

Будь-яка закономірність роботи людського мозку, яку помічаємо або зустрічаємо готовою, може бути використана для вирішення тих завдань, які з'являються під час педагогічного процесу.

Переосмислення вже відомих фактів з курсу психології, методики викладання математики на основі здобутого педагогічного досвіду, проблемні ситуації, з якими зустрічаєшся під час навчального процесу та їх актуалізація дає можливість удосконалювати прийоми навчання, якими давно користуєшся, та додавати нові. Саме це дає можливість створювати нові педагогічні прийоми, методи, а у деяких випадках технології та парадигми.

Можливості удосконалення методики роботи вчителя істотно залежать від його вміння керувати розумовою діяльністю учнів, активізуючи її. Здійснювати таке керування можна, спираючись на систему закономірностей, що концентрує в собі зведення з психології і дидактики і відповідну методику застосування цієї системи під час вивчення математики. У цих закономірностях розкриваються взаємозв'язки між внутрішніми процесами, що протікають у свідомості учнів, і зовнішніми, дидактичними умовами, в яких проходить навчальна діяльність. До зовнішніх умов належить зміст вправ, їх послідовність, прийоми організації уроку, до внутрішніх – розумова діяльність, процеси запам'ятовування, сприйняття.

Оскільки у закономірностях відбиваються взаємозв'язки між внутрішніми процесами навчальної діяльності школярів і зовнішніми, дидактичними умовами, то, спираючись на ці закономірності, вчитель може шляхом видозмінення зовнішніх умов корегувати внутрішні процеси, що протікають у свідомості учнів. Таким чином, у вчителя з'являється можливість цілеспрямовано керувати розумовою діяльністю школярів.

Асоціація – такий зв'язок двох процесів (відчуттів, сприйняття, уявлень, ідей), що протікають у свідомості, за якого перший процес спричиняє виникнення другого.

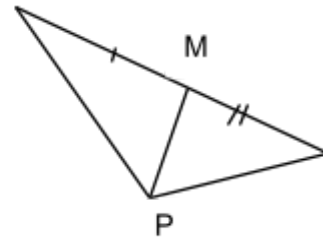
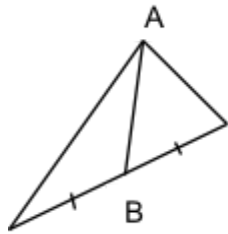
Узагальнена асоціація – асоціація, при якій компоненти її членів змінюються від умови задачі, що розв'язується, і ці варіанти впливають на здобутий результат. Такі компоненти називаються істотними. Процес усвідомлення вправи $a^7 \cdot a^5$ кожного разу викликає у свідомості учня процес подання відповіді: a^{12} . Тобто виникає узагальнена асоціація, бо її компоненти можна змінити: $p^3 \cdot p^8$ і результат буде змінений (p^{11}).

Константна асоціація – асоціація, у якій істотні компоненти завжди незмінні, а змінюються лише несуттєві, які не впливають на результат розв'язаної задачі. Маленькі діти, навчаючись, багаторазово виконують одне й те саме завдання із знаходження суми однієї і тієї ж пари чисел, наприклад $3+2$. У цьому завданні змінюються лише неістотні для даної операції компоненти: додаються 3 і 2 яблука, 3 і 2 олівця. Такі асоціації грають велику роль у навчанні іноземній мові, літературі. На уроках математики вони також необхідні (наприклад, під час усного рахунку або додавання однозначних чисел), але проявляються значно рідше. Під час навчання математиці учень має навчитися не просто відтворювати знання у незмінному вигляді. Він має вдало використовувати ці знання, миттєво видозмінюючи свої висновки в залежності від умови задачі, що розв'язується. При цьому школяр може не згадати відповідні означення й теореми, але діяти у повній відповідності до них.

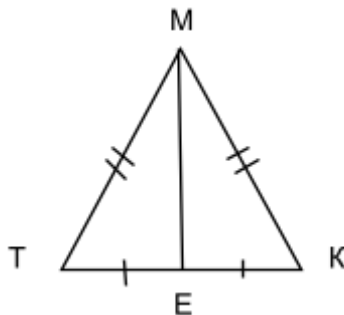
Відсутність таких асоціацій є однією з основних причин низької успішності багатьох учнів. На першому етапі вивчення геометрії учні отримують означення великої кількості понять: бісектриса, висота, медіана, проекція відрізка тощо. Якщо учень не має таких асоціацій, то він не володіє мовою предмета, що вивчається. Тому й не встигає збагнути, про що говорять у класі, навіть, якщо пам'ятає всі необхідні означення. Вихід лише один: ознайомлюючи учнів з новим

поняттям, давати вправи на «розпізнавання», домагаючись формування у кожного узагальнених асоціацій.

Наприклад: «За даними, позначеними на малюнку вказати медіани трикутників».



Спочатку учні кожного разу використовують означення, обґрунтовуючи, чому АВ – медіана, а МР – ні. Пізніше при розв'язуванні задачі: «За даними, позначеними на малюнку знайти кут



КМЕ, якщо кут КМТ = 40° » - учні з одного погляду розпізнають, що МЕ медіана, і, спираючись на цей висновок (який на вимогу вчителя легко обґрунтовується), закінчують розв'язання. Процес усвідомлення умови: $KE=ET$, М – вершина трикутника...» - моментально спричиняє інший процес – висновок: «МЕ – медіана», тобто використана асоціація, причому узагальнена, бо її члени кожного разу змінюються від умови задачі: розташування фігури, її форми, позначення.

Так під час вивчення теми «Означення первісної» корисні вправи на зразок :

- доведіть, що $F(x)=x^5$ є первісна для функції $f(x)=5x^4$;
- чи є функція $F(x)=3 - \sin x$ первісною для функції $f(x)=\cos(x)$;
- чи є функція $F(x)=x^{-2}+2$ первісною для функції $f(x)=\frac{1}{2x^3}$;
- Серед трьох даних функцій укажіть таку, що дві інші є відповідно похідною і первісною для неї: $f(x)=3-2\sin x$; $g(x)=3x+2\cos(x)$; $h(x)=-2\cos(x)$.

Прояв кожної узагальненої асоціації еквівалентне одному чи декільком висновкам. Під час виконання найперших вправ будь-якої нової теми учні проводять докладні міркування, спираючись на формулювання теореми. Пізніше подібні вправи учні виконують дуже швидко і без пояснень. Наприклад, учень, який свідомо засвоїв тему «Степінь з натуральним показником» дуже швидко виконує вправу: $b^5 \cdot b = b^6$. При цьому він не проводить зі своєї ініціативи ніяких міркувань, але може легко обґрунтувати свої дії посиланням на означення $b^1=b$ на теорему про множення степенів з однаковими основами. У цьому випадку зазначена узагальнена асоціація відповідає цілому набору логічних висновків.

Уміння і навички розв'язання задач є визначеною системою асоціацій, переважно узагальнених. На основі понять «уміння» та «навички» досить важко пояснити, а отже, й ліквідувати більшість помилок учнів, але їх можна пояснити, передбачити і виключити, якщо спиратися на психолого – педагогічні закономірності.

Помилковою узагальненою асоціацією називається така асоціація, за наявності якої учень неправильно розв'язує окремі задачі даного типу або не здогадується застосовувати до них відомий спосіб розв'язання. Пропонуючи вправу: «Сторони трикутника дорівнюють 8, 6, 10см. Чи є трикутник прямокутним і чому?», можна отримати стверджувальну відповідь з посиланням на теорему Піфагора. Але така відповідь неправильна. Трикутник, дійсно,

прямокутний, але не за теоремою Піфагора, а за теоремою її оберненою, чи за теоремою косинусів.

Подібні логічні помилки, коли застосовується пряма теорема замість оберненої, дуже поширені. Причина цієї помилки полягає у тому, що на уроці виконується підряд кілька вправ на ту саму теорему. Посилаючись на неї, учень не має потреби вибирати її з декількох інших теорем. Достатньо згадати і відтворити вже повторюване посилання й не треба при цьому думати, аналізувати. У результаті у свідомості учня незмінно протікають ті самі процеси: спочатку – усвідомлює питання вчителя «Чому?», потім – повторює щойно почуту фразу: «За теоремою Піфагора». Утворена асоціація є константною. Вона не призводить до помилки, коли розв'язують задачі лише за теоремою Піфагора, тому що бездумна відповідь формально є правильною. Коли доводиться застосовувати обернену теорему, виявляється ця ж асоціація, тому що учні не бачать різниці між вправами, у яких треба застосовувати або теорему Піфагора або її обернену. Отже, ця асоціація помилкова. Вона утворилася замість узагальненої, оскільки на уроках створилися умови, за яких у свідомості учнів могли виникати один за одним незмінні процеси, без яких-небудь проміжних міркувань.

Позбутися помилкової асоціації у попередньому прикладі можна, якщо серед тренувальних вправ зустрінуться такі, у яких використовується чи пряма теорема, чи обернена, тоді усвідомивши питання, учень змушений задуматися, зробити вибір і застосувати обрану теорему. Можливість бездумного повторення процесів зменшується. Між ними ще раз уводяться проміжні міркування, що поглиблюють розуміння, активізують діяльність учня, тобто є стимулюючими ланками. При розв'язуванні нерівності $x^2 - x - 2 > 0$, рекомендую учням діяти за планом:

- усвідомити (проаналізувати) умову;
- вибрати (побудувати) графік відповідної функції;
- спираючись на нього, записати відповідь.

Виконуючи за цим планом вправу, учень вибирає з графіків, зображених на дошці та у зошитах, той, який потрібний у цьому випадку. Тут усі міркування, зв'язані з розглядом (представленням) графіків, є стимулюючими ланками. Ці міркування вклинюються між процесами усвідомлення питання і подання відповіді, активізуючи розумову діяльність, поглиблюючи розуміння.

Стимулюючими ланками можуть виступати наступні процеси:

- згадування, застосування в ході ознайомлення з матеріалом (чи по ходу виконання вправ) означень, теорем, законів, різних правил, у тому числі й мнемонічних;
- споглядання, подання наочних образів (моделей, графіків, рисунків, діаграм)
- будь-яка діяльність з ними;
- оперування знаками і символами (уведення стрілок, підкреслення).

Закономірності формування вмінь і навичок розв'язування вправ

1. Асоціація утвориться, якщо процеси, що протікають у нашій свідомості, виникають у ході діяльності і повторюються безпосередньо один за одним чи за участю стимулюючої ланки. Якщо ця ланка зберігається, то утворюються дві асоціації.
2. Якщо істотні компоненти двох процесів, що протікають у нашій свідомості, при їх повторенні одне за одним варіюються, може утворюватись узагальнена асоціація, у іншому випадку, коли вони завжди незмінні, то константна.

3. Прояв асоціації у процесі розв'язання задачі супроводжується відчуттям впевненості у правильності отриманого результату. При цьому зменшується ймовірність самоконтролю.
4. Виникнення помилкової узагальненої асоціації відбувається, якщо в процесі своєї діяльності:
 - учень виконує завдання одного типу;
 - у цих завданнях незмінно повторюється деяка особливість;
 - усвідомлення цієї особливості необов'язкове для здобуття правильного результату, то ступінь усвідомлення цієї особливості, яка повторюється, знижується.

У чотирикутнику АВСК сторони АВ і СК рівні, а сторони ВС і АК паралельні, ВС=4см. Знайти АК. Оскільки АВСК може бути паралелограмом чи трапецією, то обчислити АК не можна. Однак деякі учні дають відповідь: АК=4см. Проаналізуємо цю помилку, перевіряючи всі умови закономірності:

- 1) У підручнику подається низка задач одного типу, розв'язуючи які, можна застосувати теорему: «Якщо дві сторони чотирикутника рівні й паралельні, то він є паралелограмом».
- 2) У кожній з цих задач мова йде про чотирикутник, у якому та сама пара сторін рівні й паралельні.
- 3) Усвідомлення цієї особливості необов'язкове, тому що учень може помилково думати, що чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші рівні, є паралелограмом, і, незважаючи на ці умови, одержувати правильні відповіді під час розв'язання будь-якої задачі із зазначеною особливістю. Прояв такої асоціації знижує ймовірність самоконтролю, причому допущену помилку не помічають навіть ті учні, які вільно аналізували її після вказівки вчителя: «Відповідь неправильна».

Якщо яка-небудь особливість, властива для окремих задач цього типу, не відбита в системі вправ чи в розглянутих способах розв'язання задач, то в учнів може утворитися помилкова асоціація, до складу якої не входить усвідомлення особливості.

Навчившись застосовувати формулу $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ до виразів $\sin 2\beta$,

$\sin 2\varphi$, багато учнів не здогадуються використовувати її для спрощення виразів вигляду: $\frac{\sin\alpha}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$.

Причиною є те, що серед тренувальних вправ на застосування формули немає таких, де треба виконати перетворення вигляду $\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$. Щоб виключити цей недолік, можна: у систему тренувальних вправ уключити вправи такого вигляду $\frac{\sin\alpha}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$; сформулювати в учнів навички виконання перетворення: $\alpha = 2 \cdot \frac{\alpha}{2}$, $3\alpha = 2 \cdot \frac{3\alpha}{2}$, $5\alpha = 2 \cdot \frac{5\alpha}{2}$; ввести формулу синуса подвійного аргументу у вигляді: $\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$

Для формування узагальненої асоціації потрібно тим менше вправ, чим більш розвинений учень і збагачений знаннями, вміннями й навичками, що належать до цієї галузі науки.

Із цієї закономірності випливає, що під час вивчення нової теми невстигаючим учням потрібно виконати більше число тренувальних вправ, ніж добре встигаючим. Тому бажано збільшити кількість тренувальних вправ для слабких учнів вдома. Наприклад, для домашньої роботи можна запропонувати на вибір два завдання: або більше число найпростіших тренувальних вправ, або менше кількість подібних вправ, але складніших. Наприклад, пропонується побудувати

графік трьох функцій: $y = \log_{0,5} x$, $y = \log_3 x$, $y = \log_5 x$ або двох: $y = \log_{0,5}(-x)$, $y = \log_4(-x)$. Деякі учні не зможуть виконати друге завдання помилково думаючи, що $(-x)$ від'ємне число. Ці учні виконують перше завдання.

Для збереження і зміцнення узагальнених асоціацій розосереджене повторення ефективніше від концентрованого.

Під час вивчення формул скороченого множення зіткнувся з ситуацією: поки вивчаються окремі невеликі теми даного розділу, учні більш-менш вільно виконують вправи відповідних типів. А трохи пізніше, коли починається чергування задач різних типів з усього розділу, учні розв'язують їх значно гірше, частіше помиляються. Виконуючи вправи одного типу, учні звикають застосовувати ту саму формулу, але не привчаються до вибору, не уловлюють всі особливості і розходження між подібними зовні вправами різних типів. Таким чином, створюється ілюзія успішного засвоєння матеріалу. Щоб уникнути цього розосереджую частину вправ, теми що вивчається, на наступні уроки. При цьому загальне число вправ на застосування кожної формули залишається незмінним. Ці вправи розподіляю на більш тривалий проміжок часу, протягом якого учням доводиться не тільки застосовувати досліджувані формули, але й здійснювати їх вибір, тобто ще раз аналізувати досліджувані формули, аналізувати й порівнювати виконані вправи.

Використання стимулюючих ланок у ході розв'язання задач приводить до формування міцних і стійких узагальнених асоціацій.

Розв'язуючи задачі обґрунтовано з опорою на досліджувані означення, аксіоми, теореми, учні досягають глибокого розуміння і у них формуються міцні, стійкі вміння й навички.

При цьому необхідно знати умови, що спонукають учнів обґрунтовувати розв'язання задач:

- учню пропонуються задачі різних типів;
- розв'язування кожної з них не зводиться до однієї й тієї ж самої операції;
- цю операцію (її результат) учню доводиться вибирати серед інших, які можливі у подібних ситуаціях;
- дані задач є для учня незвичними;
- учень не впевнений у безпомилковості своїх дій.

Після вивчення теореми про пряму, перпендикулярну діаметру кола, для самостійної роботи у класі пропонуються задачі:

1. Діаметр кола АВ перпендикулярний до прямої КМ. Точка В лежить на прямій МК. Скільки спільних точок мають пряма МК і коло?
2. МР – діаметр кола, кут КМР дорівнює 90° . Чи є КМ дотичною до кола?
3. Пряма АВ перпендикулярна діаметру кола КС. Чи буде пряма АВ дотичною до цього кола?
4. Кут КАЕ – прямий, АК – діаметр кола. Скільки спільних точок мають пряма АЕ й коло?

Розв'язуючи ці задачі, учні посилаються на теорему про властивість дотичної. Мається на увазі, що дані задачі є для учнів незвичними (різне розташування фігур, варіації у словесних формулюваннях). Однак у навчанні важливо, щоб учні не тільки спиралися на теореми, але й максимально активізували свою розумову діяльність. Вони мають ретельно перевіряти виконуваність всіх умов теореми, не обмежуючись швидким переглядом (згадуванням) її або поверхневим посиленням на неї. Але структура даної системи вправ така, що при розв'язуванні задач 1 і 2 учень не може отримати правильну відповідь, не перевіряючи виконуваність однієї з умов теореми – «пряма проходить через кінець діаметра». Отже, усвідомлення цієї умови послаблюється. Якщо це так, то учень може припуститися помилки у розв'язанні. Аналіз помилки

викликає пошвавлення в класі, підвищений інтерес. Учні засумнівалися в безпомилковості своїх дій. Після зазначеної помилки та її аналізу учні більш ретельно обмірковували задачу 4.

Закономірності засвоєння навчального матеріалу і закономірності пам'яті. Вплив мотивів діяльності й емоцій

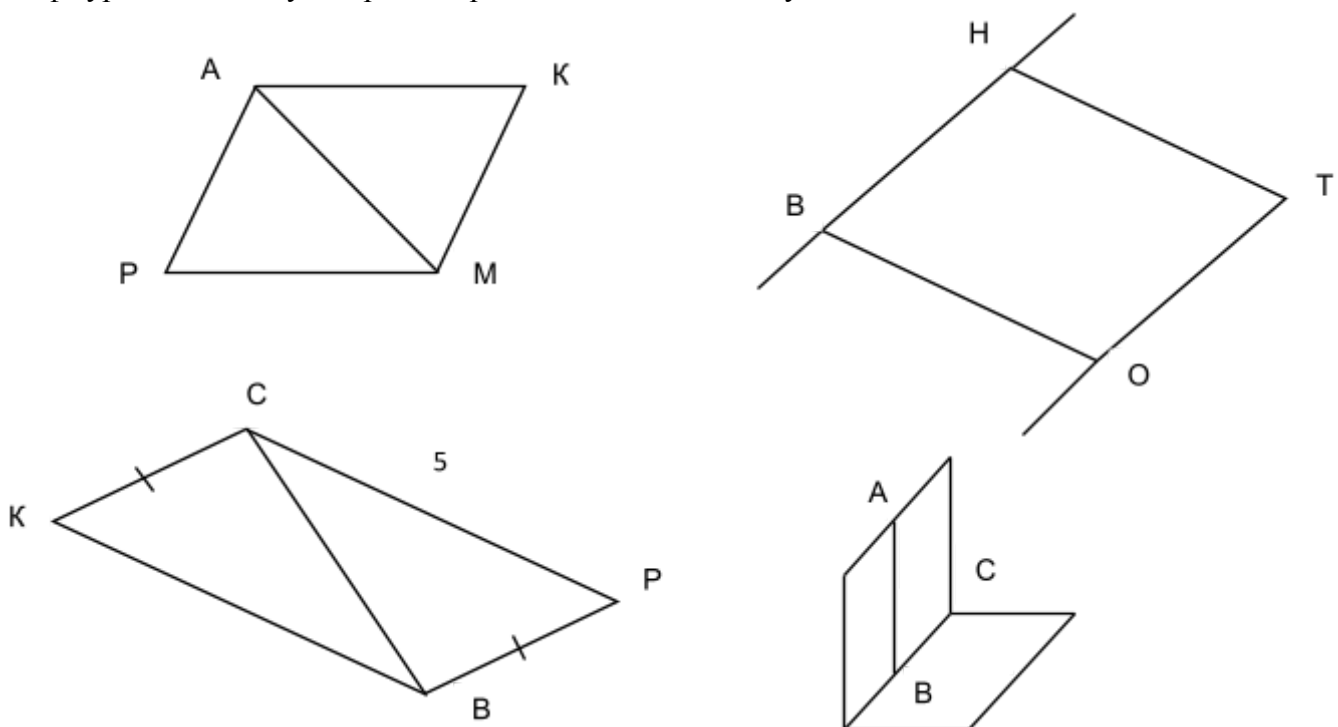
Одні вчителі систематично опитують учнів за вивченим матеріалом, інші обмежуються опитуванням тільки з досліджуваної теми. У першій ситуації в учнів виникають установки на тривале, у другій – на короткочасне запам'ятовування матеріалу. Ці установки у першій ситуації викликають в учнів такі норми активної розумової діяльності, що сприяють тривалому, міцному запам'ятовуванню досліджуваного матеріалу. А далі його збереження в пам'яті забезпечується повторенням. У другій ситуації матеріал запам'ятовується ненадовго і рідше повторюється надалі, що призводить до його швидкого забування.

Отже, установки (спрямованість) на повноту, міцність, точність запам'ятовування матеріалу викликають визначені норми активної розумової діяльності, що приводить відповідно до повного, точного, міцного запам'ятовування. Вплив цих установок на учнів підсилюється в міру оволодіння прийомами розумової діяльності.

Матеріал великого обсягу засвоюється неохоче. Окремі параграфи шкільних підручників математики містять матеріал надмірно великого обсягу. Тому вказую учням, який матеріал варто вивчити, а який опустити, прочитати як додатковий, знати відповіді на питання після параграфу.

Необхідна умова запам'ятовування навчального матеріалу - визначений рівень його розуміння.

Якщо під час фронтального опитування учні відтворюють ряд означень і теорем, не супроводжуючи їх прикладами використання, тобто без належного розуміння, то в результаті учні удаються до зубріння і, не зважаючи на багаторазове повторення на уроках одних і тих самих формулювань, не запам'ятовують їх. Таке опитування приносить мало користі, але у той самий час знання формулювань треба перевіряти. Краще будь-які питання типу «Що називається ...? Як формулюється ось така теорема?» замінити відповідними вправами, виконуючи які, учні і формулюють, і використовують означення, теореми, а, отже, краще розуміють їх й легше запам'ятовують. Замість питання: «Що називається паралелограмом?» пропонується вправа: «Які фігура на малюнку є паралелограмом? Знайти довжину ВК».



Замість завдання: «Сформулювати ознаку перпендикулярності площин» - пропоную вправу: «Чи перпендикулярні площини α і β ?, якщо $AB \perp \alpha$?» Учні зазвичай дають ствердну відповідь, а потім, формулюючи теорему, з'ясовують, що даних для такого висновку недостатньо.

Розуміння ускладнюється, якщо установка на повноту і точність запам'ятовування з'являється до усвідомлення матеріалу у цілому. В інших випадках установка на запам'ятовування сприяє кращому розумінню.

Перед викладенням доведення деяких теорем пропоную учням план доведення. Наприклад, перед доведенням ознаки перпендикулярності площин:

- 1) будемо лінійний кут двогранного кута;
- 2) доводимо, що цей кут прямий;
- 3) висновок.

Якщо план не давати, то увага учнів фіксується на деталях доведення до усвідомлення його ідеї у цілому, що ускладнює розуміння. І дійсно, доведення, доведення розглянутої теореми, яке подане без плану, більшість учнів відтворюють плутано, не розуміючи його. У цьому легко пересвідчитись, поставивши питання: «Для чого проводиться пряма, перпендикулярна до ВС? Чому її треба проводити у площині α ?»

Перед доведенням ознак подібності трикутників повідомляю ідею доведення: «Застосовуємо властивість подібних фігур ($F_1 \sim F_2$, $F_2 \sim F_3$, $F_1 \sim F_3$).»

Запам'ятовування (довільне чи мимоволі) відбувається успішніше, якщо витримуються дві умови: учень виконує над матеріалом активну розумову діяльність і ця діяльність сприяє поглибленому розумінню матеріалу.

Для кращого запам'ятовування формул скороченого множення, пропоную учню, який ще його не пам'ятає, читати правило з підручника і, зупиняючись після кожної логічної частини, виконувати відповідну частину вправи. Крім цього, у кінці уроку попереджую, що до наступного уроку правило треба твердо пам'ятати.

Забування. Повторення

Забування більш інтенсивно протікає відразу після вивчення матеріалу (у перші години, хвилини і навіть секунди), а потім воно сповільнюється.

Повторення шляхом різноманітної діяльності, що зводиться хоча б до деякої реконструкції матеріалу, ефективніше, ніж його повторення у незмінному вигляді.

Розосереджене у часі повторення ефективніше, ніж концентроване. У шкільній практиці застосовуються два прийоми організації уроку:

- урок починається з перевірки домашнього завдання, потім вивчається нова тема;
- нова тема подається на початку уроку, домашнє завдання перевіряється в процесі закріплення нової теми.

Другий прийом кращий, тому що він дозволяє повторювати матеріал відразу за моментом найінтенсивнішого забування. А далі темп забування сповільнюється. Якщо перевірка домашнього завдання проходить інтенсивно і її необхідно пов'язувати з новою темою, то краще застосовувати перший прийом.

Застосування закономірностей уваги і сприйняття

Важко на уроках математики досягти того, щоб погано встигаючі учні працювали зосереджено, щоб вони шляхом вольових зусиль примушували себе бути уважними. Цей факт легко пояснюється на основі закономірності:

Діяльність, яка здійснюється на основі довільної уваги, вимагає значних вольових зусиль і швидше стимулює людину, ніж діяльність, яка виконується на основі післядовільної уваги.

Вчителю вкрай важливо вміло керувати увагою учнів. Умови, які дозволяють здійснювати таке управління, перелічуються у наступних закономірностях:

Увага до діяльності може виникнути й посилитися під впливом однієї чи декількох умов:

- 1) відносної інтенсивності подразників;**
- 2) відносної новизни;**
- 3) несподіваної появи;**
- 4) контрасту між ними;**
- 5) очікування визначених подій чи вражень;**
- 6) за наявності позитивних чи негативних емоцій.**

Під час проведення фронтального опитування вимагаю, щоб формулюючи означення й теореми, учні обов'язково ілюстрували їхнє застосування своїми прикладами і контрприкладми. Наприклад, на питання: «Що називається геометричною прогресією?» - учні з місця пропонують учню, що стоїть біля дошки, записувати на дошці приклади і контрприкладі: 1; 1; 1; ...; 1;2;4;5;..., а потім формулює означення й пояснює, чому перша послідовність є геометричною прогресією, а друга – ні. При такій роботі кожного разу, як тільки на дошці з'являються приклади й контрприкладі, придумані учнем біля дошки, клас насторожується і настає особлива тиша. «Відносна новизна» цих прикладів й контрприкладів, їх очікування, їх контрастність загострюють увагу учнів. Деякі учні починають заздалегідь добирати приклади і контрприкладі. Змагальний ефект підсилює увагу учнів.

Головним у роботі вчителя – вміння підтримувати увагу учнів на уроці тривалий час. **Необхідними умовами тривалого збереження післядовільної уваги є посиленість виконуваної діяльності, наявність відповідних знань, умінь і навичок.**

Достатніми умовами тривалої підтримки уваги є одна або декілька з наступних умов:

- 1) діяльність вагома для людини;**
- 2) почуття відповідальності за успішне завершення;**
- 3) вона збігається з напрямком постійних інтересів людини або стає для неї цікавою хоча б тільки в цей момент.**

Увага до діяльності підсилюється, якщо виконується хоча б одна з умов:

- 1) мають місце активні розумові зусилля;**
- 2) поглиблюється розуміння відповідного матеріалу;**
- 3) зростає впевненість;**
- 4) виникають нові ідеї, відкриття;**

Увага до діяльності послаблюється, якщо:

- 1) завдання непосильне;**
- 2) губиться впевненість;**

- 3) робота відбувається в надмірно швидкому чи повільному темпі;
- 4) вона зводиться до одноманітних операцій;
- 5) зникає інтерес до неї;
- 6) проведена робота надто проста.

Увага посилюється, якщо:

- 1) розумова діяльність супроводжується відповідною моторною діяльністю;
- 2) об'єкти, якими ми оперуємо, сприймаються зором.

Закономірності сприйняття

Сприйняття об'єктів полегшується, якщо вони розташовані у визначеній, строго продуманій системі, що вимагає мінімальних зусиль з боку наших органів чуття. Сприйняття об'єктів, розташованих хаотично, здійснюється неохоче і вимагає значних вольових зусиль.

Попередня підготовка до спостереження, чітко визначене завдання, як і в якій послідовності проводити спостереження, набутий досвід і його знання полегшують сприйняття, роблять його більш багатим.

Активна розумова діяльність у процесі спостереження приводить до більш повного, багатого сприйняття.

Легше спостерігати окремі відмінності серед багатьох рис подібності, ніж навпаки. Розходження між об'єктами (ситуаціями) привертають до себе більше уваги, ніж їхня подібність.

На дошці демонструється два способи розташування записів. Вчитель пояснює, що хаотичне розташування записів, наприклад таке:

$x^3+3x^2-4x-12=x^2(x+3)-4(x+3)=(x+3)(x^2-4)=(x+3)(x-2)(x+2)$ ускладнює розв'язання. Для полегшення, рекомендую:

- 1) розташовувати кожний отриманий вираз під відповідним вихідним виразом;
- 2) згрупувати одночлени підкреслюючи спільною рисою або однаковим числом ризик:

$$\begin{aligned} &\underline{x^3+3x^2-4x-12}= \\ &x^2(x+3)-4(x+3)= \\ &(x+3)(x^2-4)= \\ &(x+3)(x-2)(x+2). \end{aligned}$$

Таким чином, здійснюється керівництво сприйняття учнів: порівнянням легко виділяються всі особливості запропонованого способу, учні залучаються до активної діяльності, до самостійного вибору, вони переконуються у перевазі упорядкованого способу роботи. Потім виконується аналогічна вправа. Зразок оформлення записів підготовлених на дошці (закритій). Учні виконують завдання, працюють спокійно й самостійно. Поступово демонструю ту частину завдання, яку учні змогли виконати. Їм пропоную порівняти записи. У такі моменти увага учнів особливо загострюється. За цього прийому кілька умов закономірності: «відносна новизна», «контраст» у порівнянні записів, «несподіванка» появи на екрані окремих частин завдання, «чекування» демонстрації цих частин. Крім цього, вся ситуація у класі викликає в учнів позитивні емоції: інтерес, почуття задоволення, радість відчуття, що виникають за синхронного виконання колективної роботи.

Закономірності мислення

Під час навчання пошуку розв'язання задачі бажано враховувати таку закономірність:

Ймовірність згадування теореми, потрібної для розв'язання задачі, зростає, якщо:

- 1) **теорема й дані задачі виражені в тих самих поняттях;**
- 2) **шукані й дані задачі споріднені аналізом і синтезом настільки, що в інтервал, який залишився, «укладається» саме дана теорема, цілком заповнюючи цей інтервал (аналогічно для означення, правила, закону, способу розв'язання задачі).**

Другу умову закономірності вдається використати при пошуку розв'язання, методом «поперемінного руху з обох боків» (від даних до шуканого і від шуканого до даних). У момент, коли дані і шукані наближаються настільки, що до «здогадки» залишається лише один крок, учень може згадати необхідну теорему.



Довести, що у прямокутному трикутнику бісектриса прямого кута поділяє навпіл кут між медіаною і висотою, проведеними до гіпотенузи.

Вивчаємо умову. Виконуємо побудову. Виділяємо дані ($\angle ABC = 90^\circ$, $BO \perp AC$, $AM = MC$, $\angle ABK = \angle KBC$) і шукане (довести, що $\angle 2 = \angle 3$). Заразом перевіряємо, що розташування елементів на малюнку єдино можливе – бісектриса лежить між медіаною і висотою.

Відштовхуємось від шуканого. Оскільки $\angle ABK = \angle KBC$, то, щоб довести $\angle 2 = \angle 3$, досить довести, що $\angle 1 = \angle 4$. Для цього можна порівняти їх з іншими кутами. $\angle 1 = \angle 4$? Це можливо, якщо $AM = MB$.

Отримання наслідків з даних. Оскільки MB – медіана у прямокутному трикутнику, то $MB = \frac{1}{2}AC$, тобто $AM = MB$, отже, $\angle 1 = \angle A$.

Повертаємось до співвідношення, яке доводиться. Якщо $\angle A = \angle 1$, то можна доводити $\angle A = \angle 4$.

Повертаємось до даних. Помічаємо, що $\angle A$ і $\angle 4$ – гострі кути прямокутних трикутників ABC і OBC із спільним кутом C , тобто $\angle A$ і $\angle 4$ доповнюють кут C до 90° . Отже, $\angle A = \angle 4$. Звідси $\angle 1 = \angle 4$, і тому $\angle 2 = \angle 3$. Пошук розв'язання задачі завершується у той момент, коли дані й шукані зближуються настільки, що зростає ймовірність згадування властивості гострих кутів прямокутних трикутників, властивості медіани, проведеної до гіпотенузи. Поперемінний рух із двох сторін доцільно здійснювати доти, поки не виникає ідея розв'язання.

Послідовність міркувань, що повторюється під час розв'язання однотипних задач, може «згортатися» до складеної асоціації, що надалі у разі потреби легко «розгортається» у первісний ланцюг міркувань.

Якщо асоціація утворена без проміжних ланок, то «вклинювати» їх надалі між процесами дуже важко.

Під час вивчення теми «Квадратний корінь з добутку» показую зразок виконання вправи, потім кожний з учнів, відповідно до зразка, читає частинами формулювання теореми в процесі

виконання вправи. «Корінь із добутку невід'ємних множників ($\sqrt{36a^4p^8}$, тобто множники, які стоять під знаком кореня, невід'ємні) дорівнює добутку коренів із цих множників; отже отримується $\sqrt{36} \cdot \sqrt{a^4} \cdot \sqrt{p^8} \dots$ »

Зразкові відповіді виходять не відразу в усіх учнів. Ставлю оцінки за пояснення, а не за запис розв'язання. Це спонукає учнів прислухатися до пояснень. Не досить умілі дії викликаного учня у таких простих (як це здалося деяким учням) вправах похитнули в них передчасну впевненість у безпомилковості своїх дій. Це спонукає їх до ретельної перевірки всіх умов теореми, яку застосували. Якщо учні на першому уроці працюють мовчки, то процеси зв'язуються механічно, несвідомо. Тоді на другому уроці їм важко розвивати послідовність своїх думок. Посилання на теорему сприймають як формальні. Вони їм вже не потрібні (адже дія уже виконана) і вимовляються тільки на вимогу вчителя. Інші учні в такій ситуації не прислухаються до пояснень.

Активність розумової діяльності в ході ознайомлення з матеріалом зростає, якщо дотримуються такі умови:

- 1) учень, знайомлячись з матеріалом, одночасно виконує конкретне завдання, що допомагає глибше зрозуміти матеріал;**
- 2) це завдання спрямовує зусилля учня на використання визначеного прийому розумової діяльності;**
- 3) учень володіє знаннями, необхідними для виконання цього завдання, і навичками застосування даного прийому;**
- 4) цей прийом відповідає змістові матеріалу, і чим більшою мірою, тим активніша діяльність;**
- 5) матеріал не є надмірно легким.**

Задаю класу послідовно два завдання:

1. Прочитати означення арифметичного квадратного кореня з числа a і ті абзаци підручника, де роз'яснюється, чому не можна добути квадратний корінь із від'ємного числа. Витримується пауза, доки учні не виконають роботу над текстом.
2. Читаючи текст повторно відповісти на питання: «Чи потрібно в означенні вказати, що число, яке стоїть під знаком кореня, невід'ємне?»

Це підсилює інтерес, учні починають обмінюватись думками, працюють над текстом більше часу, ніж першого разу, спостерігаються зовнішні ознаки емоційного пожвавлення. Відповідь на питання слухають з підвищеною увагою, оскільки кожному хочеться перевірити свої припущення.

Для активізації розумової діяльності на різних етапах уроку можна використовувати таке дидактичне правило: спочатку вчитель ставить конкретне завдання, яке мають виконати учні по ходу ознайомлення з матеріалом. Тільки після усвідомлення учнями цього завдання їм пропонується читати відповідний параграф, слухати пояснення вчителя або викликаного учня.

Ефект Зейгарнік. Суть феномена полягає в тому, що учні краще запам'ятовують дію, яка залишилася незакінченою. Тобто, якщо людям запропонувати серію завдань і одні з них дозволити довести до кінця, а інші перервати незавершеними, то виявиться, що подальшому вони у двічі частіше пригадують незавершені завдання. Пояснюється це явище таким чином. Під час отримання завдання з'являється потреба виконати його, яка підсилюється у процесі виконання. Ця необхідність повністю реалізує себе, коли завдання виконано і залишається незадоволеною, якщо воно не доведено до кінця.

Отже, людина мимоволі утримує у пам'яті і у першу чергу відтворює те, що відповідає її найбільш насущним, але не повністю задоволеним потребам.

Приклад використання під час вивчення теми «Правильні многокутники». Вводжу поняття симетрії у просторі (симетрія відносно точки, симетрія відносно прямої, симетрія відносно площини, вісь симетрії, площина симетрії), правильного многокутника, а вже учням пропоную скласти таблицю, у якій будуть описуватись види правильних многокутників і кількість їх елементів симетрії. Користь використання ефекту полягає у зміні пасивного сприйняття на активне самостійне навчання. А недоліком може бути прогалини у знаннях, якщо дія не закінчена, а самостійна робота не перевірена вчителем.

Завдання, що активізують розумову діяльність, можуть визначити й самі учні. Звідси відкривається перспективний шлях розвитку учнів.

Закони навчального процесу

1. Під час розв'язування навчальних задач розумова діяльність учнів різного рівня розвитку протікає відповідно до тих самих психолого-дидактичних закономірностей. З віком і з розвитком учня може змінюватися лише міра залежності розумової діяльності від умов, зазначених у цих закономірностях.
2. Діяльність учня – основа всього навчально-виховного процесу, основа всіх процесів, що протікають у свідомості учня під час розв'язування навчальних задач.
3. Якщо навчальна діяльність виконується шляхом активних розумових зусиль і при цьому досягається виразне розуміння досліджуваного матеріалу задачі, що розв'язується, то така діяльність стає для учня більш цікавою і привабливою.

Звідси впливає найважливіший практичний висновок:

Щоб підвищити інтерес учнів до уроку, необов'язково підбирати особливо цікавий матеріал. Достатньо досягти активної розумової діяльності над матеріалом, що вивчається.