Câu 1. **[2D3-5.10-2] (THCS-THPT-NGUYỄN-KHUYẾN-TP-HCM-24THÁNG3)** Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x-1}$, trục hoành, $x=2$ khi quay quanh trục hoành.

A. $V=\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $V=\dfrac{1}{2}$. **C.** $V=2\pi$. **D.** $V=2$.

Lời giải

Tác giả: Lê Hoàn ; Fb:Lê Hoàn

Chọn A

Hoành độ giao điểm của đường $y=\sqrt{x-1}$ và trục hoành là nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1}=0 \Leftrightarrow x=1$

Thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x-1}$, trục hoành, $x=1$, $x=2$ khi quay quanh trục hoành là:

$$V=\pi\int_1^2\left(\sqrt{x-1}\right)^2dx=\pi\int_1^2(x-1)dx=\pi\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_1^2=\frac{\pi}{2}.$$

Câu 2. **[2D3-5.10-2] (THPT LÝ THƯỜNG KIỆT – HÀ NỘI)** Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo ra khi quay hình phẳng (D) quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $V=\pi(\pi+1)$. **B.** $V=\pi-1$. **C.** $V=\pi(\pi-1)$. **D.** $V=\pi+1$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay tạo ra khi quay hình phẳng (D) quanh trục hoành có thể tích là:

$$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2+\sin x)dx=\pi\left(2x-\cos x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi(\pi+1).$$

Câu 3. **[2D3-5.10-2] (HK2 Sở Đồng Tháp)** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\dfrac{1}{2}x^2-x$, trục hoành và các đường thẳng $x=1;x=4$.Khối tròn xoay được tạo thành khi xoay D quanh trục hoành có thể tích bằng:

A. $\dfrac{42\pi}{5}$. **B.** 3π. **C.** $\dfrac{4\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{128\pi}{25}$.

Lời giải

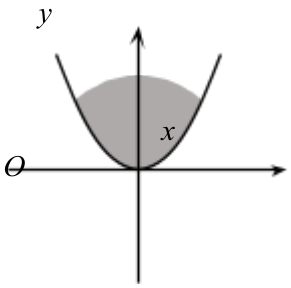
Tác giả: Phan Mạnh Trường; Fb:Phan Mạnh Trường

Chọn A

Thể tích cần tìm:

$$V=\pi\int_1^4\left(\frac{1}{2}x^2-x\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_1^4\left(\frac{1}{4}x^4-x^3+x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^5}{20}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^4=\frac{42}{5}\pi$$

Câu 4. **[2D3-5.10-2] (CHUYÊN THÁI BÌNH LẦN V NĂM 2019)** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2$ và đường tròn $x^2+y^2=2$ (phần tô đậm trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.



A. $V=\frac{5\pi}{3}$ **B.** $V=\frac{22\pi}{15}$. **C.** $V=\frac{\pi}{5}$. **D.** $V=\frac{44\pi}{15}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Mai Thanh Dung; Fb: Thanh Dung Lê Mai

Chọn D

Tọa độ giao điểm của $y=x^2$ và $x^2+y^2=2$ là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases}y=x^2\\x^2+y^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x^2\\x^2+\left(x^2\right)^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x^2\\x^4+x^2-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}\\\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}\end{bmatrix}.$$

Vậy thể tích của khối tròn xoay là: $V=\pi\int_{-1}^{1}\left(\left(2-x^2\right)-\left(x^2\right)^2\right)dx=\frac{44\pi}{15}$.

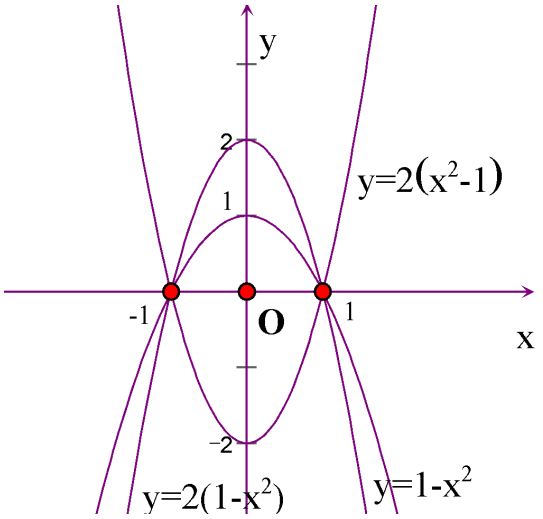
Câu 5. **[2D3-5.10-2] (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị Lần 1)** Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi hai đường $y=2\left(x^2-1\right)$; $y=1-x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục Ox.

A. $\frac{64\pi}{15}$. **B.** $\frac{32}{15}$. **C.** $\frac{32\pi}{15}$. **D.** $\frac{64}{15}$.

Lời giải

Tác giả: Trương Thanh Nhàn; Fb: Trương Thanh Nhàn.

Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y=2\left(x^2-1\right)$ và $y=1-x^2$ là $2\left(x^2-1\right)=1-x^2 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=2\left(x^2-1\right)$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số $y=2\left(1-x^2\right)$.

Ta có $2\left(1-x^2\right)\geq 1-x^2, \forall x\in[-1;1]$. Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V=\pi\int_{-1}^{1}\left[2\left(x^2-1\right)\right]^2 dx=\frac{64\pi}{15}.$$

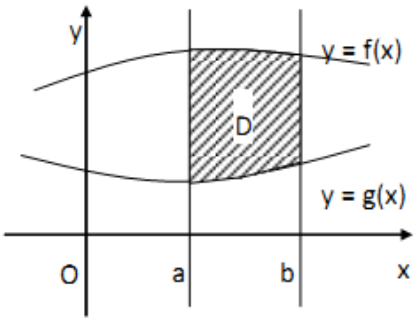
Câu 6. **[2D3-5.10-2] (CHUYÊN SƯ PHẠM HÀ NỘI LẦN 4 NĂM 2019)** Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)>g(x)>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D trong hình vẽ xung quanh trục Ox được tính bởi công thức

A. $V=\frac{1}{3}\pi\int_a^b\left|\left(f(x)\right)^2-\left(g(x)\right)^2\right|\mathrm{d}x$.

B. $V=\pi\int_a^b\left|\left(f(x)\right)^2-\left(g(x)\right)^2\right|\mathrm{d}x$.

C. $V=\int_a^b\left|\left(f(x)\right)^2-\left(g(x)\right)^2\right|\mathrm{d}x$.

D. $V=\frac{1}{3}\int_a^b\left|\left(f(x)\right)^2-\left(g(x)\right)^2\right|\mathrm{d}x$.



Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Ngọc Lan ; Fb: Ngoclan nguyen

Chọn B

Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=a$, $x=b$, $(a<b)$ quay quanh trục Ox.

Ta có $V_1=\pi\int_a^b (f(x))^2\,\mathrm{d}x$.

Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=g(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=a$, $x=b$, $(a<b)$ quay quanh trục Ox.

Ta có $V_2=\pi\int_a^b (g(x))^2\,\mathrm{d}x$.

Do $f(x)>g(x)>0$ với $\forall x\in[a;b]$ nên $V_1>V_2$.

Thể tích khối tròn xoay cần tính bằng $V=V_1-V_2$ $=\pi\int_a^b \left((f(x))^2-(g(x))^2\right)\mathrm{d}x$

$=\pi\int_a^b \left|(f(x))^2-(g(x))^2\right|\mathrm{d}x$.

Câu 7. **[2D3-5.10-2] (HK2 Sở Đồng Tháp)** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x=3$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $(3\ln 3-2)\pi$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $(3\ln 3-3)\pi$ **D.** $(3\ln 3+2)\pi$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{\ln x}=0\Leftrightarrow x=1$.

Thể tích cần tìm là: $V=\pi\int_1^3 \ln x\,dx$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\ v=x\end{cases}\Rightarrow V=\pi\left(x\ln x\big|_1^3-\int_1^3 dx\right)=(3\ln 3-2)\pi.$

Tác giả: Hoàng Ngọc Quang; Fb:Hoàng Ngọc Quang

Câu 8. **[2D3-5.10-2] (TRƯỜNG THỰC HÀNH CAO NGUYÊN – ĐẠI HỌC TÂY NGUYÊN NĂM 2019)** Hình phẳng C giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$, trục tung và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2+1$ tại điểm $(1;2)$, khi quay quanh Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V=\pi$. **B.** $V=\frac{8}{15}\pi$. **C.** $V=\frac{28}{15}\pi$. **D.** $V=\frac{4}{5}\pi$.

Lời giải

Tác giả: Phan Minh Quốc Vinh; Fb: Vinh Phan

Chọn B

+ Lập phương trình đường thẳng tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2+1$ tại $(1;2)$.

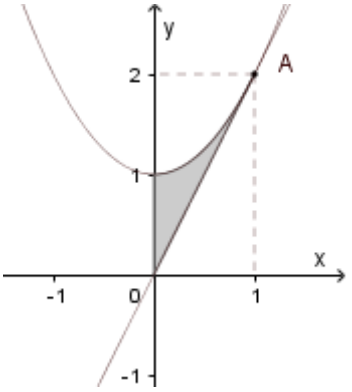
Ta có $y'=2x\Rightarrow y'(1)=2$.

Phương trình đường thẳng tiếp tuyến cần tìm $y=2x$.

Thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đường $y=x^2+1$, trục tung và đường thẳng $y=2x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^2+1$ và $y=2x$

$$x^2+1=2x\Leftrightarrow x=1.$$



Vậy thể tích cần tìm là

$$V=\pi\int_0^1\left|\left[\left(x^2+1\right)^2-\left(2x\right)^2\right]\right|\mathrm{d}x=\pi\int_0^1\left|\left(x^4-2x^2+1\right)\right|\mathrm{d}x=\pi\left(\left|\frac{x^5}{5}-\frac{2x^3}{3}+x\right|\right)\Big|_0^1=\pi\left|\frac{8}{15}-0\right|=\frac{8\pi}{15}.$$

Câu 9. **[2D3-5.10-2] (THPT LÝ THƯỜNG KIỆT – HÀ NỘI)** Thể tích khối tròn xoay được tạo bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=xe^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ quanh trục hoành bằng $\dfrac{\pi\left(ae^4+b\right)}{4}$. Giá trị $a+b$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

* Thể tích cần tìm là: $V=\pi\int_0^2\left(xe^x\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^2x^2e^{2x}\mathrm{d}x$.

* Tính $I=\int_0^2x^2e^{2x}\mathrm{d}x$.

*Đặt $\begin{cases}u=x^2\\ \mathrm{d}v=e^{2x}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$.

* $I=\dfrac{x^2}{2}e^{2x}\Big|_0^2-\int_0^2xe^{2x}\mathrm{d}x=2e^4-\int_0^2xe^{2x}\mathrm{d}x$.

* Tính $I_1=\int_0^2xe^{2x}\mathrm{d}x$.

*Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = e^{2x}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$.

* $I_1 = \frac{x}{2}e^{2x}\Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{1}{2}e^{2x}\mathrm{d}x = e^4 - \frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^2 = e^4 - \frac{1}{4}\left(e^4 - 1\right) = \frac{3e^4+1}{4}$.

* Vậy $V = \pi\left(2e^4 - \frac{3e^4+1}{4}\right) = \frac{\pi\left(5e^4-1\right)}{4}$ suy ra $\begin{cases} a = 5 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$.