G2E 2005 physique : correction

1	**Circuit R,C**
1.1.	Loi des mailles : s(t) = e(t)-Ri(t) avec $i = \frac{dq}{dt}$ soit $E = s(t) + \tau \frac{ds}{dt}$ équation différentielle linéaire d'ordre 1 avec second membre constant.
1.2.	Donc $s(t) = E + cst \times e^{-\frac{t}{\tau}}$; à t = 0 le condensateur est déchargé donc s(0) = 0 et cst =-E $s(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$,allure figure 1.
1.3.1	Notation : figure 2, i = i_1+i_2 avec s = Ri_2 et $i_1 = C\frac{ds}{dt}$ donc $i = C\frac{ds}{dt} + \frac{s}{R}$ E = s + Ri + q'/C avec $i = \frac{dq'}{dt}$ En dérivant $0 = \frac{ds}{dt} + RC\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{ds}{dt} + \frac{ds}{dt} + \frac{s}{RC}$ Soit l'équation demandée $\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{3}{\tau}\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau^2} = 0$
1.3.2	Le discriminant du polynôme caractéristique est $\Delta = \frac{5}{\tau^2} > 0$ donc deux solutions réelles : $r_1 = \frac{-3}{2\tau} - \frac{\sqrt{5}}{2\tau} = \frac{-3}{2\tau} - \lambda$ et $r_2 = \frac{-3}{2\tau} + \lambda$ $s(t) = Ae^{-r_1 t} + Be^{-r_2 t} = e^{-\frac{3}{2\tau}t}(Ae^{-\lambda t} + Be^{\lambda t})$ A et B constante déterminées à partir de l'état initial. A t=0 s(0) = 0 donc A+B=0 soit A=-B $i_1 = C\left(\frac{ds}{dt}\right)_0 = \frac{E}{R}$ i_2(0)=0 donc i=i_1 et enfin $\left(\frac{ds}{dt}\right)_0 = \frac{E}{\tau} = 2A\lambda$; on en déduit A=-B= $\frac{E}{\sqrt{5}}$ $s(t) = \frac{E}{\sqrt{5}}e^{-\frac{3}{2\tau}t}(e^{\lambda t} - e^{-\lambda t})$
1.4.1	$\underline{Z_{eq}} = (R + \frac{1}{jC\omega}) + (\frac{1}{R} + jC\omega)^{-1} = \frac{j\tau\omega + 1}{\frac{j\tau\omega}{R}} + \frac{R}{1 + j\tau\omega} = \frac{R + jR\tau\omega}{j\tau\omega} + \frac{R}{1 + j\tau\omega}$
1.4.2	$\underline{e} = \underline{Z_{eq}} \times \underline{i}$ $\underline{s} = (\frac{1}{R} + jC\omega)^{-1} \times \underline{i} = \frac{R}{1 + j\tau\omega} \times \underline{i}$

$$H(\omega)=\frac{R}{1+j\tau\omega}\times\frac{1}{\underline{Z_{eq}}}=\frac{R}{(1+j\tau\omega)\left(\frac{R+jR\tau\omega}{j\tau\omega}+\frac{R}{1+j\tau\omega}\right)}=\frac{1}{1+\frac{(1+j\tau\omega)^2}{j\tau\omega}}$$

$$H(\omega)=\frac{j\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2+3j\tau\omega}$$

1.4.3

Module $$H=\frac{\tau\omega}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2+9\tau^2\omega}}$$

Argument $$\varphi=\arg(j\tau\omega)-\arg(1-\tau^2\omega^2+3j\tau\omega)=\pi/2-\arctan(\frac{3\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2})$$

$$\tan\varphi=1/\tan(\frac{3\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2})$$

2 Redressement du courant alternatif

2.1 Pour 0<t<T/2 (ou nT<t< (2n+1)T/2) e(t)>0 : supposons la diode passante avec $i=ku_d$

Alors $e(t)=u_d+Ri(t)=(1/k+R)i(t)$ soit $$i(t)=\frac{e(t)}{1/k+R}$$

Pour T/2<t<T (ou (2n+1)T/2<t< nT) e(t)<0 : supposons la diode bloquée alors i(t)=0.

Vérifions les conditions de fonctionnement de la diode : dans le cas bloquée i=0 donc $u_d=e<0$ (OK)

Allure figure 3

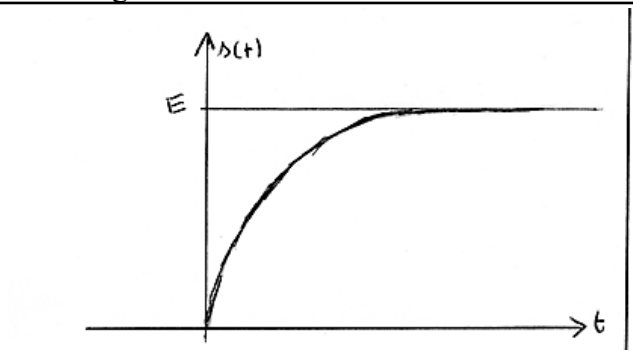


figure 1

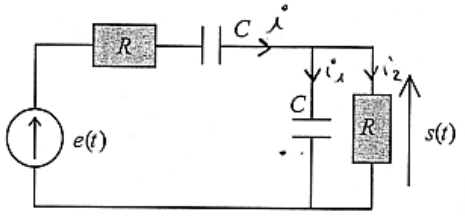


Figure n°2

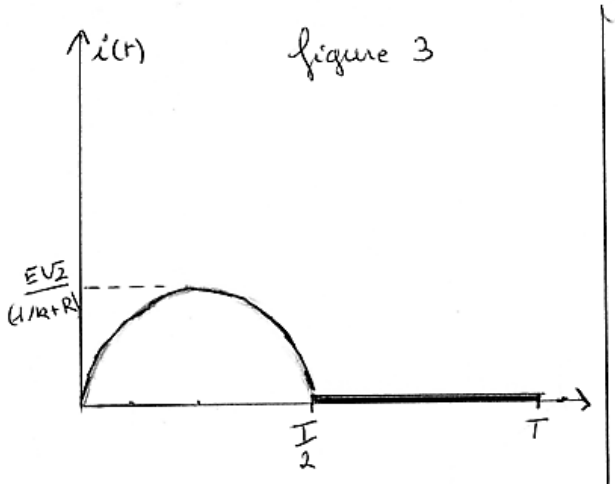


figure 3

2.2

$I_{eff} = \sqrt{\langle i^2 \rangle}$, $i^2 = \frac{e^2}{(1/k+R)^2} = \frac{2E^2 \sin^2 \omega t}{(1/k+R)^2} = \frac{E^2}{(1/k+R)^2}(1-\cos 2\omega t)$ pour 0<t<T/2

$I_{eff}{}^2 = \langle i^2 \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt = \frac{1}{T}\frac{E^2}{(1/k+R)^2}\int_0^{T/2}(1-\cos 2\omega t)dt = \frac{E^2}{2(1/k+R)^2}$

$$I_{eff} = \frac{E}{\sqrt{2}(1/k+R)}$$

2.3

Sur une période la puissance moyenne dissipée dans le résistor est $P_R = Ri_{eff}{}^2$

$P_R = R\frac{E^2}{2(1/k+R)^2}$ A.N. P_R=11W

2.4

La tension aux bornes de la batterie est E_1 constante.
La diode est idéale c'est à dire que i=0 si u_d<0 (diode bloquée) et la diode se comporte comme un fil de résistance négligeable pour $u_d \geq 0$.

2.4.1

Hypothèse 1 : la diode est passante . $e(t) = E_1 + Ri(t)$ donc $i(t)=(e(t)-E_1)/R$.
Hypothèse 2 : la diode est bloquée . i(t)=0 et $e(t) = E_1 + u_d$.
Condition de circulation du courant : dans l'hypothèse 2 où la diode est bloquée

$u_d = e(t) - E_1 < 0$ donc $E\sqrt{2} \times \sin \omega t < E_1$

Le courant ne circule pas si $\sin \omega t < \frac{E_1}{E\sqrt{2}}$, il circule au contraire pour $\sin \omega t \geq \frac{E_1}{E\sqrt{2}}$

2.4.2

Sur une période il existe deux valeurs de ωt telles que $\sin \omega t = \frac{E_1}{E\sqrt{2}}$
$\omega t_1 = 4{,}42°$ et $\omega t_2 = (180-4{,}42) = 175{,}57°$
On en déduit $t_1 = 2{,}46.10^{-4}$ s et $t_2 = 9{,}76.10^{-3}$ s . Le courant circule presque sur toute la première demi période.

3. Diagramme entropique d'un cycle moteur

3.1.

AB est isentropique (cf schéma) donc $S_A = S_B = 0$.
AC est une transformation du liquide de T_A à T_C : le liquide est un milieu condensé supposé incompressible donc $dS = \frac{mcdT}{T}$ et $\Delta S = S_C - S_A = mc\ln\frac{T_C}{T_A}$ donc $S_C = mc\ln\frac{T_C}{T_A}$

CD vaporisation isobare et isotherme de l'eau liquide donc $\Delta S = S_D - S_C = \frac{ml(473K)}{T_C}$
Pour calculer S_F, il faut envisager la transformation AF (l'entropie est une fonction d'état, on se place sur le chemin connu) : vaporisation de l'eau liquide à la température T_A :

$\Delta S = S_F - S_A = \frac{ml(300K)}{T_F} = S_F$ $\Delta S = S_C - S_A = mc\ln\frac{T_C}{T_A}$

3.2.

Démonstration analogue à celle du théorème des moments.
$m = m^l + m^v$

L'entropie est extensive donc $S_E = S_E^{vap} + S_E^{liq}$ avec $S_E^{vap} = m^v s^{vap} = m^v \frac{S_F}{m} = x^v S_F$ (l'entropie massique est égale à S_F/(1kg)

On écrit de même pour le liquide $S_E^{liq} = m^l s^{liq} = m^l \frac{S_F}{m} = x^l S_A$

	Donc $S_E = x^v S_F + x^l S_A = x^v S_F + (1-x^v) S_A$ donc $x^v = \frac{S_E - S_A}{S_F - S_A}$ et $x^v = \frac{m^v}{m} = \frac{\overline{AE}}{AF}$ Graphiquement (avec règle graduée) x^v=17/27=
3.3.1	Q_C est échangée le long de B-D, l'aire sous BD est égale à Q_C ; Q_F est échangée le long de EA, l'aire sous AE est opposée à Q_F.
3.3.2	$Q_{tot} = Q_C + Q_F = -W_{tot}$ car $\Delta U = 0$ pour le cycle. Le travail totale est égale à l'opposé de l'aire du rectangle ABDE. $W_{tot} = -(T_C - T_A)(S_C - S_A)$
3.3.3	$r = \frac{-W_{tot}}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$ or $\Delta S_{BD} = S_D = \frac{Q_C}{T_C}$ et $\Delta S_{EA} = -S_E = \frac{Q_F}{T_F}$ or $S_E = S_D$ soit $r = 1 - \frac{T_F}{T_C}$ on retrouve bien le rendement du moteur de Carnot
4	**Viscosimètre à chute de bille.**
4.1.	Système : bille Référentiel terrestre supposé galiléen Bilan de force : poids $m\vec{g} = 4/3\pi R^3 \times \mu_B \times \vec{g}$ Poussée d'Archimède $\vec{\Pi}_A = -m_{fluide}\vec{g} = -4/3\pi R^3 \times \mu \times \vec{g}$ Force de viscosité fluide Appliquons la seconde loi de Newton : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = 4/3\pi R^3 \times \mu_B \times \vec{g} - 4/3\pi R^3 \times \mu \times \vec{g} + 6\pi\eta R\vec{v}$
4.2.	La vitesse augmente sous l'effet du champ de pesanteur, mais la force de frottement aussi. Elle ralentit la bille qui atteint une vitesse limite. Lorsque l'accélération s'annule $\overrightarrow{v_\infty} = \frac{2}{9}\frac{R^2}{\eta}(\mu_B - \mu)\vec{g}$
4.3.	Lorsque la vitesse limite est atteinte le système possède un mouvement rectiligne est uniforme. Avec un axe descendant $\frac{dz}{dt} = \frac{2}{9}\frac{R^2}{\eta}(\mu_B - \mu)g$ donc $\Delta z = H = \frac{2}{9}\frac{R^2}{\eta}(\mu_B - \mu)g\Delta t$
4.4	On en déduit $\eta = \frac{2}{9}\frac{R^2}{H}(\mu_B - \mu)g\Delta t$ avec $K = \frac{2}{9}\frac{R^2}{\eta}g$
4.5.	A.N. $\eta = 0{,}081 Pl$
5.	**Viscosimètre à tube capillaire.**
5.1.	Pour un fluide incompressible en écoulement permanent, la conservation du débit volumique donne $v_A s_A = v_C S_C$ donc $v_C = v_A \frac{s_A}{S_C} << v_A car S_C >> s_A$
5.2.	Pour un fluide incompressible en écoulement quasi-permanent , le long d'une ligne de courant, on peut appliquer la relation de Bernoulli : $\frac{1}{2}\mu v_C{}^2 + P_C + \mu g z_C = \frac{1}{2}\mu v_A{}^2 + P_A + \mu g z_A$ en prenant $z_A = 0$, $z_C = h$, en constatant $P_B = P_{air} = P_C$, en négligeant v_c la relation devient

	$P_B + \mu g h = \frac{1}{2}\mu {v_A}^2 + P_A$ donc $\Delta P = -\frac{1}{2}\mu {v_A}^2 + \mu g h \approx \mu g h$
5.3.1	$D_V = \iint\limits_{\substack{section \\ capillaire}} v_x ds = \int_0^r v_x 2\pi x dx = \int_0^r v_0 (1 - \frac{x^2}{r^2}) 2\pi x dx$ Le débit volumique s'écrit $D_V = v_0 \pi \frac{r^2}{2} = \frac{\pi r^4}{8\eta}(\frac{\Delta P}{L})$
5.3.2	Il y a conservation du débit volumique entre le réservoir et le tube. Aussi $D_V = \frac{dV}{dt} = S_C \frac{dz}{dt} = \pi R^2 \frac{dz}{dt}$. En supposant la vitesse du point C quasi constante lors de l'écoulement $D_V = \pi R^2 \frac{\Delta z}{\Delta t} = \pi R^2 \frac{(h_0 - h_1)}{\Delta t}$ $\Delta P = \mu g h_0$ donc $D_V = \frac{\pi r^4}{8\eta}(\frac{\mu g h_0}{L})$ $\eta = \frac{r^4 \mu g h_0 \Delta T}{8R^2(h_0 - h_1)L} = 1{,}23.10^{-3}$ Pl