

11. Soal SBMPTN 2018 Kode 527 | *Soal Lengkap

Hasil dari $\int \left(\frac{-16 - 6x^4}{x^2} \right) dx$ adalah...

- (A) $\frac{16}{x} + 2x^3 + C$
- (B) $\frac{16}{x} - 2x^3 + C$
- (C) $-\frac{16}{x} - x^3 + C$
- (D) $-\frac{8}{x} + 2x^3 + C$
- (E) $\frac{8}{x} - 2x^3 + C$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal [Integral](#) di atas kita coba dengan menggunakan aturan dasar integral

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$, $n \neq -1$ dan manipulasi aljabar, maka kita akan peroleh:

$$\begin{aligned} & \int \left(\frac{-16 - 6x^4}{x^2} \right) dx \\ &= \int \left(\frac{-16}{x^2} - \frac{6x^4}{x^2} \right) dx \\ &= \int (-16x^{-2} - 6x^{4-2}) dx \\ &= \int (-16x^{-2} - 6x^2) dx \\ &= \frac{-16}{-2+1} x^{-2+1} - \frac{6}{2+1} x^{2+1} + C \\ &= 16x^{-1} - 2x^3 + C \\ &= \frac{16}{x} - 2x^3 + C \end{aligned}$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (B) $\frac{16}{x} - 2x^3 + C$

12. Soal SBMPTN 2017 SAINTEK Kode 226 | *Soal Lengkap

$$\int \frac{3(1-x)}{1+\sqrt{x}} dx = \dots$$

(A) $3x - 2x\sqrt{x} + C$

(B) $2x - 3x\sqrt{x} + C$

(C) $3x\sqrt{x} - 2x + C$

(D) $2x\sqrt{x} - 3x + C$

(E) $3x + 2x\sqrt{x} + C$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal [Integral](#) di atas kita coba dengan menggunakan aturan dasar integral

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$, $n \neq -1$ dan manipulasi aljabar, maka kita akan peroleh:

$$\begin{aligned} & \int \frac{3(1-x)}{1+\sqrt{x}} dx \\ &= \int \frac{3(1-x)}{1+\sqrt{x}} \times \frac{1-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx \\ &= \int \frac{3(1-x)(1-\sqrt{x})}{1-x} dx \\ &= 3 \int (1-\sqrt{x}) dx \\ &= 3 \left(x - \frac{2}{3} x\sqrt{x} \right) + C \\ &= 3x - 2x\sqrt{x} + C \end{aligned}$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (A) $3x - 2x\sqrt{x} + C$

13. Soal SBMPTN 2017 SAINTEK Kode 241 | *Soal Lengkap

$$\int \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x} dx = \dots$$

- (A) $x^2 + 2\sqrt{x} + C$
(B) $\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + C$
(C) $\frac{1}{2}x^2 - 2\sqrt{x} + C$
(D) $\frac{1}{2}x^2 + x\sqrt{x} + C$
(E) $\frac{1}{2}x^2 - x\sqrt{x} + C$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal [Integral](#) di atas kita coba dengan menggunakan aturan dasar integral

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$, $n \neq -1$ dan manipulasi aljabar, maka kita akan peroleh:

$$\begin{aligned}\int \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x} dx \\&= \int \left(\frac{x^2}{x} - \frac{\sqrt{x}}{x} \right) dx \\&= \int \left(x - x^{-\frac{1}{2}} \right) dx \\&= \frac{1}{2}x^2 - 2x^{\frac{1}{2}} + C \\&= \frac{1}{2}x^2 - 2\sqrt{x} + C\end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C) $\frac{1}{2}x^2 - 2\sqrt{x} + C$

14. Soal SBMPTN 2017 SAINTEK Kode 229 | *Soal Lengkap

$$\int 9x^2\sqrt{x^3-1} dx = \dots$$

- (A) $\frac{1}{3}(x^3-1)\sqrt{x^3-1} + C$
(B) $(x^3-1)\sqrt{x^3-1} + C$
(C) $2(x^3-1)\sqrt{x^3-1} + C$
(D) $3(x^3-1)\sqrt{x^3-1} + C$
(E) $9(x^3-1)\sqrt{x^3-1} + C$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal [Integral](#) di atas kita coba dengan menggunakan aturan dasar integral

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$, $n \neq -1$ dan manipulasi aljabar, maka kita akan peroleh:

misal:

$$u = x^3 - 1$$

$$\frac{du}{dx} = 3x^2$$

$$du = 3x^2 dx$$

Soal di atas, kini dapat kita tuliskan menjadi:

$$\int 9x^2 \sqrt{x^3 - 1} dx$$

$$= \int 3 \cdot 3x^2 \sqrt{x^3 - 1} dx$$

$$= \int 3 \cdot \sqrt{x^3 - 1} 3x^2 dx$$

$$= \int 3 \cdot \sqrt{u} du$$

$$= 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot (u) \sqrt{u} + C$$

$$= 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot (x^3 - 1) \sqrt{x^3 - 1} + C$$

$$= 2 \cdot (x^3 - 1) \sqrt{x^3 - 1} + C$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah $(C) 2(x^3 - 1) \sqrt{x^3 - 1} + C$

15. Soal SBMPTN 2018 Kode 527 | *Soal Lengkap

$$\int \left(\frac{x^4 - 1}{x^3 + x} \right)^2 dx = \dots$$

$$(A) \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{x} - 2x + C$$

$$(B) \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{x} - 2x + C$$

$$(C) \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{x} + 2x + C$$

$$(D) \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{x} + x + C$$

$$(E) \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{x} - x + C$$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal [Integral](#) di atas kita coba dengan menggunakan aturan dasar integral

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$, $n \neq -1$ dan manipulasi aljabar, maka kita akan peroleh:

$$\begin{aligned} & \int \left(\frac{x^4 - 1}{x^3 + x} \right)^2 dx \\ &= \int \left(\frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{x(x^2 + 1)} \right)^2 dx \\ &= \int \left(\frac{(x^2 - 1)}{x} \right)^2 dx \\ &= \int \left(\frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} \right)^2 dx \\ &= \int (x - x^{-1})^2 dx \\ &= \int (x^2 - 2 + x^{-2}) dx \\ &= \frac{1}{2+1} x^{2+1} - 2x + \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} + C \\ &= \frac{1}{3} x^3 - 2x - \frac{1}{x} + C \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (B) $\frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{x} - 2x + C$

16. Soal UM UNDIP 2016 Kode 501/515 | *Soal Lengkap

$$\begin{aligned} & \int x^5 (2 - x^3)^{\frac{1}{2}} dx = \dots \\ (A) & \frac{2}{45} (3x^3 + 4) (-x^3 + 2)^{\frac{3}{2}} + C \\ (B) & \frac{-2}{5} (3x^3 + 4) (-x^3 + 2)^{\frac{3}{2}} + C \\ (C) & \frac{2}{5} (3x^3 + 4) (-x^3 + 2)^{\frac{3}{2}} + C \\ (D) & \frac{-2}{25} (3x^3 + 4) (-x^3 + 2)^{\frac{3}{2}} + C \\ (E) & \frac{-2}{45} (3x^3 + 4) (-x^3 + 2)^{\frac{3}{2}} + C \end{aligned}$$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal [Integral](#) di atas kita coba dengan menggunakan aturan dasar integral

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$, $n \neq -1$ dan manipulasi aljabar, maka kita akan peroleh:

misal:

$$\begin{aligned} u &= 2 - x^3 \rightarrow 2 - u = x^3 \\ \frac{du}{dx} &= -3x^2 \\ du &= -3x^2 dx \rightarrow -\frac{1}{3} du = x^2 dx \end{aligned}$$

Soal di atas, kini bisa kita tulis menjadi;

$$\begin{aligned} & \int x^5 (2 - x^3)^{\frac{1}{2}} dx \\ &= \int x^3 \cdot x^3 (u)^{\frac{1}{2}} dx \\ &= \int x^3 \cdot u^{\frac{1}{2}} x^2 dx \\ &= \int (2 - u) u^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{3} du\right) \\ &= -\frac{1}{3} \int \left(2u^{\frac{1}{2}} - u^{\frac{3}{2}}\right) du \\ &= -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3} u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}}\right) + C \\ &= -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3} u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}}\right) + C \\ &= -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{15} u^{\frac{3}{2}} (20 - 6u) + C \\ &= -\frac{1}{45} (2 - x^3)^{\frac{3}{2}} (20 - 6(2 - x^3)) + C \\ &= -\frac{1}{45} (2 - x^3)^{\frac{3}{2}} (20 - 12 + 6x^3) + C \\ &= -\frac{1}{45} (2 - x^3)^{\frac{3}{2}} (8 + 6x^3) + C \\ &= -\frac{2}{45} (2 - x^3)^{\frac{3}{2}} (4 + 3x^3) + C \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (E) $-\frac{2}{45} (3x^3 + 4) (-x^3 + 2)^{\frac{3}{2}} + C$

17. Soal UM UNDIP 2016 Kode 501/515 | *Soal Lengkap

Jika $f'(x) = 9x^2 - 12x + 2$ dan $f(-1) = 0$, maka $f(0) = \dots$

- (A) -1
- (B) 0
- (C) 9
- (D) 11
- (E) 13

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal [Integral](#) di atas kita coba dengan menggunakan aturan dasar integral

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$, $n \neq -1$ dan manipulasi aljabar, maka kita akan peroleh:

$$f'(x) = 9x^2 - 12x + 2$$

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$= \int 9x^2 - 12x + 2 dx$$

$$= \frac{9}{2+1} x^{2+1} - \frac{12}{1+1} x^{1+1} + 2x + C$$

$$= 3x^3 - 6x^2 + 2x + C$$

$$f(-1) = 3(-1)^3 - 6(-1)^2 + 2(-1) + C$$

$$0 = -3 - 6 - 2 + C$$

$$0 = -11 + C$$

$$C = 11$$

$$f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 2x + 11$$

$$f(0) = 3(0)^3 - 6(0)^2 + 2(0) + 11$$

$$= 11$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (D) 11

18. Soal UNBK Matematika IPA 2018 | *Soal Lengkap

Hasil dari $\int 4x(x^2 - 1)^5 dx$ adalah...

$$(A) -\frac{1}{3}(x^2 - 1)^6 + C$$

$$(B) -\frac{1}{6}(x^2 - 1)^6 + C$$

$$(C) \frac{1}{6}(x^2 - 1)^6 + C$$

$$(D) \frac{1}{3}(x^2 - 1)^6 + C$$

$$(E) \frac{4}{3}(x^2 - 1)^6 + C$$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Hasil $\int 4x (x^2 - 1)^5 dx$ kita coba kerjakan dengan pemisalan;

Misal:

$$u = x^2 - 1$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$du = 2x dx$$

Soal diatas, kini bisa kita tuliskan menjadi;

$$\int 4x (x^2 - 1)^5 dx$$

$$= \int 2 \cdot 2x u^5 dx$$

$$= \int 2u^5 2x dx$$

$$= \int 2u^5 du$$

$$= \frac{2}{5+1} u^{5+1} + C$$

$$= \frac{2}{6} u^6 + C$$

Lalu kita kembalikan nilai $u = x^2 - 1$

$$\frac{2}{6} u^6 + C = \frac{1}{3} (x^2 - 1)^6 + C$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D) $\frac{1}{3} (x^2 - 1)^6 + C$

19. Soal UMPTN 1995 Rayon B | *Soal Lengkap

Jika $f(x) = ax + b$, $\int_0^1 f(x) dx = 1$ dan $\int_1^5 f(x) dx = 5$ maka $a + b = \dots$

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) -3

(E) -4

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru yang mungkin bermanfaat tentang [definisi integral tentu](#) yaitu jika sebuah fungsi $f(x)$ kontinu pada interval $[a, b]$ dan $F(x)$ adalah antiderivatif dari $f(x)$ pada interval $[a, b]$, maka:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Dengan menerapkan definisi integral di atas, maka berlaku

$$\begin{aligned}\int_0^1 f(x) \, dx &= 1 \\ \int_0^1 (ax + b) \, dx &= 1 \\ \left[\frac{1}{2}ax^2 + bx \right]_0^1 &= 1 \\ \left[\frac{1}{2}a(1) + b(1) \right] - [0] &= 1 \\ \frac{1}{2}a + b &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_1^2 f(x) \, dx &= 5 \\ \int_1^2 (ax + b) \, dx &= 5 \\ \left[\frac{1}{2}ax^2 + bx \right]_1^2 &= 5 \\ \left[\frac{1}{2}a(2)^2 + b(2) \right] - \left[\frac{1}{2}a(1) + b(1) \right] &= 5 \\ 2a + 2b - \frac{1}{2}a - b &= 5 \\ \frac{3}{2}a + b &= 5 \\ \frac{1}{2}a + b + a &= 5 \\ 1 + a &= 5 \\ a = 4 &\longrightarrow b = -1\end{aligned}$$

Untuk nilai $a = 4$ dan $b = -1$ maka $a + b = 4 - 1 = 3$.

∴ Pilihan yang sesuai adalah (A) 3

20. Soal UTBK SBMPTN 2019 | *Soal Lengkap

Misalkan fungsi f memenuhi $f(x+5) = f(x)$ untuk setiap $x \in \mathbb{R}$. Jika $\int_1^5 f(x) dx = 3$ dan

$$\int_{-5}^{-4} f(x) dx = -2 \text{ maka nilai } \int_5^{15} f(x) dx = \dots$$

- (A) 10
- (B) 6
- (C) 5
- (D) 2
- (E) 1

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru yang mungkin bermanfaat tentang sifat integral tentu;

- $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$
- Jika f periodik dengan periode p , maka $\int_{a+p}^{b+p} f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

'Suatu fungsi f adalah periodik jika terdapat suatu bilangan p sedemikian sehingga $f(x+p) = f(x)$ '

Karena $f(x+5) = f(x)$ maka $f(x)$ periodik dengan periode 5, sehingga berlaku:

- $\int_1^5 f(x) dx = \int_6^{10} f(x) dx = \int_{11}^{15} f(x) dx = 3$
- $\int_{-5}^{-4} f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx = \int_5^6 f(x) dx = \int_{10}^{11} f(x) dx = -2;$

Dengan menggunakan sifat integral di atas, maka berlaku

$$\begin{aligned} \int_5^{15} f(x) dx &= \int_5^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx + \int_{10}^{11} f(x) dx + \int_{11}^{15} f(x) dx \\ &= -2 + 3 + (-2) + 3 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (D) 2