

SESIÓN DE APRENDIZAJE 08

Triángulos semejantes y
criterios de semejanza
aplicados a mapas a
escala



13/08/26

IE. "JOSÉ GÁLVEZ EGÚSQUIZA"

Adaptada por: Prof. Carlos Guarniz

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 08

I. DATOS INFORMATIVOS

- **Institución Educativa:** “José Gálvez Egúsquiza” - Pichugán
- **Nivel:** Secundaria
- **Área Curricular:** Matemática
- **Grado y Sección:** Tercero de Secundaria
- **Unidad Didáctica:** Unidad 3
- **Duración:** 90 minutos
- **Docente:** Calos Guarniz

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

“Triángulos semejantes y criterios de semejanza aplicados a mapas a escala”

III. PROPÓSITO DE LA SESIÓN

- **Intención Pedagógica:** Promover que los estudiantes comprendan, argumenten y apliquen las propiedades de los **triángulos semejantes** y los **criterios de semejanza** (AA, LLL, LAL) para la resolución de problemas contextualizados que involucran la determinación de distancias, alturas e interpretación de relaciones en **mapas a escala**.
- **Relación con el desarrollo de la competencia:** La sesión contribuye directamente al desarrollo de la competencia “**Resuelve problemas de forma, movimiento y localización**”, permitiendo que el estudiante combine capacidades de modelado de objetos con formas geométricas, comunicación de su comprensión sobre formas y relaciones geométricas, uso de estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio, y argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas.

IV. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- **Criterios derivados del estándar de aprendizaje (Ciclo VII):**
 - Establece relaciones entre las características y medidas de objetos reales o imaginarios y las representa mediante modelos geométricos que incluyen **triángulos semejantes y escalamiento**.
 - Explica las propiedades de semejanza entre triángulos utilizando razonamiento deductivo y criterios formales (AA, LLL, LAL).
 - Emplea estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y propiedades geométricas para resolver problemas con **mapas a escala y figuras semejantes**.
 - Plantea y sustenta afirmaciones sobre relaciones entre áreas, longitudes y la razón de semejanza en mapas y representaciones a escala.
- **Aspectos observables durante la sesión:**

- Identificación correcta de los criterios de semejanza de triángulos en representaciones de planos/mapas.
- Cálculo preciso de distancias desconocidas usando la proporción entre lados homólogos.
- Explicación clara del procedimiento seguido para hallar la escala o la medida real a partir de un mapa.

V. EVIDENCIA DE APRENDIZAJE

- **Producto/Actuación:** Guía de trabajo resuelta en equipos donde analizan un plano/mapa a escala de la localidad de Pichugán, identifiquen triángulos semejantes, demuestren la semejanza aplicando criterios formales (AA, LLL, LAL) y determinen distancias inaccesibles mediante proporciones métricas.

VI. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

- **Tipo de instrumento:** Rúbrica de evaluación (o Escala de Valoración).
- **Relación con los criterios:** Valora el desempeño en cuatro niveles (Inicio, Proceso, Logrado, Destacado) enfocándose en la modelación de situaciones de semejanza, el uso correcto de los criterios AA/LLL/LAL, la precisión matemática en el uso de escalas y la argumentación de las soluciones obtenidas.

VII. SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

1. **Motivación y Saberes Previos:**
 - El docente presenta un **mapa a escala** del recorrido entre la I.E. “José Gálvez Egúsquiza” y diversos puntos representativos de la comunidad de Pichugán.
 - Se indaga mediante preguntas directas: *¿Qué relación existe entre las distancias trazadas en el papel y las distancias reales en el terreno? ¿Qué sucede con los ángulos formados por los caminos en el mapa comparados con los del terreno real? ¿Qué significa que dos figuras sean semejantes y no solo congruentes?*
2. **Conflicto Cognitivo:**
 - El docente plantea el siguiente dilema: *“Si queremos calcular la altura inaccesible de un poste o la distancia entre dos cerros en un mapa sin medirlo directamente sobre el terreno, ¿por qué basta con medir las sombras o las distancias a escala en forma de triángulos? ¿Cambia la forma de un triángulo cuando lo ampliamos o reducimos a escala?”*
3. **Comunicación del Propósito y Organización:**
 - Se explicita el propósito de la sesión, los criterios de evaluación y el producto esperado. Se organizan los estudiantes en equipos colaborativos heterogéneos.

DESARROLLO (55 minutos)

1. **Fase 1: Familiarización con el problema (Proceso Didáctico de Matemática)**
 - Los estudiantes reciben una ficha técnica con un mapa a escala 1:10000 que dibuja dos triángulos superpuestos sobre las rutas de Pichugán.
 - Analizan la situación determinando los datos conocidos (longitudes de lados en el mapa y un ángulo común) y los datos por calcular (distancia real en metros o kilómetros).
2. **Fase 2: Búsqueda y ejecución de estrategias**
 - En equipos, comparan los ángulos del triángulo pequeño (dibujado en el mapa) y del triángulo grande (terreno real).
 - Comprueban si se cumple alguno de los tres **Criterios de Semejanza de Triángulos**:
 - **Criterio Á-Á (Ángulo-Ángulo)**: Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de otro.
 - **Criterio L-L-L (Lado-Lado-Lado)**: Si los tres lados correspondientes son proporcionales.
 - **Criterio L-A-L (Lado-Ángulo-Lado)**: Si dos lados correspondientes son proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es congruente.
 - Establecen la proporción de semejanza: $k = a'/a = b'/b = c'/c$ y la relacionan con la razón de escala del mapa (1:E).
3. **Fase 3: Socialización de representaciones y formalización**
 - Un representante de cada equipo expone en la pizarra el criterio seleccionado para justificar la semejanza de su modelo geométrico.
 - El docente formaliza los conceptos clave:
 - **Definición de semejanza de triángulos**: Dos triángulos son semejantes ($\sim$) si sus ángulos correspondientes son iguales (congruentes) y sus lados correspondientes son proporcionales.
 - **Aplicación en mapas a escala**: La escala es una razón de semejanza lineal entre la representación gráfica y la realidad.
4. **Fase 4: Reflexión y Transferencia**
 - Los estudiantes aplican lo aprendido resolviendo un ejercicio de sombra e inclinación de luz solar aplicado a estructuras rurales de Pichugán.

CIERRE (15 minutos)

1. **Evaluación y Sistematización:**
 - Se revisan de forma colectiva las conclusiones principales.
2. **Metacognición:**
 - Se invita a reflexionar a través de las preguntas: *¿Qué criterio de semejanza te resultó más fácil de identificar y por qué?* *¿De qué manera el uso de escalas en*

mapas nos permite calcular distancias inalcanzables? ¿En qué otras situaciones de la vida cotidiana o de la ingeniería rural se aplica la semejanza de triángulos?

VIII. RECURSOS Y MATERIALES

- **Materiales educativos:** Juego de geometría (regla, transportador, compás), calculadora científica o básica, papelógrafos, plumones.
- **Recursos impresos/digitales:** Mapas topográficos/croquis a escala de Pichugán, Ficha de trabajo de Semejanza de Triángulos, Texto Escolar de Matemática 3° de Secundaria (Minedu).

IX. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

- **Estrategias Inclusivas y Adecuaciones:**
 - **Apoyo visual y concreto:** Para estudiantes con distintos ritmos de aprendizaje, proporcionar plantillas transparentes de ángulos congruentes y reglas graduadas para verificar las proporciones visualmente.
 - **Trabajo colaborativo asignado:** Distribución de roles dentro de cada grupo (graficador, calculador, argumentador y expositor) asegurando la participación plena e incluyente según las fortalezas individuales.

X. RETROALIMENTACIÓN

- **Tipo de retroalimentación:** Retroalimentación formativa y descriptiva (individual y grupal).
- **Orientaciones para la mejora del aprendizaje:**
 - Promover el descubrimiento del error mediante preguntas guía: “*Observa la relación entre el lado adyacente y el lado opuesto en ambos triángulos, ¿mantienen la misma razón de proporción? ¿Por qué afirmas que los ángulos son congruentes?*”
 - Evitar dar la respuesta directa; guiar la identificación de los lados homólogos (opuestos a ángulos iguales) para evitar errores comunes de alineación de lados.

XI. BIBLIOGRAFÍA

- Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria*. Lima: Minedu.
- Ministerio de Educación del Perú. *Texto Escolar de Matemática para el 3.er Grado de Secundaria*. Lima: Editorial Santillana / Minedu.

FICHA DE APRENDIZAJE: TRIÁNGULOS SEMEJANTES Y ESCALAS

Nombres y Apellidos: _____ Grado y
Sección: 3.º | Fecha: / / 2026

RESUMEN TEÓRICO CLAVE

1. **Semejanza de Triángulos (sim):** Dos triángulos son semejantes si sus ángulos homólogos son congruentes y sus lados correspondientes son proporcionales.
2. **Criterios de Semejanza:**
 - **AA (Ángulo - Ángulo):** Tienen 2 ángulos respectivamente congruentes.
 - **LAL (Lado - Ángulo - Lado):** Tienen 2 lados proporcionales e igual el ángulo comprendido entre ellos.
 - **LLL (Lado - Lado - Lado):** Tienen sus 3 lados correspondientes proporcionales.
3. **Escala en Mapas (1:E):** Escala = Medida en el Mapa/Medida en la Realidad.

BANCO DE PROBLEMAS

Problema 1 (Criterio AA en sombras):

Un estudiante de la I.E. "José Gálvez Egúsquiza" de 1.60 m de estatura proyecta una sombra de 2 m a una determinada hora del día. En ese mismo instante, el asta de la bandera del colegio proyecta una sombra de 7.5 m. Considerando que los rayos solares caen con el mismo ángulo de inclinación formando triángulos semejantes por el criterio AA, calcula la altura del asta de la bandera.

Problema 2 (Aplicación de escala directa):

En un mapa a escala 1 : 20,000 de la zona rural de Pichugán, la distancia gráfica entre la plaza principal y el centro de salud está representada por un segmento de 4.5 cm dentro de un triángulo de referencia. ¿Cuál es la distancia real en kilómetros entre ambos puntos?

Problema 3 (Criterio LAL en mapas):

En el plano topográfico de una parcela triangular en Pichugán, el triángulo del mapa ABC tiene lados AB = 6 cm y AC = 10 cm, con un ángulo $\angle A = 50^\circ$. En el terreno real, el triángulo A'B'C' correspondiente tiene lados A'B' = 30 m y A'C' = 50 m, manteniendo el mismo ángulo $\angle A' = 50^\circ$.

a) Demuestra qué criterio de semejanza garantiza que los triángulos son semejantes.

b) Determina la razón de semejanza de la representación.

Problema 4 (Determinación de distancia inaccesible):

Para medir el ancho de un río en las afueras de Pichugán, un grupo de estudiantes trazó dos triángulos semejantes rectángulos trazando estacas en la orilla. El triángulo menor tiene catetos de 3 m y 4 m. El triángulo mayor, semejante al primero, tiene un cateto homólogo al de 3 m que mide 18 m. ¿Cuánto mide el cateto que representa el ancho del río?

Problema 5 (Criterio LLL):

Un triángulo dibujado en un mapa a escala presenta lados de 3 cm, 4 cm y 5 cm. El terreno real correspondiente a dicha delimitación tiene lados que miden 150 m, 200 m y 250 m.

- a) Verifica mediante el criterio LLL si el triángulo del mapa y el terreno real son semejantes.
- b) Encuentra la escala exacta a la que fue dibujado el mapa.

Problema 6 (Cálculo de escala a partir de áreas):

Se tiene un mapa a escala 1 : 500 donde una parcela triangular tiene una base de 8 cm y una altura de 6 cm.

- a) Calcula el área del triángulo en el mapa.
- b) Calcula el área real del terreno en metros cuadrados (m^2) utilizando la razón de semejanza al cuadrado (k^2).

Problema 7 (Triángulos encajados - Teorema de Tales/Semejanza):

En el triángulo ABC representado en una carta geográfica, se traza un segmento DE paralelo al lado BC (D en AB y E en AC), formando un triángulo menor ADE semejante al triángulo ABC. Si $AD = 4$ cm, $DB = 6$ cm y $BC = 15$ cm, halla la longitud del segmento DE en el mapa.

Problema 8 (Lados homólogos y proporcionalidad):

Dos triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle DEF$ son semejantes ($\triangle ABC \sim \triangle DEF$). Los lados del triángulo ABC miden $a = 8$ cm, $b = 10$ cm y $c = 12$ cm. Si el perímetro del triángulo semejante DEF es de 75 cm, calcula la longitud del lado mayor del triángulo DEF.

Problema 9 (Lectura e interpretación geométrica en plano municipal):

En el plano a escala 1:1000 de la ampliación de la I.E. "José Gálvez Egúsqiza", una zona triangular destinada a áreas verdes tiene ángulos interiores de 45° , 60° y 75° .

- a) ¿Cuáles serán las medidas de los ángulos interiores de dicho terreno en la construcción real? Justifica tu respuesta según las propiedades de la semejanza.
- b) Si el lado opuesto al ángulo de 45° mide 3.2 cm en el plano, ¿cuántos metros medirá en el terreno real?

Problema 10 (Semejanza combinada y escala topográfica):

Un topógrafo proyecta la vista de dos cerros contiguos en Pichugán usando un visor óptico. Se forman dos triángulos semejantes opuestos por el vértice con una razón de semejanza $k = 1 : 2500$. En el gráfico registrado por el instrumento, la distancia entre las dos cumbres es de 5.8 cm. ¿A cuántos metros de distancia real se encuentran ambas cumbres en la comunidad?