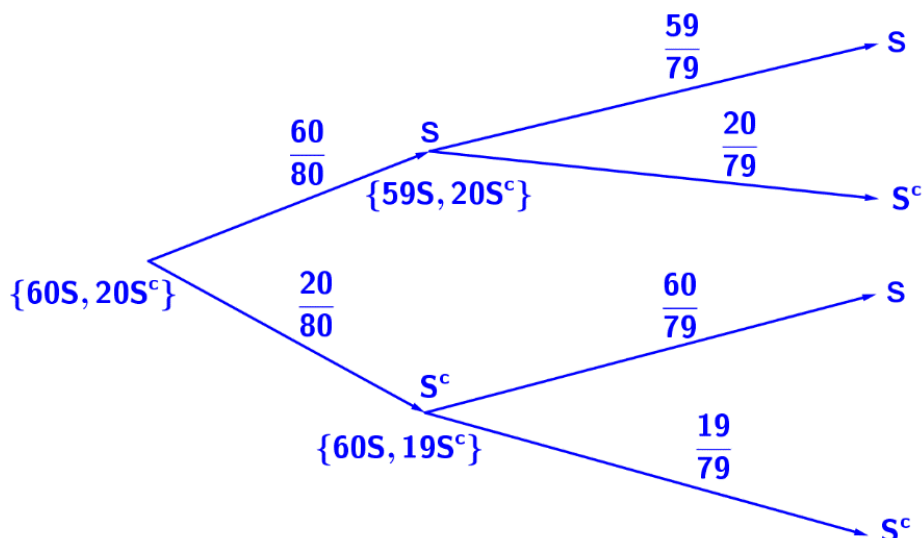


1.- Un estudiante se presenta a un examen en el que debe responder a dos temas, elegidos al azar, de un temario de 80, de los que se sabe 60.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que responda correctamente a los dos?

Resolución

Sea el suceso S = “el alumno se sabe el tema”. Hacemos un diagrama de árbol de probabilidades



Se pide $p(SS) = \frac{60}{80} \cdot \frac{59}{79} = \frac{177}{316} \cong 0,5601 = 56,01\%$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que responda correctamente al menos a uno de los dos?

Resolución

$p(S^c S^c) = \frac{20}{80} \cdot \frac{19}{79} = \frac{19}{316}$. La probabilidad pedida es

$1 - p(S^c S^c) = 1 - \frac{19}{316} = \frac{297}{316} \cong 0,9399 = 93,99\%$

2.- En los “Juegos Mediterráneos Almería 2005” se sabe que el 5% de los atletas son asiáticos, el 25% son africanos y el resto son europeos. También se sabe que el 10% de los atletas asiáticos, el 20% de los atletas africanos y el 25% de los atletas europeos hablan español.

a) Calcule la probabilidad de que un atleta, elegido al azar, hable español.

Resolución

Sean los sucesos A = “el atleta es asiático” B = “el atleta es africano” C = “el atleta es europeo”

D = “el atleta habla español”

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	B	C	Total
D	10% del 5% = 0,5%	20% del 25% = 5%	25% del 70% = 17,5%	23%
D ^c	5% - 0,5% = 4,5%	25% - 5% = 20%	70% - 17,5% = 52,5%	77%
Total	5%	25%	100% - 5% - 25% = 70%	100 %

Se pide $p(D) = 23\%$

b) Si nos encontramos con un atleta que no habla español, ¿cuál es la probabilidad de que sea africano?

Resolución

$$\text{Se pide } p\left(\frac{B}{D^c}\right) = \frac{p(B \cap D^c)}{p(D^c)} = \frac{20\%}{77\%} = \frac{20}{77} \cong 0,2597 = 25,97\%$$

3.- (prueba ordinaria) En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas con tres cifras, numeradas del 000 al 999.

a) Calcule la probabilidad de que el número premiado termine en 5.

Resolución

Sea el suceso A = “el nº termina en 5”. Como hay 1000:10 = 100 números que terminan en 5 entonces hay 100 casos favorables al suceso A y 1000 casos posibles.

Por la regla de Laplace, la probabilidad que se pide es

$$p(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

b) Calcule la probabilidad de que el número premiado termine en 55.

Resolución

Sea el suceso B = “el nº termina en 55”. Como hay 1000:100 = 10 números que terminan en 55 entonces hay 10 casos favorables al suceso A y 1000 casos posibles.

Por la regla de Laplace, la probabilidad que se pide es

$$p(B) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100} = 0,01 = 1\%$$

c) Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcule la probabilidad de que el número premiado hoy termine también en 5.

Resolución

Como el resultado del sorteo de ayer es independiente del resultado de hoy, la probabilidad que se pide es la misma que la del a), que es $p(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$

4.- (prueba ordinaria) Una bolsa contiene tres cartas: una es roja por las dos caras, una tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca. Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de las caras.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?

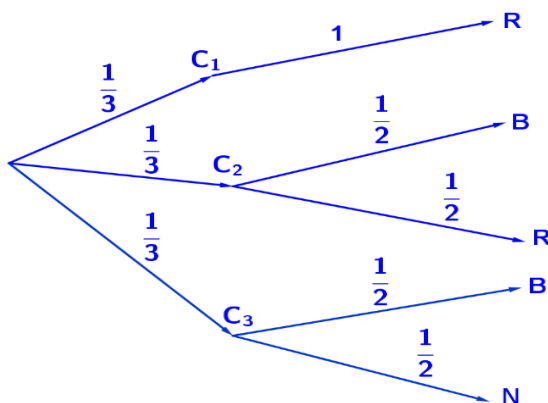
Resolución

carta 1	carta 2	carta 3
R	B	N
R	R	B

Sean los sucesos C_1 = “elegir la carta 1” C_2 = “elegir la carta 2” C_3 = “elegir la carta 3”

R = “la cara es roja” B = “la cara es blanca” N = “la cara es negra”

Hacemos un diagrama de árbol de probabilidades:



Se pide $p(R) = p(C_1 R) + p(C_2 R) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea blanca?

Resolución Se pide $p(B) = p(C_2 B) + p(C_3 B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cong 0,3333 = 33,33\%$

c) Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

Resolución

Una cara roja y otra blanca sólo se da en la carta 2. Luego, la probabilidad que se pide es

$$p\left(\frac{C_2}{B}\right) = \frac{p(C_2 \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

5.- En una agrupación musical el 60% de sus componentes son mujeres. El 20% de las mujeres y el 30% de los hombres de la citada agrupación están jubilados.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un componente de la agrupación, elegido al azar, esté jubilado?

Resolución

Sean los sucesos M = “ser mujer” J = “estar jubilado”. Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	J	J ^c	Total
M	20% del 60% = 12%	60% - 12% = 48%	60%
M ^c	30% del 40% = 12%	40% - 12% = 28%	100% - 60% = 40%
Total	24%	76%	100%

Se pide $p(J) = 24\%$

b) Sabiendo que un componente de la agrupación, elegido al azar, está jubilado ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Resolución

$$\text{Se pide } p\left(\frac{M}{J}\right) = \frac{p(M \cap J)}{p(J)} = \frac{12\%}{24\%} = \frac{12}{24} = 0,5 = 50\%$$

6.- Sean A y B dos sucesos del mismo experimento aleatorio tales

que $p(A) = \frac{1}{6}$, $p(B) = \frac{1}{3}$ y $p(A \cup B) = \frac{1}{2}$.

a) ¿Son A y B incompatibles? ¿Son independientes?

Resolución

Como $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$, despejando,

$$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = 0. \text{ Luego, A y B son incompatibles}$$

Por otra parte, $p(A) \cdot p(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18} \neq p(A \cap B) = 0 \Rightarrow A \text{ y B son dependientes.}$

b) Calcule $p[A/(A \cup B)]$

Resolución

$A \subset A \cup B$ entonces $A \cap (A \cup B) = A$.

$$\text{La probabilidad que se pide es } p\left[\frac{A}{(A \cup B)}\right] = \frac{p[A \cap (A \cup B)]}{p(A \cup B)} = \frac{p(A)}{p(A \cup B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \cong 0,3333 = 33,33\%$$

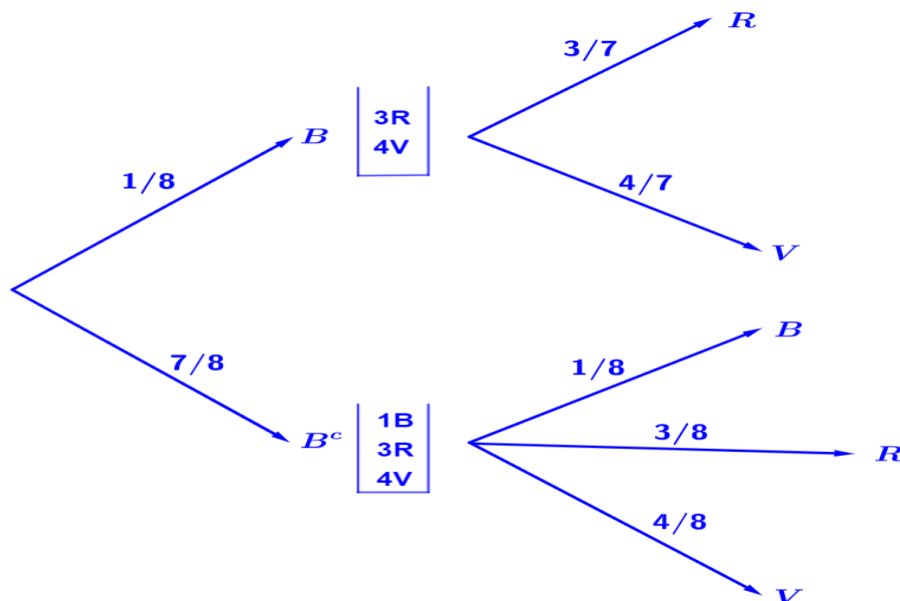
7.- En una urna hay 1 bola blanca, 3 rojas y 4 verdes. Se considera el experimento que consiste en sacar primero una bola, si es blanca se deja fuera, y si no lo es se vuelve a introducir en la urna; a continuación, se extrae una segunda bola y se observa su color.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que salgan 2 bolas del mismo color?

Resolución

Sean los sucesos $B = \text{"sacar bola blanca"}$ $R = \text{"sacar bola roja"}$ y $V = \text{"sacar bola verde"}$.

Hacemos un diagrama de árbol de probabilidades:



$$\text{Se pide } p(\text{mismo color}) = p(RR) + p(VV) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} + \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{8} = \frac{25}{64} \cong 0,3906 = 39,06\%$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola blanca salga en la 2ª extracción?

Resolución

$$\text{Se pide } p(\text{blanca en la 2ª extracción}) = p(B^c B) = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{7}{64} \cong 0,1094 = 10,94\%$$

8.- Sean A y B dos sucesos independientes tales que $p(A) = 0,4$ y $p(A \cap B) = 0,05$.

a) Calcule $p(B)$.

Resolución

Como A y B son independientes, $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) \Rightarrow p(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,05}{0,4} = 0,125$

b) Calcule $p(A \cap B^c)$.

Resolución $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0,4 - 0,05 = 0,35$

c) Sabiendo que no ha sucedido B, calcule la probabilidad de que suceda A.

Resolución Se pide $p\left(\frac{A}{B^c}\right) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A \cap B^c)}{1 - p(B)} = \frac{0,35}{1 - 0,125} = 0,4$

9.- (prueba extraordinaria) Sean A y B dos sucesos independientes tales que

$p(B) = 0,05$ y $p(A/B) = 0,35$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos?

Resolución

Como $p\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \Rightarrow p(A \cap B) = p(A/B) \cdot p(B) = 0,35 \cdot 0,05 = 0,0175$

Al ser A y B independientes, $p(A) = p\left(\frac{A}{B}\right) = 0,35$

Se pide $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,35 + 0,05 - 0,0175 = 0,3825$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no el B?

Resolución Se pide $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0,35 - 0,0175 = 0,3325$

10.- (prueba extraordinaria) En un determinado curso el 60% de los estudiantes aprueban Economía y el 45% aprueban Matemáticas. Se sabe además que la probabilidad de aprobar Economía habiendo aprobado Matemáticas es 0,75.

a) Calcule el porcentaje de estudiantes que aprueban las dos asignaturas.

Resolución

A = “aprobar Economía” B = “aprobar Matemáticas”

Según el enunciado, $p(A) = 60\% = 0,6$, $p(B) = 45\% = 0,45$ y $p(A/B) = 0,75$. Se pide $p(A \cap B)$.

Como $p\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \Rightarrow p(A \cap B) = p\left(\frac{A}{B}\right) p(B) = 0,75 \cdot 0,45 = 0,3375 = 33,75\%$

b) Entre los que aprueban Economía ¿qué porcentaje aprueba Matemáticas?

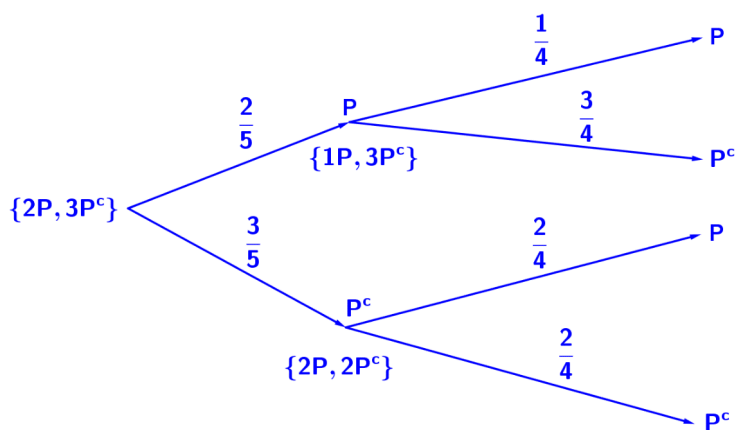
Resolución Se pide $p\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,3375}{0,6} = 0,5625 = 56,25\%$

11.- En un concurso se dispone de cinco sobres; dos de ellos contienen premio y los otros tres no. Se pide a un primer concursante que escoja un sobre y observe si tiene premio, y a un segundo concursante que elija otro de los restantes y observe si tiene premio.

a) Escriba el conjunto de resultados posibles asociado a este experimento e indique la probabilidad de cada uno de ellos.

Resolución

Sea el suceso P = “el sobre tiene premio. Hacemos un diagrama de árbol de probabilidades:



El conjunto de resultados posibles es $\{PP, PP^c, P^cP, P^cP^c\}$

$$p(PP) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10} = 10\% ; \quad p(PP^c) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10} = 30\% ;$$

$$p(P^cP) = p(P^cP^c) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10} = 30\%$$

b) ¿Qué probabilidad tiene el segundo concursante de obtener premio?

Resolución Se pide $p(PP) + p(P^cP) = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = 0,4 = 40\%$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos concursantes obtengan premio?

Resolución Se pide $p(PP) = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$

12.- Juan dispone de dos días para estudiar un examen. La probabilidad de estudiarlo solamente el primer día es del 10%, la de estudiarlo los dos días es del 10% y la de no hacerlo ningún día es del 25%. Calcule la probabilidad de que Juan estudie el examen en cada uno de los siguientes casos:

a) El segundo día.

Resolución

Sean los sucesos $A = \text{"estudiar el examen el primer día"}$, $B = \text{"estudiar el examen el segundo día"}$

Según el enunciado $p(A \cap B^c) = 10\% = 0,1$; $p(A \cap B) = 10\% = 0,1$; $p(A^c \cap B^c) = 25\% = 0,25$

$$\text{Como } p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A) = p(A \cap B^c) + p(A \cap B) = 0,1 + 0,1 = 0,2$$

$$\text{Por una de las leyes de Morgan, } 0,25 = p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B) =$$

$$= 1 - [p(A) + p(B) - p(A \cap B)] = 1 - (0,2 + p(B) - 0,1) = 0,9 - p(B)$$

$$\text{Despejando, la probabilidad que se pide es } p(B) = 0,9 - 0,25 = 0,65 = 65\%$$

b) Solamente el segundo día.

Resolución

$$\text{Se pide } p(B \cap A^c) = p(B) - p(A \cap B) = 0,65 - 0,1 = 0,55 = 55\%$$

c) El segundo día, sabiendo que no lo ha hecho el primero.

Resolución

$$\text{Se pide } p\left(\frac{B}{A^c}\right) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} = \frac{p(B \cap A^c)}{1 - p(A)} = \frac{0,55}{1 - 0,2} = 0,6875 = 68,75\%$$