

Câu 1. [2D3-5.10-2] (THCS-THPT-NGUYỄN-KHUYẾN-TP-HCM-24THÁNG3) Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 2$ khi quay quanh trục hoành.

- A.** $V = \frac{\pi}{2}$. **B.** $V = \frac{1}{2}$. **C.** $V = 2\pi$. **D.** $V = 2$.

Lời giải

Tác giả: Lê Hoàn ; Fb:Lê Hoàn

Chọn A

Hoành độ giao điểm của đường $y = \sqrt{x-1}$ và trục hoành là nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 1$, $x = 2$ khi quay quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_1^2 (\sqrt{x-1})^2 dx = \pi \int_1^2 (x-1) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^2 = \frac{\pi}{2}$$

Câu 2. [2D3-5.10-2] (THPT LÝ THƯỜNG KIỆT – HÀ NỘI) Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo ra khi quay hình phẳng (D) quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?

- A.** $V = \pi(\pi + 1)$. **B.** $V = \pi - 1$. **C.** $V = \pi(\pi - 1)$. **D.** $V = \pi + 1$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay tạo ra khi quay hình phẳng (D) quanh trục hoành có thể tích là:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \sin x) dx = \pi (2x - \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1)$$

Câu 3. [2D3-5.10-2] (HK2 Sở Đồng Tháp) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{2}x^2 - x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1$; $x = 4$. Khối tròn xoay được tạo thành khi xoay D quanh trục hoành có thể tích bằng:

- A.** $\frac{42\pi}{5}$. **B.** 3π . **C.** $\frac{4\pi}{15}$. **D.** $\frac{128\pi}{25}$.

Lời giải

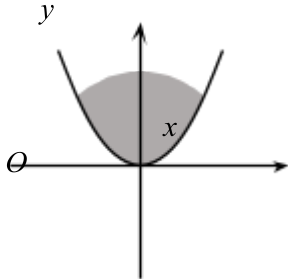
Tác giả: Phan Mạnh Trường; Fb:Phan Mạnh Trường

Chọn A

Thể tích cần tìm:

$$V = \pi \int_1^4 \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right)^2 dx = \pi \int_1^4 \left(\frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 \right) dx = \pi \left(\frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \frac{42}{5}\pi$$

Câu 4. [2D3-5.10-2] (CHUYÊN THÁI BÌNH LẦN V NĂM 2019) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường tròn $x^2 + y^2 = 2$ (phần tô đậm trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.



A. $V = \frac{5\pi}{3}$

B. $V = \frac{22\pi}{15}$

C. $V = \frac{\pi}{5}$

D. $V = \frac{44\pi}{15}$

Lời giải

Tác giả: Lê Mai Thanh Dung; Fb: Thanh Dung Lê Mai

Chọn D

Tọa độ giao điểm của $y = x^2$ và $x^2 + y^2 = 2$ là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^2 + (x^2)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^4 + x^2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy thể tích của khối tròn xoay là: $V = \pi \int_{-1}^1 \left((2 - x^2) - (x^2)^2 \right) dx = \frac{44\pi}{15}$

Câu 5. [2D3-5.10-2] (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị Lần 1) Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi hai đường $y = 2(x^2 - 1)$; $y = 1 - x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục Ox .

A. $\frac{64\pi}{15}$

B. $\frac{32}{15}$

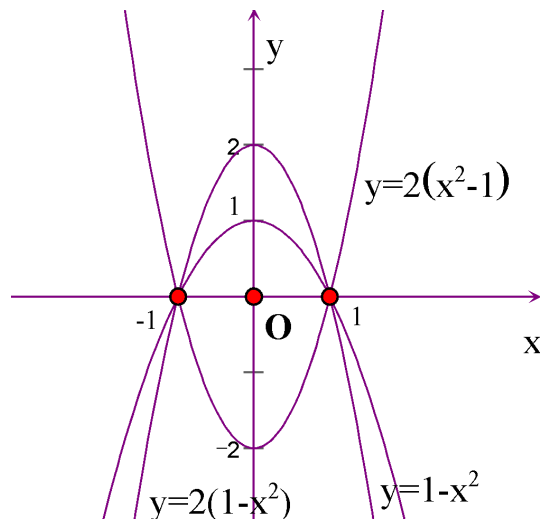
C. $\frac{32\pi}{15}$

D. $\frac{64}{15}$

Lời giải

Tác giả: Trương Thanh Nhân; Fb: Trương Thanh Nhân.

Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = 2(x^2 - 1)$ và $y = 1 - x^2$ là $2(x^2 - 1) = 1 - x^2 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = 2(x^2 - 1)$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số $y = 2(1 - x^2)$.

Ta có $2(1 - x^2) \geq 1 - x^2, \forall x \in [-1; 1]$. Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_{-1}^1 [2(x^2 - 1)]^2 dx = \frac{64\pi}{15}$$

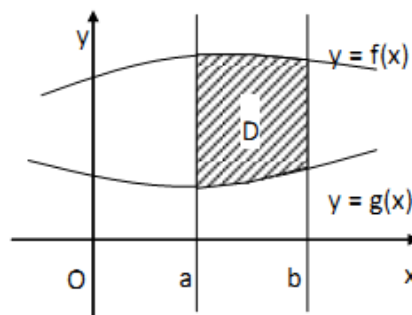
Câu 6. [2D3-5.10-2] (CHUYÊN SƯ PHẠM HÀ NỘI LẦN 4 NĂM 2019) Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) > g(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D trong hình vẽ xung quanh trục Ox được tính bởi công thức

A. $V = \frac{1}{3} \pi \int_a^b \left| (f(x))^2 - (g(x))^2 \right| dx$

B. $V = \pi \int_a^b \left| (f(x))^2 - (g(x))^2 \right| dx$

C. $V = \int_a^b \left| (f(x))^2 - (g(x))^2 \right| dx$

D. $V = \frac{1}{3} \int_a^b \left| (f(x))^2 - (g(x))^2 \right| dx$



Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Ngọc Lan ; Fb: Ngoclan nguyen

Chọn B

Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$, ($a < b$) quay quanh trục Ox .

$$V_1 = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

Ta có

Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$, ($a < b$) quay quanh trục Ox .

$$V_2 = \pi \int_a^b (g(x))^2 dx$$

Ta có

Do $f(x) > g(x) > 0$ với $\forall x \in [a; b]$ nên $V_1 > V_2$.

Thể tích khối tròn xoay cần tính bằng $V = V_1 - V_2 = \pi \int_a^b ((f(x))^2 - (g(x))^2) dx$

$$= \pi \int_a^b ((f(x))^2 - (g(x))^2) dx$$

Câu 7. [2D3-5.10-2] (HK2 Sở Đồng Tháp) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x = 3$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?

- A.** $(3 \ln 3 - 2)\pi$ **B.** $\frac{2\pi}{3}$ **C.** $(3 \ln 3 - 3)\pi$ **D.** $(3 \ln 3 + 2)\pi$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{\ln x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$$V = \pi \int_1^3 \ln x dx$$

Thể tích cần tìm là:

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases} \Rightarrow V = \pi \left(x \ln x \Big|_1^3 - \int_1^3 dx \right) = (3 \ln 3 - 2)\pi.$

Tác giả: Hoàng Ngọc Quang; Fb: Hoàng Ngọc Quang

Câu 8. [2D3-5.10-2] (TRƯỜNG THỰC HÀNH CAO NGUYÊN – ĐẠI HỌC TÂY NGUYÊN NĂM 2019) Hình phẳng C giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, trục tung và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $(1; 2)$, khi quay quanh Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng

- A.** $V = \pi$ **B.** $V = \frac{8}{15}\pi$ **C.** $V = \frac{28}{15}\pi$ **D.** $V = \frac{4}{5}\pi$

Lời giải

Tác giả: Phan Minh Quốc Vinh; Fb: Vinh Phan

Chọn B

+ Lập phương trình đường thẳng tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại $(1; 2)$.

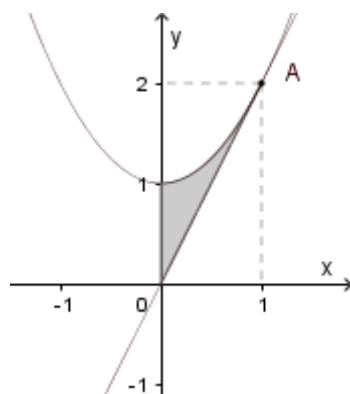
Ta có $y' = 2x \Rightarrow y'(1) = 2$.

Phương trình đường thẳng tiếp tuyến cần tìm $y = 2x$.

Thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đường $y = x^2 + 1$, trục tung và đường thẳng $y = 2x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ và $y = 2x$

$$x^2 + 1 = 2x \Leftrightarrow x = 1.$$



Vậy thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_0^1 \left[(x^2 + 1)^2 - (2x)^2 \right] dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \pi \left(\frac{8}{15} - 0 \right) = \frac{8\pi}{15}.$$

Câu 9. [2D3-5.10-2] (THPT LÝ THƯỜNG KIỆT – HÀ NỘI) Thể tích khối tròn xoay được tạo bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = xe^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$,

$x = 2$ quanh trục hoành bằng $\frac{\pi(ae^4 + b)}{4}$. Giá trị $a + b$ là

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$V = \pi \int_0^2 (xe^x)^2 dx = \pi \int_0^2 x^2 e^{2x} dx$$

* Thể tích cần tìm là:

$$I = \int_0^2 x^2 e^{2x} dx$$

* Tính

$$\begin{cases} u = x^2 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$$

*Đặt

$$I = \frac{x^2}{2} e^{2x} \Big|_0^2 - \int_0^2 x e^{2x} dx = 2e^4 - \int_0^2 x e^{2x} dx$$

*

$$I_1 = \int_0^2 x e^{2x} dx$$

* Tính

$$\begin{aligned} &\left\{\begin{array}{l} u=x \\ \mathrm{d} v=e^{2 x} \mathrm{d} x \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \mathrm{d} u=\mathrm{d} x \\ v=\frac{1}{2} e^{2 x} \end{array}\right. \\ * \text { Đặt } & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1 &=\frac{x}{2} e^{2 x}\bigg|_0^2-\int_0^2 \frac{1}{2} e^{2 x} \mathrm{d} x=e^4-\frac{1}{4} e^{2 x}\bigg|_0^2=e^4-\frac{1}{4}\left(e^4-1\right)=\frac{3 e^4+1}{4} \\ * & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &=\pi\left(2 e^4-\frac{3 e^4+1}{4}\right)=\frac{\pi\left(5 e^4-1\right)}{4} \quad \begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} a=5 \\ b=-1 \end{array}\right. \Rightarrow a+b=4 \\ * \text { Vậy } \end{array} \quad \text { suy ra } \end{aligned}$$