

..... LİSESİ 10.SINIF MATEMATİK DERS PLANI

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	23-27 Eylül 2024
Sınıf	10	Süre	6 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	SAYMA ve OLASILIK		
Konu	10.1.1.4. Kombinasyon (Seçim)		

BÖLÜM II

Kazanım	10.1.1.4. n elemanlı bir kümenin r tane elemanının kaç farklı şekilde seçilebileceğini hesaplar.
Değerler	ADALET – Eşit Davranma
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

Kombinasyon (Seçim)

$A = \{a, b, c\}$ kümesinin 2 elemanlı dizilişleri ve 2 elemanlı alt kümeleri aşağıdaki gibi düzenlenirse 2 elemanlı dizilişleri "ab, ba, ac, ca, bc, cb" dir. 2 elemanlı alt kümeleri ise " $\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$ " şeklindedir. Nesnelerin dizilişi **permütasyon** ile r elemanlı alt kümelerinin (gruplamalarının) her biri **kombinasyon** ile ifade edilir.



Bilgi

A kümesinin r elemanlı alt kümelerinin her birine A kümesinin r li kombinasyonu denir.

$n, r \in \mathbb{N}, n \geq r$ olmak üzere n elemanlı bir A kümesinin r elemanlı (kısaca r li) kombinasyonlarının sayısı $C(n, r)$ ya da $\binom{n}{r}$ ile gösterilir. $C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$ olur.

Kombinasyon sayısı ile farklı gruplamaların sayısı kastedilir.

Kombinasyon sayısının hesaplanmasında kümenin elemanlarının sıralama sayısı değil bu elemanların seçilebilme sayısı önemlidir.



İpucu

$n, r \in \mathbb{N}, n \geq r$ olmak üzere n elemanlı bir A kümesinin r elemanlı permütasyonlarının sayısı ile r elemanlı kombinasyonlarının sayısı arasında $P(n, r) = C(n, r) \cdot r!$ eşitliği vardır.



Örnek

$A = \{a, b, c, d, 1, 2\}$ kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısını bulunuz.



Çözüm

$s(A) = 6$ olup 2 elemanlı alt küme sayısı,

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2 \cdot 1 \cdot 4!} = 15 \text{ olur.}$$



Örnek

Sosyal sorumluluk projesi kapsamında 10-A sınıfının sınıf öğretmeni Elif Hanım'ın huzurevine yapacakları ziyaret için sınıfında bulunan 20 öğrenciden 3 üni kaç farklı şekilde seçebileceğini bulunuz.



Çözüm

Sınıftaki 20 kişiden 3 kişi $\binom{20}{3}$ farklı biçimde seçilebilir. Bu durumda

$$\binom{20}{3} = \frac{20!}{3! \cdot (20-3)!} = \frac{20!}{3! \cdot 17!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17!}{3! \cdot 17!} = 1140 \text{ bulunur.}$$



İpucu

n elemanlı bir kümenin 0 elemanlı alt küme sayısı, $\binom{n}{0} = \frac{n!}{0! \cdot (n-0)!} = \frac{n!}{n!} = 1 \quad (n \in \mathbb{N})$

n elemanlı bir kümenin n elemanlı alt küme sayısı, $\binom{n}{n} = \frac{n!}{n! \cdot (n-n)!} = \frac{n!}{n! \cdot 1} = 1 \quad (n \in \mathbb{N})$

n elemanlı bir kümenin 1 elemanlı alt küme sayısı, $\binom{n}{1} = \frac{n!}{1! \cdot (n-1)!} = \frac{n \cdot (n-1)!}{(n-1)!} = n \quad (n \in \mathbb{N} \text{ ve } n \geq 1)$



Örnek

n elemanlı bir kümenin 0, 1 ve n elemanlı alt küme sayıları toplamı $18 - n$ olduğuna göre n nin değerini bulunuz.



Çözüm

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{n} = 18 - n \Rightarrow 1 + n + 1 = 18 - n \Rightarrow n + 2 = 18 - n \Rightarrow 2n = 16 \Rightarrow n = 8 \text{ olur.}$$



İpucu

$n, r \in \mathbb{N}, n \geq r$ olmak üzere $C(n, r) = C(n, n-r)$ eşitliği vardır.

Bu eşitliğin doğruluğu aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Buluyorum

$$C(n, r) = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-n+r)! \cdot (n-r)!}$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-(n-r))! \cdot (n-r)!}$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! \cdot (n-(n-r))!}$$

$$C(n, r) = C(n, n-r)$$

Sonuç olarak n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt kümeleri ile $n-r$ elemanlı alt kümeleri eşit sayıdadır.



İpucu

n , bir kümenin eleman sayısı olmak üzere $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ olur.

Bu özelliğin doğruluğu aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Buluyorum

n elemanlı bir kümenin

0 elemanlı alt küme sayısı: $\binom{n}{0}$

1 elemanlı alt küme sayısı: $\binom{n}{1}$

2 elemanlı alt küme sayısı: $\binom{n}{2}$

$\vdots$

n elemanlı alt küme sayısı: $\binom{n}{n}$

Buradan n elemanlı bir kümenin tüm alt kümelerinin sayısı

$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n}$ bulunur.

Bu değer aynı zamanda 2^n sayısına eşittir.

Dolayısıyla $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ olur.



Örnek

$A = \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \dots + \binom{7}{7}$ olduğuna göre A ifadesinin değerini bulunuz.



Çözüm

$$\binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \underbrace{\binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \dots + \binom{7}{7}}_A = 2^7 \Rightarrow 1 + 7 + A = 128 \Rightarrow A = 120 \text{ olur.}$$



Örnek

3 elemanlı alt küme sayısı, 5 elemanlı alt küme sayısına eşit olan bir kümenin en çok 2 elemanlı alt küme sayısını bulunuz.



Çözüm

$$\binom{n}{3} = \binom{n}{5} \Rightarrow n = 3 + 5 \Rightarrow n = 8 \text{ ve } \binom{8}{0} + \binom{8}{1} + \binom{8}{2} = 1 + 8 + \frac{8!}{2! \cdot 6!} = 9 + 28 = 37 \text{ olur.}$$



Örnek



Bir sınıfta 9 kişi arasından 6 kişilik bir ekip ve bu ekip içinden de bir başkan seçilecektir. Bu seçimin kaç farklı şekilde yapılabileceğini bulunuz.



Çözüm

9 öğrenci arasından 6 kişilik bir ekip, $\binom{9}{6} = \frac{9!}{6! \cdot (9-6)!} = \frac{9!}{6! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6!} = 84$ farklı şekilde seçilebilir. Seçilen bu ekip içerisinde 1 başkan ise $\binom{6}{1} = \frac{6!}{1! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 5!}{1 \cdot 5!} = 6$ farklı şekilde seçilebilir. Bu durumda 9 öğrenci arasından 6 kişilik bir ekip oluşturulup bu ekip içerisinde bir başkanın seçilmesi, $\binom{9}{6} \cdot \binom{6}{1} = 84 \cdot 6 = 504$ farklı şekilde olabilir.



Örnek

Bir otelde 4, 3 ve 2 yataklı birer oda boştur. 9 kişinin bu odalara kaç farklı şekilde yerleştirilebileceğini bulunuz.



Çözüm

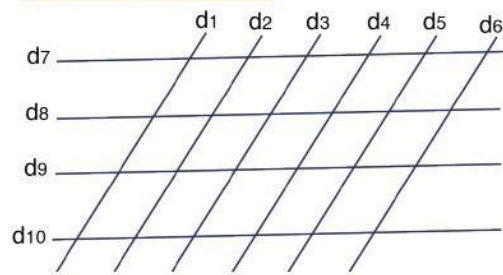
Odalardaki toplam boş yatak sayısı ile kişi sayısı eşit olduğundan kişileri odalara yerleştirmede hangi odadan başlanacağı önemli değildir.

9 kişiden 4 ü 4 yataklı odaya $\binom{9}{4}$ farklı şekilde, kalan 5 kişiden 3 ü 3 yataklı odaya $\binom{5}{3}$ farklı şekilde, kalan 2 si 2 yataklı odaya $\binom{2}{2}$ farklı şekilde yerleştirildiğinde odalara farklı biçimde yerleştirilme sayısı,

$$\binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2} = \frac{9!}{5! \cdot 4!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{2!}{0! \cdot 2!} = 1260 \text{ olur.}$$



Örnek



Yandaki şekilde $d_1 \parallel d_2 \parallel d_3 \parallel d_4 \parallel d_5 \parallel d_6$ ve $d_7 \parallel d_8 \parallel d_9 \parallel d_{10}$ olmak üzere

- Kaç farklı paralelkenar olduğunu bulunuz.
- Bir kenarı d_1 , diğer kenarı d_7 doğrusu üzerinde olan kaç farklı paralelkenar olduğunu bulunuz.



Çözüm

- Yatay doğrulardan herhangi ikisi ve düşey doğrulardan herhangi ikisi seçilerek paralelkenarlar oluşturulabilir. Buna göre oluşturulabilecek tüm paralelkenarların sayısı,

$$\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2!} = 15 \cdot 6 = 90 \text{ olur.}$$

- Düşey paralel doğrulardan biri d_1 ise diğeri d_2, d_3, d_4, d_5, d_6 doğruları arasından seçilir.

Yatay paralel doğrulardan biri d_7 ise diğeri d_8, d_9, d_{10} doğruları arasından seçilir. Buradan oluşturulabilecek tüm paralelkenarların sayısı, $\binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} = 5 \cdot 3 = 15$ olur.

BÖLÜM IV

Ölçme ve Değerlendirme

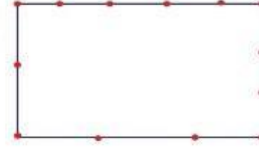
1. $A = \{a, e, k, y, n, p, r\}$ kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde **en az** bir sesli harf bulunduğunu hesaplayınız.

2. $\binom{n+4}{n+3} + \binom{n+5}{n+4} - P(n,1) = 12$ olduğuna göre n değerini bulunuz.

3. Bir şirketteki 6 müfettiş, 2 bölgedeki bayi denetimi için görevlendirilecektir. Bu 2 bölgenin her birine **en az** bir müfettiş görevlendirmek üzere bu müfettişlerin kaç farklı biçimde görevlendirilebileceğini bulunuz.

4. 10-B sınıfı 13 ü kız, 11 i erkek 24 kişilik bir sınıftır. Öğrencilerin 10-C sınıfından ameliyat olan arkadaşlarını ziyaret etmeleri için sınıf öğretmenlerinin 2 si kız, 1 i erkek 3 kişilik bir grubu kaç farklı şekilde seçebileceğini bulunuz.

5. İki farklı hediyein 5 çocuktan herhangi ikisinden her birine birer hediye verilmek şartıyla kaç farklı şekilde verilebileceğini bulunuz.



6. Yukarıdaki şekilde verilen dikdörtgen üzerindeki 13 noktadan köşeleri bu noktalardan herhangi üçü olan **en çok** kaç farklı üçgen çizilebileceğini bulunuz.

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar

Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşmıştır.

.....
.....
Matematik Öğretmeni

.../.../2024
UYGUNDUR
Okul Müdürü

.....