

الموضوع رقم 1 شعبة : علوم تجريبية

التمرين الأول : (4 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; i, j, k)$ ، نعتبر النقط :
 $E(3; 2; -1)$ ، $B(1; 0; -2)$ ، $A(3; 1; -3)$ ، $F(0; 4; 3)$ ، $D(0; \frac{9}{5}; \frac{3}{5})$ ، $G(2; 4; 1)$ ، $H(4; -3)$
أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير.

1. معادلة المستوي (ABC) هي $2x + 2y - z - 11 = 0$
2. النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)
3. المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

4. المستقيم (CD) تمثله الوسيط هو :

التمرين الثاني : (5 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2x+2}{x+3}$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (ملاحظة : (C) على الوثيقة المرفقة)

1. استنتج من التمثيل البياني (C) للدالة f اتجاه تغيرها على المجال $[0; 1]$
2. بين أنه إذا كان $x \in [0; 1]$ فإن $f(x) \in [0; 1]$
3. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) علم على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3

(2) ما هو تخمينك بالنسبة لاتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n)

4. أ) أثبت أنه من أجل عدد طبيعي n فإن $u_n \in [0; 1]$

(2) أثبت أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n + 2)(1 - u_n)}{u_n + 3}$ و استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(5) أثبت أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

التمرين الثالث: (5 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقط A, B, C صور الأعداد المركبة $z_A = -2i, z_B = -\sqrt{3} + i, z_C = \sqrt{3} + i$

1. أ) اكتب z_A, z_B, z_C على الشكل الأسّي

2) استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (C) التي تشمل النقط A, B, C

ج) علم النقط A, B, C ثم أرسم الدائرة (C)

2. أ) اكتب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي

2) استنتج طبيعة المثلث ABC

3. ليكن r الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$

1) بين أن النقط O' ذات اللاحقة $-\sqrt{3} - i$ صورة النقط O بالدوران r

2) بين أن $[O'C]$ قطرا للدائرة (C) .

ج) انشئ (C') صورة الدائرة (C) بالدوران r .

8) تحقق أن الدائرتين (C) و (C') تشتركان في النقطتين A و B

4. أ) عين (E) مجموعة النقط M صورة z بحيث: $|z| = |z + \sqrt{3} + i|$

ب) بين أن النقطتين A و B تنتميان إلى (E)

التمرين الرابع: (6 نقاط)

1. أ) الدالة المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[1; +\infty[$

2. احسب $g(e)$ ثم أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1; e[$

3. حدد إشارة $g(x)$ وذلك حسب قيم x

II. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$ ولتكن f' دالتها المشتقة.

1. بين أنه من أجل كل $x \geq 1$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[1; +\infty[$

2. أثبت أنه من أجل كل x من المجال $[1; +\infty[$ فإن: $0 \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x^2}$

3. استنتج: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

III. 1. باستعمال المكاملة بالتجزئة أثبت أن: $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$

2. ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

وحدة الطول 1 cm

لتكن A المساحة بالسنتيمتر المربع للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتيهما $x=1$ و $x=e$ ، عين حصر A

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

المفتشية العامة للبيداغوجيا

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط للموضوع رقم 1 شعبة : علوم تجريبية

العلامة	مجزأة	عناصر الإجابة	محاور الموضوع
4	1 1 1 1	<u>التمرين الأول:</u> 1- خطأ لأن C لا تحقق الجملة..... 2- صحيح لأن إحداثيات النقط A, B, C تحقق المعادلة المعطاة..... 3- خطأ لأن الشعاع النازم للمستوي (ABC) والشعاع $\overrightarrow{ED}$ غير مرتبطين خطيا..... 4- صحيح لأن $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.....	الهندسة الفضائية
5	0.5 0.5 0.5 0.5 1 0.5+0.5 0.5+0.5	<u>التمرين الثاني:</u> 1- الدالة f متزايدة تماما..... 2- $0 \leq x \leq 1$ فإن $f(0) \leq f(x) \leq f(1)$ أي $0 \leq \frac{2}{3} \leq f(x) \leq 1$..... 3- أ- الرسم..... ب- التخمين: f متزايدة و متقاربة نحو 1..... 4- أ باستعمال البرهان بالتراجع..... ب- إثبات العلاقة ، المتتالية متزايدة..... ج- متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.....	المتتاليات العديّة

5	التمرين الثالث:		الأعداد المركبة
0.25		$Z_A = 2e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، (أ.1)	
0.50		$ z_B = 2$ ، $\text{Arg}(z_B) = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ ، $z_B = 2.e^{i\frac{5\pi}{6}}$	
0.50		$ z_C = 2$ ، $\text{Arg}(z_C) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ، $z_C = 2.e^{i\frac{\pi}{6}}$	
0.25		،	
0.25+0.25		(ب) $ z_A = z_B = z_C = 2$ معناه $OA = OB = OC$.النقط A, B, C تنتمي إلى	
0.5		الدائرة التي مركزها O و نص قطرها 2.....	
0.25		ج-تعليم النقط A, B, C . رسم الدائرة (C)	
0.25		$\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$	
		(أ) الشكل الجبري	
		$\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}$	
		الشكل الأسّي	
		(ب) المثلث ABC متقايس الأضلاع.....	

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
	0.25	(أ.3) $Z_{O'} = -\sqrt{3} - i$ ،	
	0.25	$..Z_{O'} - Z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}(Z - Z_A)$ ، $Z_{O'} + 2i = e^{i\frac{\pi}{3}}(0 + 2i)$	
	0.25	(ب) $Z_{O'} + Z_C = 0$. O', C متناظرتين بالنسبة إلى O مركز (C) . O', C	
	0.25	متقابلتين	
	0.25+0.25	قطريا.....	
	0.25	(ج) رسم (C').....	
	0.25	(د) بما أن A تنتمي إلى (C) و هي مركز الدوران r فهي A تنتمي إلى (C') . و	
		C	
		من (C) صورتها وفق r هي B إذن B تنتمي (C') إلى علما أن B نقطة من (C)	
		(أ.4) $OM = O'M$ ، $ Z = Z + \sqrt{3} + i $.. محور (E)	
		[OO']	

		(ب) $OA=O'A=2$, $OB=O'B=2$. A;B نقطتان من محور $[OO']$. أي من (E)	
6	0.5+0.25 1 0.25+0.25 0.5+0.25 0.25+0.25 0.5 0.5 0.5+0.25 0.25 0.5	التمرين الرابع I. 1- $g'(x) \leq 0$, $g'(x) = -4x \ln x$ متناقصة تماما 2- $g(1) = 2 > 0$, $g(e) = 1 - e^2 < 0$ مستمرة و متناقصة تماما $]1;e[$ 3- من أجل $]1;\alpha[$: $g(x) > 0$, من أجل $]\alpha, +\infty[$ $g(x) < 0$ II. 1- التحقق من أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$ III. 1- من أجل $x \in]1;\alpha[$: f متزايدة . من أجل $x \in]\alpha, +\infty[$ f متناقصة .. 2- إثبات أن : $0 \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x^2}$ IV. 3- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$ 1- أثبات أن : 2- بما أن الدالة موجبة على المجال $[1, e]$ فإن $\int_1^e f(x) dx$ هو A و منه $0 \leq A \leq 1 - \frac{2}{e}$	الدوال اللوغاريتمية