

**PHIẾU SỐ 17**

**ĐIỂM SỐ**

Họ tên: .....

Nhận xét: .....

( Ước mơ chỉ thành hiện thực khi bạn nỗ lực hành động,

Hãy hành động vì ước mơ của bạn ! )



**BÀI 17. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN**

**I. DIỆN TÍCH MIỀN PHẪNG**

**Bài toán 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó diện tích  $S$  của hình phẳng  $(D)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ; trục hoành  $Ox$  ( $y = 0$ ) và

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

hai đường thẳng  $x = a; x = b$  là

Như vậy

- Nếu trên  $(a; b)$  đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nằm phía trên trục hoành  $Ox$  thì

$$\int_a^b |f(x)| dx = \int_a^b f(x) dx$$

- Nếu trên  $(a; b)$  đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nằm phía dưới trục hoành  $Ox$  thì

$$\int_a^b |f(x)| dx = - \int_a^b f(x) dx$$

**Bài toán 2.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $y = f(x)$ ;  $y = g(x)$  và hai

đường đường thẳng  $x = a; x = b$  là  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**Như vậy**

- Nếu trên  $(a; b)$  đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nằm phía trên đồ thị hàm số  $y = g(x)$

thì 
$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

- Nếu trên  $(a; b)$  đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nằm phía dưới đồ thị hàm số  $y = g(x)$

thì 
$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx = - \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức

**A.**  $S = \int_a^b |f(x)| dx$       **B.**  $S = \int_a^b f(x) dx$

**C.**  $S = - \int_a^b f(x) dx$       **D.**  $S = \int_b^a |f(x)| dx$

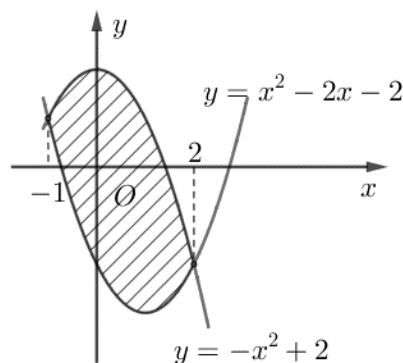
**Câu 2:** Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

**A.**  $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

**B.**  $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$

**C.**  $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$

**D.**  $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$

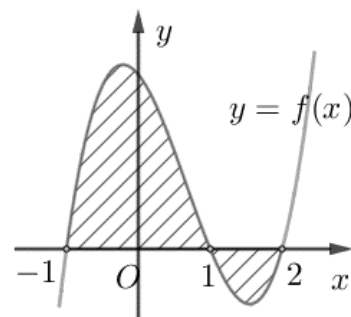


**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$  (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

**B.**  $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$

**C.**  $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$



**D.**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$

**Câu 4:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = (x-2)^2 - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 2$  bằng

- A.**  $\frac{2}{3}$  .                      **B.**  $\frac{3}{2}$  .                      **C.**  $\frac{1}{3}$  .                      **D.**  $\frac{7}{3}$  .

**Câu 5:** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = 0$ ,  $x = -10$ ,  $x = 10$ .

- A.**  $S = \frac{2000}{3}$  .                      **B.**  $S = 2008$  .                      **C.**  $S = 2000$  .                      **D.**  $S = \frac{2008}{3}$

**Câu 6:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = 4x - x^2$ ,  $y = 2x$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = e$  bằng

- A.** 4 .                      **B.**  $\frac{20}{3}$  .                      **C.**  $\frac{4}{3}$  .                      **D.**  $\frac{16}{3}$  .

**Câu 7:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = -x^2 + 2x + 1$ ,  $y = 2x^2 - 4x + 1$  là

- A.** 8 .                      **B.** 5 .                      **C.** 4 .                      **D.** 10

## II. THỂ TÍCH VÀ THỂ TÍCH TRÒN XOAY

**Bài toán 1: ( Thể tích thường )** Thể tích  $V$  của phần vật thể  $D$  giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại các điểm  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ), có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $a \leq x \leq b$ ) là

$S(x)$  . Được tính theo công thức: 
$$V = \int_a^b S(x) dx$$

**Bài toán 2: ( Thể tích tròn xoay )**. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay miền  $D$  được giới hạn bởi các đường  $y = f(x); y = 0; x = a; x = b$  quanh trục  $Ox$

được tính theo công thức 
$$V = p \int_a^b f^2(x) dx$$

**Hệ quả:** Nếu hình phẳng  $D$  được giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ;  $y = g(x)$  và hai đường  $x = a$ ;  $x = b$  (với  $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ ,  $x \in [a; b]$ ) thì thể tích khối tròn xoay

$$V = \rho \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$$

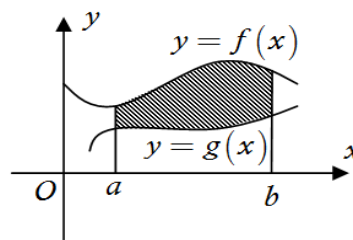
sinh bởi khi quay  $D$  quanh

**Câu 8:** Viết công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ), xung quanh trục  $Ox$ .

**A.**  $V = \rho \int_a^b f^2(x) dx.$       **B.**  $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

**C.**  $V = \rho \int_a^b f(x) dx.$       **D.**  $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

**Câu 9:** Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?



**A.**  $V = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$       **B.**  $V = \rho \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$

**C.**  $V = \rho \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$       **D.**  $V = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$

**Câu 10:** Viết công thức tính thể tích  $V$  của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại các điểm  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ), có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $a \leq x \leq b$ ) là  $S(x)$ .

**A.**  $V = \rho \int_a^b S(x) dx.$       **B.**  $V = \rho \int_a^b |S(x)| dx.$

**C.**  $V = \int_a^b S(x) dx.$       **D.**  $V = \rho^2 \int_a^b S(x) dx.$

**Câu 11:** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^{3x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ .  
 Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng:

- A.  $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$       B.  $\int_0^1 e^{6x} dx$       C.  $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$       D.  $\int_0^1 e^{3x} dx$

**Câu 12:** Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 0$  và  $x = 3$ , có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $0 \leq x \leq 3$ ) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng  $x$  và  $2\sqrt{9 - x^2}$ , bằng:

- A.  $V = 3$       B.  $V = 18$       C.  $V = 20$       D.  $V = 22$

**Câu 13:** Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng có phương trình  $x = 0$  và  $x = 2$ , biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x \in [0; 2]$  là một phần tư đường tròn bán kính  $\sqrt{2}x^2$ , ta được kết quả nào sau đây?

- A.  $V = 32p$       B.  $V = 64p$       C.  $V = \frac{16}{5}p$       D.  $V = 8p$

**Câu 14:** Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình  $(H)$  quanh  $Ox$  với  $(H)$  được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{4x - x^2}$  và trục hoành.

- A.  $\frac{31\pi}{3}$       B.  $\frac{32\pi}{3}$       C.  $\frac{34\pi}{3}$       D.  $\frac{35\pi}{3}$

**Câu 15:** Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x = \sqrt{y}$ ,  $y = -x + 2$ ,  $x = 0$  quay quanh  $Ox$  có giá trị là kết quả nào sau đây

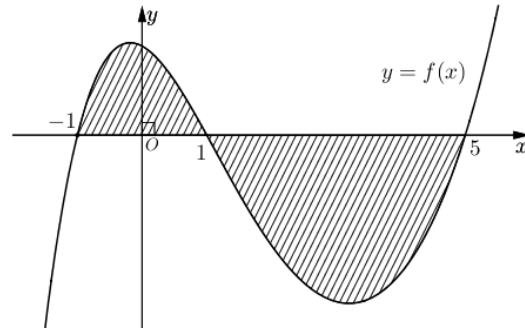
- A.  $V = \frac{1}{3}\pi$       B.  $V = \frac{3}{2}\pi$       C.  $V = \frac{32}{15}\pi$       D.  $V = \frac{11}{6}\pi$

**Câu 16:** Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = x^3$ ;  $y = -x + 2$ ;  $y = 0$  quanh trục  $Ox$  là:

- A.  $V = \frac{4\pi}{21}$       B.  $V = \frac{10\pi}{21}$       C.  $V = \frac{\pi}{7}$       D.  $V = \frac{\pi}{3}$

## BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1: Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = -1$  và  $x = 5$  (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$

B.  $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$

C.  $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$

D.  $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$

Câu 2: Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 5$ ,  $y = 6x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ . Tính  $S$ .

A.  $\frac{4}{3}$

B.  $\frac{7}{3}$

C.  $\frac{8}{3}$

D.  $\frac{5}{3}$

Câu 3: Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{-3x-1}{x-1}$  và hai trục tọa độ là  $S$ . Tính  $S$ ?

A.  $S = 1 - \ln \frac{4}{3}$

B.  $S = 4 \ln \frac{4}{3}$

C.  $S = 4 \ln \frac{4}{3} - 1$

D.  $S = \ln \frac{4}{3} - 1$

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 4$  và  $y = 2x - 4$  bằng

- A. 36.                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{4\pi}{3}$ .                      D.  $36\pi$ .

**Câu 5:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 2$  và  $y = 3x - 2$  bằng

- A.  $\frac{9}{2}$ .                      B.  $\frac{9\pi}{2}$ .                      C.  $\frac{125}{6}$ .                      D.  $\frac{125\pi}{6}$ .

**Câu 6:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ .                      B.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ .
- C.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ .                      D.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ .

**Câu 7:** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn với đường cong  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

- A.  $V = 2$ .                      B.  $V = \frac{4\pi}{3}$ .                      C.  $V = 2\pi$ .                      D.  $V = \frac{4}{3}$ .

**Câu 8:** Cho vật thể  $(T)$  giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 0; x = 2$ . Cắt vật thể  $(T)$  bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x (0 \leq x \leq 2)$  ta thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng  $(x+1)e^x$ . Thể tích vật thể  $(T)$  bằng

- A.  $\frac{\pi(13e^4 - 1)}{4}$ .                      B.  $\frac{13e^4 - 1}{4}$ .                      C.  $2e^2$ .                      D.  $2\pi e^2$ .

**Câu 9:** Tính thể tích  $V$  của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x=1$  và  $x=3$ , biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là  $3x$  và  $\sqrt{3x^2 - 2}$ .

**A.**  $V = \frac{124}{3}$ .

**B.**  $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$ .

**C.**  $V = 32 + 2\sqrt{15}$ .

**D.**  $V = \frac{124\pi}{3}$ .

**Câu 10:** Tính thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị  $(P): y = 2x - x^2$  và trục  $Ox$  bằng:

**A.**  $V = \frac{19\pi}{15}$ .

**B.**  $V = \frac{13\pi}{15}$ .

**C.**  $V = \frac{17\pi}{15}$ .

**D.**  $V = \frac{16\pi}{15}$ .