Câu 1. **[2D1-1.8-3] (Nguyễn Du số 1 lần3)** Tìm m để phương trình $\cos 4x = \cos^2 3x + m\sin^2 x$ có nghiệm $x \in \left(0;\frac{\pi}{12}\right)$.

A. $m \in [0;1]$. **B.** $m \in [0;1)$. **C.** $m \in (0;1]$. **D.** $m \in (0;1)$.

Lời giải

Tác giả: Lê Tuấn Anh, Fb: Anh Tuan Anh Le

Phản biện: Ngô Nguyễn Anh Vũ, Fb: Euro Vu

Chọn D

PT đã cho $\Leftrightarrow 2\cos^2 2x - 1 = \frac{1+\cos 6x}{2} + m\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 2x - 2 = 1 + \left(4\cos^3 2x - 3\cos 2x\right) + m\left(1-\cos 2x\right)$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 2x - 4\cos^2 2x - 3\cos 2x + 3 = m\left(\cos 2x - 1\right)$

$\Leftrightarrow \left(\cos 2x - 1\right)\left(4\cos^2 2x - 3\right) = m\left(\cos 2x - 1\right)$ (1).

Đặt $t = \cos 2x$

Vì $x \in \left(0;\frac{\pi}{12}\right) \Rightarrow 2x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow t \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$

Ta có $\left(t-1\right)\left(4t^2-3\right) = m\left(t-1\right) \Leftrightarrow m = 4t^2 - 3$ vì $\left(t-1\right) \neq 0 \forall t \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$.

Xét $f(t) = 4t^2 - 3$ trên $\left(\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$

$f'\left(t\right) = 8t > 0 \quad \forall t \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$

t	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$		$\nearrow$	1
	0		

Dựa vào bảng biến thiên phương trình có nghiệm khi $0 < m < 1$.