老师、同学们，大家好，欢迎收听校园科普广播。假如一枚公平硬币连续五次出现正面，第六次是不是更应该出现反面，好把前面的结果平衡一下？如果一套识别系统很少出错，它给出的每一个判断是不是都值得直接相信？今天，我们来聊聊概率里那些看似合理、却容易拐错弯的直觉。

先说硬币。如果每次投掷相互独立，硬币也确实公平，那么无论前五次发生了什么，第六次正反两面的概率仍然各是二分之一。硬币没有记账本，不会因为正面领先就给反面补发机会。把独立事件想象成必须及时纠偏的过程，常被称为赌徒谬误。

可是，老师不是说过，投得足够多，正面比例会接近二分之一吗？这两句话并不矛盾。长期比例趋近某个值，不要求下一次专门补偿。前五次多出的正面，在越来越大的总次数里占比可以越来越小。比例逐渐接近，不等于正反总次数的差距必须不断缩小。

还要区分事前与事后。连续出现六次正面的某个指定序列，概率确实很小。但一个提前指定的正反交替序列，同样只有很小的概率。不能等结果出来后，看着其中一串觉得很特殊，就直接断言投掷出了问题。我们是在检验事先提出的标准，还是看完答案才挑选故事，这一点很关键。

接下来，换一个校园里的假设场景。某个系统要从一千张图片中识别猫，其中实际上只有十张猫图。它能找出九张猫图，也会把剩下九百九十张非猫图片中的约百分之十认错。请问，一张被系统标为猫的图片，真的是猫的概率，有没有九成那么高？

我们先数，不急着套公式。十张猫图里，九张被正确标记；九百九十张非猫图里，九十九张被错误标记。因此，所有标为猫的图片，一共有一百零八张，其中真正的猫只有九张。九除以一百零八，约等于十二分之一，也就是百分之八点三，远没有九成。

问题出在哪里？识别出猫的概率，与已被识别为猫后实际是猫的概率，条件不同。前者是在真正的猫图中看结果，后者是在所有被标记图片中看真相。把给定条件调换，答案未必相同。条件概率中的已知什么，绝对不是一个可以随意挪动的句子配件。

这个例子还提醒我们注意基础比例。在原始图片里，猫本来就非常少；即使非猫图被误判的比例看起来不算夸张，数量庞大的非猫图仍可能制造很多错误标记。如果只听到一个漂亮的识别数字，却不知道各类别有多少，也不知道错误怎样分布，就很难判断系统究竟好不好用。

贝叶斯定理提供了把这些条件联系起来的方法。它让我们结合原来的比例，以及不同情况下出现证据的可能性，更新对结果的判断。这里的更新，不是随意改变立场，而是明确说明新证据怎样影响原来的判断。在广播里，我们用数图片代替复杂符号，也能看见这套推理的核心。

当然，上面的数据完全是假设的教学例子，不代表任何具体产品。实际评价识别系统，还要考虑测试图片是否具有代表性、使用环境是否变化，以及不同错误的代价。漏掉一张猫照片，与误开一道自动门，不能只因为准确率相同，就认定工程上同样可以接受。

概率的另一个常见陷阱，藏在小样本里。如果甲同学投两次篮球都进了，乙同学投二十次进十五次，能不能立即宣布甲更准？两人的当次命中率确实不同，但样本数量也不同。要推断更稳定的能力，还需要更多信息，并考虑投篮位置、环境以及数据收集方式。

同样，看到某种学习方法的支持者成绩更高，也不能立刻认定方法造成了提高。愿意采用它的人，可能原本就更投入，也可能拥有不同的基础。相关关系是线索，不是自动成立的因果关系。讨论原因时，需要进一步设计比较，尽量排除那些同时影响选择与结果的因素。

这并不意味着所有数字都不可信。恰恰相反，认真看数字，往往能让争论更清楚。看到百分比，问问分母是谁；看到平均值，看看样本怎样获得；看到一次巧合，想想我们有多少次遇见类似巧合的机会。许多很有力量的科学问题，其实就藏在这些并不复杂的追问里。

你也可以把猫图的比例改高，再保持识别规则不变，重新计算标记结果中的真猫占比。这时答案会改变。做完之后，再把误判比例降下来，看看改善有多明显。一次只改一个条件，能够帮助我们分辨，结果到底受到哪些数字影响。比起直接记住某个百分比，亲自追踪分子与分母的来源，更容易形成可以迁移的理解。每个计算步骤，都可以用简单的表格来核对。

今天的广播就到这里。概率不会替我们预测每一次结果，但它能帮我们分清，哪些是证据，哪些只是故事听起来很顺。下次硬币连续出现正面，请不要催反面赶紧加班，它没有义务补齐我们心里的对称。感谢收听，我们下期再见！