quad \text{o también} \quad y = 0{,}4\ \text{m} \times \cos(200\ t)\ \cos\,(0{,}1\ x).$$

c) **La distancia entre dos nodos consecutivos.**

La distancia entre dos nodos consecutivos es $\lambda/2$, por definición.

Por tanto, $d = 10\,\pi$ m.

26. La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda viene dada por $y(x, t)$ = 0,080 cos π (100 t – 0,80 x) en unidades SI. Calcula:

a) **La frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.**

De la ecuación de la onda se deduce que:

$f = 50\ \text{Hz} \quad ; \quad \lambda = 2{,}5\ \text{m} \quad ; \quad v = \lambda\, f = 2{,}5\ \text{m} \times 50\ \text{Hz} = 125\ \text{m s}^{-1}$.

***b)* La máxima velocidad transversal de un punto de la cuerda.**

La velocidad transversal de las partículas del medio es:

$$v = \frac{\text{d}y}{\text{d}t} = -8\ \pi\ \text{m s}^{-1} \times \text{sen}\, \pi \left(100\ t - 0{,}80\ x\right).$$

Cuyo valor máximo es:

$$\left|v_{\text{máx}}\right| = 8\ \pi\ \text{m s}^{-1} \approx 25\ \text{m s}^{-1}.$$

***c)* La ecuación de la onda estacionaria que resultaría de la interferencia de la onda anterior con otra igual que se propagase en sentido contrario.**

La ecuación de la onda estacionaria es del tipo:

$$y = 0{,}16\ \text{m} \times \text{sen}(100\ \pi\ t)\ \text{sen}\left(0{,}8\ \pi\ x\right) \quad \text{o también}$$
$$y = 0{,}16\ \text{m} \times \cos(100\ \pi\ t)\ \cos\left(0{,}8\ \pi\ x\right).$$

27. Una cuerda vibra según la ecuación en SI:

$y(x, t) = 10\ \text{sen}\ \dfrac{x\,\pi}{2}\ \text{sen}\ 50\ \pi\ t$. Calcula:

***a)* La amplitud y la velocidad de las ondas cuya superposición da lugar a la onda anterior.**

Se trata de una onda estacionaria, cuya amplitud es el doble de las amplitudes de las ondas que interfieren. Por tanto, la amplitud de cada onda es $A' = \dfrac{A}{2} = \dfrac{10\ \text{m}}{2} = 5\ \text{m}$. El número de onda y la frecuencia de la onda estacionaria coinciden con los valores de dichas magnitudes de las ondas concurrentes:

$$50\ \pi\ \text{rad s}^{-1} = 2\ \pi\ \text{rad} \times f \quad ; \quad f = 25\ \text{Hz}$$
$$k = \frac{2\ \pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\ \pi}{k} = \frac{2\ \pi\ \text{rad}}{\frac{\pi}{2}\ \text{rad m}^{-1}} = 4\ \text{m}.$$

Por tanto, la velocidad de la propagación es:

$$v = \lambda\, f = 4\ \text{m} \times 25\ \text{Hz} = 100\ \text{m s}^{-1}.$$

b) **La distancia entre dos vientres consecutivos.**

La distancia entre dos vientres consecutivos es media longitud de onda, d = 2 m.

28. Una onda viene dada por la ecuación: $y(x, t) = 0{,}2 \text{ sen } (\pi\, x) \cos (100\, \pi\, t)$ m, en donde x está comprendida entre 0 y 6 m. Calcula:

a) **La longitud de onda y la frecuencia de la onda.**

La ecuación general de una onda estacionaria puede presentarse así:

$$y(x, t) = A_r \cos(2\,\pi\, f\, t)$$

La amplitud resultante es, en este caso, A_r = 0,2 sen (π x), de donde podemos hallar la longitud de onda:

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} \quad ; \quad \lambda = \frac{2\,\pi}{k} = \frac{2\,\pi \text{ rad}}{\pi \text{ rad m}^{-1}} = 2 \text{ m.}$$

La parte de le ecuación de esta onda estacionaria, cos (100 π t), proporciona el valor de la frecuencia, si consideramos que:

$$f = \frac{\omega}{2\,\pi} = \frac{100\,\pi \text{ rad s}^{-1}}{2\,\pi \text{ rad}} = 50 \text{ Hz.}$$

b) **El número de nodos, incluidos los extremos.**

La longitud de onda es λ = 2 m y la onda se desplaza entre las posiciones x = 0 m y x = 6 m, por lo que el número de nodos es:

$$N = \frac{2\,L}{\lambda} + 1 = \frac{2 \times 6 \text{ m}}{2 \text{ m}} + 1 = 7.$$

c) **La velocidad de propagación de la onda.**

La velocidad es: $v = \lambda\, f$ = 2 m × 50 Hz = 100 m s^{-1}.

29. Una onda estacionaria viene expresada por la ecuación $y(x, t) = 0{,}4 \cos (0{,}1\, x) \cos 200\, t$ en unidades SI.

a) **Calcula la distancia entre dos nodos consecutivos.**

La distancia entre dos nodos consecutivos es $\frac{\lambda}{2}$, por definición. Así, calculamos el valor de la longitud de onda a partir de la ecuación de la onda:

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} \quad ; \quad \lambda = \frac{2\,\pi}{k} = \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{0{,}1\ \text{rad m}^{-1}} = 20\,\pi\ \text{m}.$$

Es decir, la distancia entre nodos es:

$$d = \frac{\lambda}{2} = \frac{20\,\pi\ \text{m}}{2} = 10\,\pi\ \text{m}.$$

***b)* ¿Cuál es la longitud de onda?**

$$\lambda = 20\,\pi\ \text{m}.$$

***c)* ¿A qué distancia del origen de la onda se halla el nodo *n* = 15?**

Por estar en función del coseno, en el origen hay un vientre por lo que la sucesión de nodos será $x = 5\,\pi\,(2\,n - 1)$, es decir, para el primer nodo, $n = 1$, $x_1 = 5\,\pi$ m. Para el nodo que ocupa la posición 15, n = 15, es decir, $x_{15} = 145\,\pi$ m.

Sonido

30. Un foco sonoro emite una onda armónica de amplitud 7 Pa y frecuencia 220 Hz. La onda se propaga en el sentido negativo del eje O*x* a una velocidad de 340 m/s. Si en el instante *t* = 0 la presión en el foco es nula, determina:

***a)* La ecuación de la onda sonora.**

Según el enunciado, A = 7 Pa; f = 220 Hz y v = 340 m s^{-1}.

Por tanto:

$$\omega = 2\ \pi\ f = 2\ \pi\ \text{rad} \times 220\ \text{s}^{-1} = 440\ \pi\ \text{rad s}^{-1}\ ;\ k = \frac{2\ \pi}{\lambda} = \frac{2\ \pi}{\frac{2\ \pi\ v}{\omega}} = \frac{\omega}{v} = \frac{440\ \pi\ \text{rad s}^{-1}}{340\ \text{m s}^{-1}} = \frac{22\ \pi}{17} \text{rad m}^{-1}.$$

Como no hay fase inicial la ecuación de la onda será:

$$y(x, t) = A\ \text{sen}(\omega\ t + k\ x) = 7\ \text{Pa} \times \text{sen}\left(440\ \pi\ t + \frac{22\ \pi\ x}{17}\right).$$

***b)* La presión en el instante *t* = 3 s en un punto situado a 1,5 m del foco.**

$$y_{(x=1{,}5\ \text{m},\ t=3\ \text{s})} = 7\ \text{Pa} \times \text{sen}\left(440\ \pi \times 3 + \frac{22\ \pi \times 1{,}5}{17}\right) \approx -1{,}3\ \text{Pa}.$$

La presión nunca puede tener signo negativo. El resultado hay que interpretarlo como que la presión «empuja» en ese instante al medio en el sentido contrario en el que se desplaza la onda.

31. En un campo de baloncesto, 1000 espectadores gritan al unísono con un nivel de intensidad sonora de 60 dB cada uno. ¿Cuál es el nivel de intensidad sonora que producen todos juntos? (no tengas en cuenta consideraciones de distancia).

Al gritar todos al unísono, la intensidad de las ondas sonoras en un punto es la suma de las intensidades sonoras de todas las fuentes. Supongamos que todos están a la misma distancia del lugar de medida.

$$I_1 = I_0\ 10^{\frac{\beta_1}{10}} = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{60}{10}} = 10^{-6}\ \text{W m}^{-2}$$

$$\beta_T = 10 \log \frac{I_T}{I_0} = 10 \log \frac{1000\ I_1}{I_0} = 10 \times \log \frac{1000 \times 10^{-6}\ \text{W m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} = 90\ \text{dB}.$$

32. Una ventana cuya superficie es de 1,5 m^2 está abierta a una calle cuyo ruido produce un nivel de intensidad de 65 dB. ¿Qué potencia acústica penetra por la ventana?

$$I = I_0\ 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{65}{10}} \approx 3{,}2 \times 10^{-6}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I = \frac{P}{S} \quad \Rightarrow \quad P = I\ S \approx 3{,}2 \times 10^{-6}\ \text{W m}^{-2} \times 1{,}5\ \text{m}^2 \approx 4{,}8 \times 10^{-6}\ \text{W}.$$

33. Un observador recibe simultáneamente dos sonidos cuyos niveles de intensidad sonora son 60 dB y 80 dB. Calcula:

***a)* La intensidad del sonido resultante.**

Aplicamos la expresión del nivel de intensidad sonora a los dos casos:

$$I_1 = I_0\ 10^{\frac{\beta_1}{10}} = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{60}{10}} = 10^{-6}\ \text{W m}^{-2} \quad ; \quad I_2 = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{80}{10}} = 10^{-4}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I_T = I_1 + I_2 = 10^{-6}\ \text{W m}^{-2} + 10^{-4}\ \text{W m}^{-2} = 1{,}01 \times 10^{-4}\ \text{W m}^{-2}.$$

***b)* El nivel de intensidad sonora del mismo.**

El nivel de intensidad sonora es:

$$\beta_T = 10 \log \frac{I_T}{I_0} = 10 \log \frac{I_1 + I_2}{I_0} = 10 \times \log \frac{10^{-6}\ \text{W m}^{-2} + 10^{-4}\ \text{W m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} \approx 80{,}04\ \text{dB} \approx 80\ \text{dB}.$$

34. Una fuente puntual emite un sonido que se percibe con un nivel de intensidad sonora de 50 dB a una distancia de 10 m.

Dato: intensidad umbral del sonido $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

***a)* Determina la potencia sonora de la fuente.**

$$I = I_0\ 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{50}{10}} = 10^{-7}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\ \pi\ d^2} \quad \Rightarrow \quad P = 4\ \pi\ I\ d^2 \approx 4\ \pi \times 10^{-7}\ \text{W m}^{-2} \times (10\ \text{m})^2 \approx 1{,}3 \times 10^{-4}\ \text{W}.$$

***b)* ¿A qué distancia dejaría de ser audible el sonido?**

Cuando se encuentre a una distancia en que la intensidad sonora sea menor que la intensidad umbral de audición: $I = I_0$.

$$I_0 = \frac{P}{S} \geq \frac{P}{4\ \pi\ d^2} \quad \Rightarrow \quad d \geq \sqrt{\frac{P}{4\ \pi\ I_0}} = \sqrt{\frac{4\ \pi \times 10^{-5}\ \text{W}}{4\ \pi \times 1 \times 10^{-12}\ \text{W m}^{-2}}} \approx 3{,}2 \times 10^3\ \text{m}.$$

35. Un espectador que se encuentra a 20 m de un coro formado por 15 personas percibe el sonido con un nivel de intensidad sonora de 54 dB.

Dato: umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

a) **Calcula el nivel de intensidad sonora con que percibiría a un solo miembro del coro cantando a la misma intensidad.**

$$I_T = I_0\, 10^{\frac{\beta_T}{10}} = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{54}{10}} \approx 2{,}5 \times 10^{-7}\ \text{W m}^{-2}$$

$$\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} = 10\log\frac{\frac{I_T}{n}}{I_0} = 10 \times \log\frac{\frac{2{,}5\times10^{-7}\ \text{W m}^{-2}}{15}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} \approx 42\ \text{dB.}$$

b) **Si el espectador solo percibe sonidos por encima de 10 dB, calcula la distancia a la que debe situarse del coro para no percibir a este. Supón que el coro emite ondas esféricas, como un foco puntual, y todos los miembros del coro emiten con la misma intensidad.**

Supongamos que P es el punto en donde el nivel sonoro es 54 dB y P´ el punto en donde se percibe con 10 dB. La intensidad en ese punto será:

$$I' = I_0\, 10^{\frac{\beta'}{10}} = 10^{-12}\ \text{W m}^{-2} \times 10^{\frac{10}{10}} = 10^{-11}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I' \geq \frac{P}{S'} = \frac{P}{4\pi d'^2} = \frac{I_T\, S}{4\pi d'^2} = \frac{I_T\, 4\pi d^2}{4\pi d'^2} \Rightarrow d' \geq \sqrt{\frac{I_T\, d^2}{I'}} \approx \sqrt{\frac{2{,}5\times10^{-7}\ \text{W m}^{-2}\times(20\ \text{m})^2}{10^{-11}\ \text{W m}^{-2}}} \approx 3{,}2\times10^{3}\ \text{m.}$$

36. La potencia sonora del ladrido de un perro es aproximadamente de 1 mW y dicha potencia se distribuye uniformemente en todas las direcciones. Calcula:

Dato: intensidad umbral: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

a) **La intensidad y el nivel de intensidad sonora a una distancia de 10 m del lugar donde se produce el ladrido.**

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{10^{-3}\ \text{W}}{4\pi\times(10\ \text{m})^2} \approx 8{,}0\times10^{-7}\ \text{W m}^{-2}$$

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \approx 10\times\log\frac{8{,}0\times10^{-7}\ \text{W m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} \approx 59\ \text{dB.}$$

b) **El nivel de intensidad sonora generada por el ladrido de 5 perros a 20 m de distancia de los mismos. Supón que todos los perros emiten sus ladridos en el mismo punto del espacio.**

Recalculamos ambos valores, pero teniendo en cuenta que la intensidad sonora de los cinco perros es la suma de la intensidad sonora que crea cada uno y que la distancia es distinta:

$$I'_1 = \frac{P}{S'} = \frac{P}{4\,\pi\,d'^2} = \frac{10^{-3}\ \text{W}}{4\,\pi \times (20\ \text{m})^2} \approx 2{,}0 \times 10^{-7}\ \text{W m}^{-2}$$

$$\beta'_T = 10 \log \frac{I'_T}{I_0} = 10 \log \frac{5\,I'_1}{I_0} \approx 10 \times \log \frac{5 \times 2{,}0 \times 10^{-7}\ \text{W m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W m}^{-2}} \approx 60\ \text{dB}.$$

Efecto Doppler

37. Un murciélago va a la caza de un insecto. Si este se mueve a razón de 1 m/s y el murciélago a razón de 1,75 m/s, ¿cuál debe ser la frecuencia del sonido emitido por el mamífero para captar el sonido reflejado por el insecto con una frecuencia de 80 kHz?

La velocidad relativa del murciélago es $v_o = 0{,}75\ \text{m s}^{-1}$ y es a la vez emisor y receptor del sonido. Por tanto, se cumple $v_o = v_f$. El movimiento es de aproximación; por tanto, $(+v_o)$, $(-v_f)$. Aplicamos la expresión del efecto Doppler:

$$f' = f\,\frac{v + v_o}{v - v_f} \quad ; \quad f = f'\,\frac{v - v_f}{v + v_o} = 80\ \text{kHz} \times \frac{340\ \text{m s}^{-1} - 0{,}75\ \text{m s}^{-1}}{340\ \text{m s}^{-1} + 0{,}75\ \text{m s}^{-1}} \approx 79{,}65\ \text{kHz}.$$

Aunque no deberíamos contestar con tantas cifras significativas (ya que los datos no tienen tantas) las dejamos para tener una referencia de cómo se produce el efecto Doppler entre el murciélago y el insecto.

38. Un pesquero faena en aguas jurisdiccionales de un país extranjero usando un sonar para detectar peces que emiten ondas de 500 Hz de frecuencia. Un guardacostas que está en reposo capta las ondas emitidas por el barco de pesca, que se aleja con una velocidad de 15 km/h. ¿Qué longitud de onda capta el guardacostas?

Dato: velocidad del sonido en el agua: 1500 m/s.

El observador es el guardacostas que está parado $v_o = 0$. El barco se aleja. Por tanto, empleamos el signo positivo para su velocidad $v_f \approx 4{,}2\ \text{m s}^{-1}$. Aplicamos el efecto Doppler para hallar la frecuencia f'.

$$f' = f\,\frac{v + v_o}{v - v_f} \approx 500\ \text{Hz} \times \frac{1500\ \text{m s}^{-1} - 0}{1500\ \text{m s}^{-1} + 0{,}42\ \text{m s}^{-1}} \approx 499{,}86\ \text{Hz}.$$

Y con ella calculamos la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{v}{f} \approx \frac{1500\ \text{m s}^{-1}}{498{,}6\ \text{s}^{-1}} \approx 3{,}01\ \text{m}.$$

Aunque no deberíamos contestar con tantas cifras significativas (ya que los datos no tienen tantas) las dejamos para tener una referencia de cómo se produce el efecto Doppler entre los barcos.

39. Una ambulancia que emite un sonido de 520 Hz se acerca con una velocidad de 72 km/h hacia un observador en reposo situado en el arcén de la carretera. ¿Qué frecuencia detecta el peatón?

Aplicamos la ecuación del efecto Doppler:

$$f' = f\,\frac{v + v_o}{v - v_f} = 520\ \text{Hz} \times \frac{340\ \text{m s}^{-1} + 0}{340\ \text{m s}^{-1} - 20\ \text{m s}^{-1}} \approx 553\ \text{Hz}.$$