

國立高師大附中108學年度第二學期高三自然組數學科(仁~信)第二次段考試

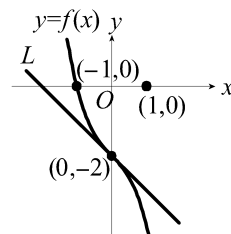
題卷

1、 多重選擇題:36分

(考試時間::8:10~9:30共80分鐘)

*每題有5個選項, 其中至少有1個是正確的選項, 的所有選項均答對者, 得6分; 答錯1個選項者, 得4分; 答錯2個選項者, 得2分; 答錯多於2個選項或所有選項均未作答者, 該題以零分計算。
本大題共4題, 共計36分

1. 設實係數多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 之圖形如右, $(0, -2)$ 為 $f(x)$ 的反曲點, 直線 L 為 $(0, -2)$ 的切線, 則下列敘述何者正確?



(A) $a < 0$ (B) $b = 0$ (C) $c > 0$ (D) $b^2 - 3ac = 0$ (E) $a - b + c - d < 0$.

2. 下列哪些函數在 $x=0$ 處可微分?

(A) $f(x) = x$ (B) $f(x) = x^2$ (C) $f(x) = [x]$, $[x]$ 表高斯符號 (D) $f(x) = |x|$ (E) $f(x) = x|x|$.

3. $f(x)$ 與 $g(x)$ 在開區間 I 上均為遞增函數, 則

(A) 函數 $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ 在 I 上也為遞增函數

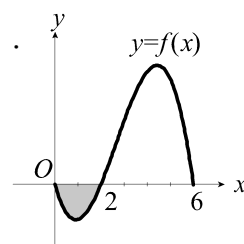
(B) 函數 $(f \cdot g)(x) = f(x) \times g(x)$ 在 I 上也為遞增函數

(C) 若合成函數 $(f \circ g)$ 在 I 有意義, 則 $(f \circ g)$ 在 I 上也為遞增函數

(D) 若 $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a > 0$, 為三次實係數多項遞增函數, 則 $b^2 - 3ac \leq 0$

(E) 若 $f(x)$ 為嚴格遞增函數, 則對任意 $x \in I$, $f'(x) > 0$.

4. 右圖為多項式函數 $f(x)$ 在區間 $[0, 6]$ 上的圖形, 鋪色區域的面積為 2, $\int_0^6 f(x) dx = 5$. 則下列哪些選項是正確的?



(A) (B) $\int_0^6 |f(x)| dx = 7$ (C) $\int_0^2 -2f(x) dx = 4$ (D) $\int_0^6 (f(x)+1) dx = 11$

(E) $\int_{-1}^1 f(x+1) dx = 2$

5. 已知平面上四點坐標, $O(0,0)$, $A(5,0)$, $B(0,5)$, $C(5,5)$, 以 $\triangle OAC$ 繞 x 軸旋轉所得體積為 M , 以 $\triangle OAC$ 繞 y 軸旋轉所得體積為 N , 則以下何者正確?

(A) $M = N$ (B) $M < N$ (C) $2M = N$ (D) $M + N = 125\pi$ (E) $N = \int_0^5 \pi x^2 dy$.

6. 設 $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, 關於實係數多項式函數 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 下列敘述何者正確?

(A) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

(B) 若 $y = f'(x)$ 在區間 (a, b) 內為遞減函數, 則 $f(x)$ 在區間 (a, b) 內的圖形凹口向上

(C) 若 $f''(a) = 0$, 則 $(a, f(a))$ 是 $f(x)$ 的反曲點

(D) 若 $f''(a) > 0$, 則 $f(x)$ 在 $x = a$ 處有極小值

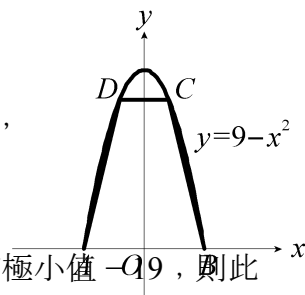
(E) 若 $f'(a) = 0$ 且 $f''(a) \neq 0$, 則 a 為 $f(x) = 0$ 的二重根.

二、 填充題: 64分(依配分表格計分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	32	40	48	52	56	58	60	62	64

1. 設二次函數 $f(x)$ 的導函數為 $f'(x) = 2x - 7$ ，而且在點 $(2, f(2))$ 的切線方程式為 $y = -3x + 7$ ，試求 $f(x) =$ _____。

2. 已知拋物線 $y = 9 - x^2$ 與 x 軸交於 $A(-3, 0)$ ， $B(3, 0)$ 兩點。若有一梯形以 \overline{AB} 為下底，上底 \overline{CD} 在 x 軸的上方，且其兩端點 C, D 在拋物線上，如圖所示，則此梯形的最大面積為 _____。



3. 設函數 $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ，試求 $f'(-2) =$ _____。

4. 已知 $f(x)$ 為一三次多項函數，當 $x = -1$ ， $f(x)$ 有極大值 8， $x = 2$ 時， $f(x)$ 有極小值 $-Q9$ ，則此三次多項函數 $f(x) =$ _____。

5. 已知 $-3 \leq a < b \leq 3$ ，有一橢圓方程式 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ ，在 $x = a$ 與 $x = b$ 之間的面積為 15，另一個

橢圓方程式 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$ 在 $x = a$ 與 $x = b$ 之間圍成的面積為

6. 假設 $f(x)$ 為實係數三次多項式， $f(x) = 0$ 的三根為 $-1, 0, a$ ， $a > 0$ ，並且滿足

$$\int_{-1}^a f(x) dx = 0$$

，則 a 的值 = _____。

7. 函數 $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ 的圖形與 x 軸所圍成的區域繞 x 軸旋轉，求此旋轉體的體積為 _____。

8. 設曲線 $y = f(x) = x^3$ 與直線 $y = 0$ ， $x = 0$ 及 $x = 4$ 所圍成的區域 S ，其下和為 L_n ，上和為 U_n ，若 $U_n - L_n < 0.02$ ，則 n 之最小正整數為 _____。

9. 將半徑為 2 的圓割掉一扇形，所餘者作一圓錐，試求割去扇形的角度為 _____ 時，所作的圓錐體積為最大。

10. 多項式 $f(x) = (x^3 + x + 3)^{15}$ 除以 $(x + 1)^2$ 之餘式為 _____。

11. 若 $a_n = (2 + 1^2) + (2 + \frac{(n+1)^2}{n^2}) + (2 + \frac{(n+2)^2}{n^2}) + \cdots + (2 + \frac{(3n-1)^2}{n^2})$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} =$ _____。

12. 800 公斤的鐵塊繫在 50 公尺長的纜上，纜重每公尺 6 公斤，則將纜捲繞 20 公尺所作之功為 _____ 焦耳。 ($g = 9.8 m/sec^2$)

國立高師大附中108學年度第二學期高三自然組數學科(仁~信)第二次段考試答案卷

高三____班座號____號姓名

1、 多重選擇題:36分

*每題有5個選項, 其中至少有1個是正確的選項, 的所有選項均答對者, 得6分;答錯1個選項者, 得4分;答錯2個選項者, 得2分;答錯多於2個選項或所有選項均未作答者, 該題以零分計算。本大題共4題, 共計36分

1	2	3	4	5	6

二、填充題:64分(依配分表格計分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	32	40	48	52	56	58	60	62	64

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

國立高師大附中108學年度第二學期高三自然組數學科(仁~信)第二次段考試答案卷

2、 多重選擇題:36分

*每題有5個選項, 其中至少有1個是正確的選項, 的所有選項均答對者, 得6分;答錯1個選項者, 得4分;答錯2個選項者, 得2分;答錯多於2個選項或所有選項均未作答者, 該題以零分計算。本大題共4題, 共計36分

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

AB	ABE	AD	CD	BCD	A
----	-----	----	----	-----	---

二、填充題:64分(依配分表格計分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	32	40	48	52	56	58	60	62	64

1	2	3	4
$x^2 - 7x + 11$	32	$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$
5	6	7	8
21	1	$\frac{512\pi}{15}$	12801
9	10	11	12
$\frac{6-2\sqrt{6}}{3}\pi$	$60x + 61$	$\frac{38}{3}$	203840