

**國立高師大附中108學年度第二學期高三自然組數學科(仁~信)第二次段考試
題卷**

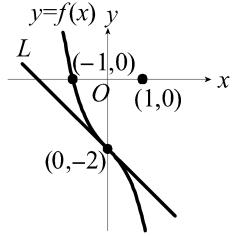
1、多重選擇題:36分

(考試時間::8:10~9:30共80分鐘)

*每題有5個選項，其中至少有1個是正確的選項，的所有選項均答對者，得6分；答錯1個選項者，得4分；答錯2個選項者，得2分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。本大題共4題，共計36分

1. 設實係數多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 之圖形如右， $(0, -2)$ 為 $f(x)$ 的反曲點，直線 L 為 $(0, -2)$ 的切線，則下列敘述何者正確？

- (A) $a < 0$ (B) $b = 0$ (C) $c > 0$ (D) $b^2 - 3ac = 0$ (E) $a - b + c - d < 0$.



2. 下列哪些函數在 $x = 0$ 處可微分？

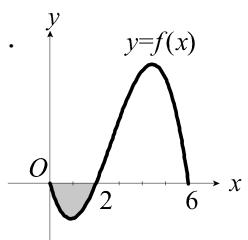
- (A) $f(x) = x$ (B) $f(x) = x^2$ (C) $f(x) = [x]$ ， $[x]$ 表高斯符號 (D) $f(x) = |x|$ (E) $f(x) = x|x|$.

3. $f(x)$ 與 $g(x)$ 在開區間 I 上均為遞增函數，則

- (A) 函數 $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ 在 I 上也為遞增函數
 (B) 函數 $(f \cdot g)(x) = f(x) \times g(x)$ 在 I 上也為遞增函數
 (C) 若合成函數 $(f \circ g)$ 在 I 有意義，則 $(f \circ g)$ 在 I 上也為遞增函數
 (D) 若 $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a > 0$ ，為三次實係數多項遞增函數，則 $b^2 - 3ac \leq 0$
 (E) 若 $f(x)$ 為嚴格遞增函數，則對任意 $x \in I$, $f'(x) > 0$.

4. 右圖為多項式函數 $f(x)$ 在區間 $[0,6]$ 上的圖形，鋪色區域的面積為2， $\int_0^6 f(x)dx = 5$. 則下列哪些選項是正確的？

- (A) (B) $\int_0^6 |f(x)| dx = 7$ (C) $\int_0^2 -2f(x)dx = 4$ (D) $\int_0^6 (f(x)+1)dx = 11$
 (E) $\int_{-1}^1 f(x+1)dx = 2$



5. 已知平面上四點坐標， $O(0,0)$, $A(5,0)$, $B(0,5)$, $C(5,5)$ ，以 ΔOAC 繞 x 軸旋轉所得體積為 M ，以 ΔOAC 繞 y 軸旋轉所得體積為 N ，則以下何者正確？

- (A) $M = N$ (B) $M < N$ (C) $2M = N$ (D) $M + N = 125\pi$ (E) $N = \int_0^5 \pi x^2 dy$.

6. 設 $a, b \in R$, $a < b$ ，關於實係數多項式函數 $f: R \rightarrow R$ ，下列敘述何者正確？

- (A) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
 (B) 若 $y = f'(x)$ 在區間 (a, b) 內為遞減函數，則 $f(x)$ 在區間 (a, b) 內的圖形凹口向上
 (C) 若 $f''(a) = 0$ ，則 $(a, f(a))$ 是 $f(x)$ 的反曲點
 (D) 若 $f''(a) > 0$ ，則 $f(x)$ 在 $x = a$ 處有極小值
 (E) 若 $f'(a) = 0$ 且 $f''(a) \neq 0$ ，則 a 為 $f(x) = 0$ 的二重根。

二、填充題:64分(依配分表格計分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	32	40	48	52	56	58	60	62	64

1. 設二次函數 $f(x)$ 的導函數為 $f'(x) = 2x - 7$ ，而且在點 $(2, f(2))$ 的切線方程式為 $y = -3x + 7$ ，試求 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知拋物線 $y = 9 - x^2$ 與 x 軸交於 $A(-3, 0), B(3, 0)$ 兩點。若有一梯形以 \overline{AB} 為下底，上底 \overline{CD} 在 x 軸的上方，且其兩端點 C, D 在拋物線上，如圖所示，則此梯形的最大面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 設函數 $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ，試求 $f'(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知 $f(x)$ 為一三次多項函數，當 $x = -1$ ， $f(x)$ 有極大值 8， $x = 2$ 時， $f(x)$ 有極小值 -9 ，則此三次多項函數 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知 $-3 \leq a < b \leq 3$ ，有一橢圓方程式 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ ，在 $x = a$ 與 $x = b$ 之間的面積為 15，另一個

橢圓方程式 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$ 在 $x = a$ 與 $x = b$ 之間圍成的面積為

6.. 假設 $f(x)$ 為實係數三次多項式， $f(x) = 0$ 的三根為 $-1, 0, a$ ， $a > 0$ ，並且滿足

$\int_{-1}^a f(x) dx = 0$ ，則 a 的值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 函數 $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ 的圖形與 x 軸所圍成的區域繞 x 軸旋轉，求此旋轉體的體積為

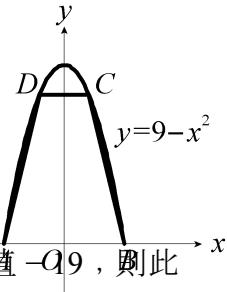
8. 設曲線 $y = f(x) = x^3$ 與直線 $y = 0, x = 0$ 及 $x = 4$ 所圍成的區域 S ，其下和為 L_n ，上和為 U_n ，若 $U_n - L_n < 0.02$ ，則 n 之最小正整數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 將半徑為 2 的圓割掉一扇形，所餘者作一圓錐，試求割去扇形的角度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 時，所作的圓錐體積為最大。

10. 多項式 $f(x) = (x^3 + x + 3)^{15}$ 除以 $(x + 1)^2$ 之餘式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 若 $a_n = (2 + 1^2) + (2 + \frac{(n+1)^2}{n^2}) + (2 + \frac{(n+2)^2}{n^2}) + \cdots + (2 + \frac{(3n-1)^2}{n^2})$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 800 公斤的鐵塊繫在 50 公尺長的纜上，纜重每公尺 6 公斤，則將纜捲繞 20 公尺所作之功為
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 焦耳。 $(g = 9.8 m/sec^2)$



國立高師大附中108學年度第二學期高三自然組數學科(仁~信)第二次段考試答案卷

高三____班座號____號姓名

1、多重選擇題:36分

*每題有5個選項，其中至少有1個是正確的選項，的所有選項均答對者，得6分；答錯1個選項者，得4分；答錯2個選項者，得2分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。本大題共4題，共計36分

1	2	3	4	5	6

二、填充題:64分(依配分表格計分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	32	40	48	52	56	58	60	62	64

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

國立高師大附中108學年度第二學期高三自然組數學科(仁~信)第二次段考試答案卷

2、多重選擇題:36分

*每題有5個選項，其中至少有1個是正確的選項，的所有選項均答對者，得6分；答錯1個選項者，得4分；答錯2個選項者，得2分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。本大題共4題，共計36分

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

AB	ABE	AD	CD	BCD	A
----	-----	----	----	-----	---

二、填充題:64分(依配分表格計分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	32	40	48	52	56	58	60	62	64

1	2	3	4
$x^2 - 7x + 11$	32	$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$
5	6	7	8
21	1	$\frac{512\pi}{15}$	12801
9	10	11	12
$\frac{6-2\sqrt{6}}{3}\pi$	$60x + 61$	$\frac{38}{3}$	203840