

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تمنغست – ثانوية الشيخ أمود

السنة الدراسية : 2017/2018

المستوى : الثانية ثانوي شعبي الرياضيات و الرياضيات تقني

المدة : 7200 ثانية

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (5 نقاط) :

ليكن $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ كثير حدود حيث

(1) أحسب $P(3)$ ماذا تستنتج ؟

(2) حل $P(x)$ الى جداء عوامل من الدرجة الأولى .

(3) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية R المعادلة ذات المجهول x التالية

$$P(x) = 0$$

(4) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية R المتراجحة ذات المجهول x التالية

$$P\left(\frac{2018}{1439}\right) \geq 0 \text{ ثم استنتج إشارة}$$

التمرين الثاني (6 نقاط) :

في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس نعتبر النقط $A(1;3)$ و $B(-3;-1)$ و

$C(2;-2)$ و لتكن G مركز ثقل المثلث ABC و النقطة D معرفة بالعلاقة

$$\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{0}$$

(1) علم النقط A و B و C .

(2) عين احداثيات النقطتان G و D .

(3) بين ان الرباعي متوازي أضلاع $ABCD$.

(4) بين أن النقط B و G و D في إستقامية.

(5) لتكن E مجموعة النقط M من المستوي حيث

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

عين ثم أنشئ المجموعة E

(6) لتكن F مجموعة النقط M من المستوي حيث

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$$

عين ثم أنشئ المجموعة F .

التمرين الثالث (5 نقاط) :

f دالة معرفة على R بالعلاقة $f(x) = \frac{-x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$ حيث a, b عدنان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس .

الجزء الاول :

عين العدنان a, b علماً أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1; -3)$ مماساً معامل توجيهه يساوي -1 .

الجزء الثاني : نضع $a = -6$, $b = 1$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة f .

(2) عين حصر للدالة f على المجال $[0;1]$

(3) عين القيم الحدية المحلية للدالة f (تُدر النتائج الى 10^{-2})

(4) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

التمرين الرابع (4 نقاط)

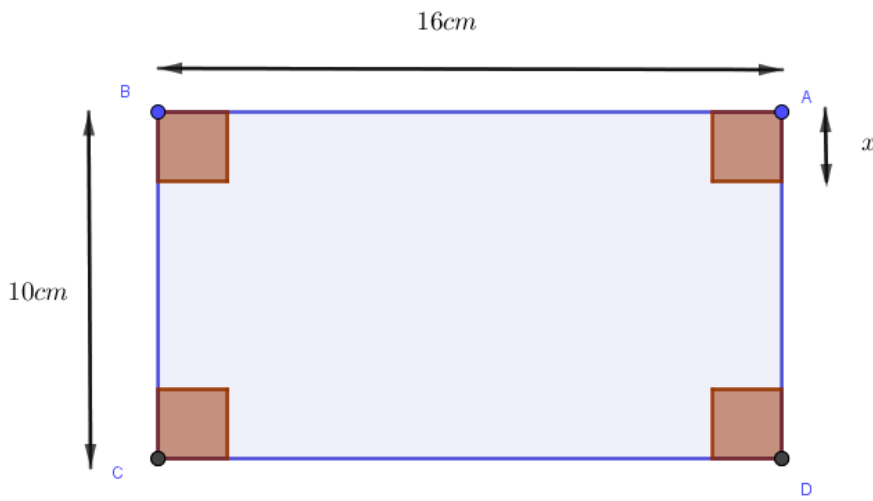
انطلاقاً من مستطيل بعده 16 ; 10 بالسنتيمترات نصنع علبة على شكل متوازي

مستطيلات قائم بالكيفية التالية :

من كل ركن من أركان المستطيل نقطع مربعا طول ضلعه يساوي x ثم نرفع الجوانب بالطي كما هو موضح في الرسم.

حدد قيمة x ليكون حجم العلبة

أكبر ما يمكن



مع تمنيات الاستاذ : جواليل أحمد - بالتوفيق و النجاح

التصحيح المفصل للاختبار الثلاثي الأول في

مادة الرياضيات

التمرين الأول (5 نقاط) :

ليكن $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ كثير حدود حيث

(1) حساب $P(3)$ بالتعويض نجد $P(3) = 3^3 - 4(3^2) + 3 + 6 = 27 - 36 + 9 = 0$ و منه 3 جذر

لـ $P(x)$

(2) تحليل $P(x)$ الى جداء عوامل من الدرجة الأولى بطريقة هونر نشكل الجدول التالي

	1	- 4	1	6
3	0	3	-3	- 6
	1	- 1	-2	0

و منه نجد

$$P(x) = (x-3)(x^2 - x - 2) \quad \text{و} \quad (x^2 - x - 2) = (x+1)(x-2) \quad \text{و منه}$$

$$P(x) = (x-3)(x+1)(x-2)$$

(3) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية R المعادلة ذات المجهول x التالية $P(x) = 0$ يكافئ

$$(x-3)(x+1)(x-2) = 0 \quad \text{يكافئ} \quad (x-3)=0 \quad \text{أو} \quad (x+1)=0 \quad \text{أو} \quad (x-2)=0 \quad \text{أي أن} \quad x=3$$

$$\text{أو} \quad x=-1 \quad \text{أو} \quad x=2 \quad \text{و منه مجموعة الحلول} \quad S = \{-1; 2; 3\}$$

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
إشارة $(x-3)$	$\underline{\underline{-}}$	$\underline{\underline{0}}$	-	$\underline{\underline{0}}$	$\underline{\underline{+}}$
إشارة $(x+1)(x-2)$	$\underline{\underline{+}}$	$\underline{\underline{0}}$	-	$\underline{\underline{+}}$	$\underline{\underline{+}}$
إشارة $P(x)$	-	$\underline{\underline{0}}$	$\underline{\underline{+}}$	$\underline{\underline{0}}$	$\underline{\underline{+}}$

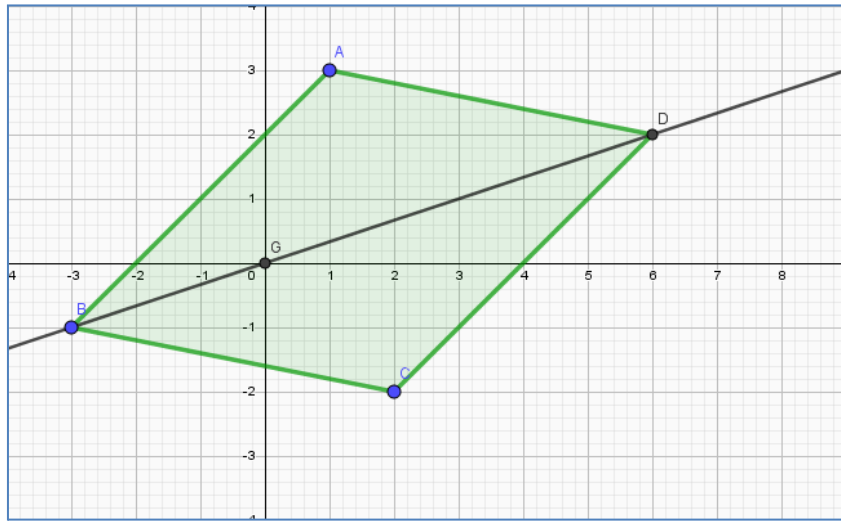
(4) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية R المتراجحة ذات المجهول x التالية $P(x) \geq 0$

ندرس إشارة $P(x)$

من الجدول نستنتج حلول المتراجحة هي $S' = [-1; 2] \cap [3; +\infty[$

بما أن $\left(\frac{2018}{1439}\right) = 1.4$ أي أن $1 \leq \left(\frac{2018}{1439}\right) \leq 2$ فإن $P\left(\frac{2018}{1439}\right) \geq 0$

أي أن العدد $P\left(\frac{2018}{1439}\right)$ عدد موجب



التمرين الثاني (6 نقاط) :

(1) تعليم النقط A و B و C

(2) تعيين احداثيات النقطتان

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \text{ أي أن}$$

$$\begin{cases} x_G = \frac{1 - 3 + 2}{3} \\ y_G = \frac{3 - 1 - 2}{3} \end{cases} \text{ إذن } \begin{cases} x_G = 0 \\ y_G = 0 \end{cases} \text{ و منه } G(0; 0)$$

لدينا $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$ يعني أن D مرجح الجملة $\{(C; 1), (B; -1), (A; 1)\}$ و منه

$$\begin{cases} x_D = \frac{x_A - x_B + x_C}{1 - 1 + 1} \\ y_D = \frac{y_A - y_B + y_C}{1 - 1 + 1} \end{cases} \text{ أي أن } \begin{cases} x_D = 1 + 3 + 2 \\ y_D = 3 + 1 - 2 \end{cases} \text{ إذن } \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 2 \end{cases} \text{ و منه } D(6; 2)$$

(3) تبين أن الرباعي متوازي أضلاع $ABCD$

لدينا $\overrightarrow{AB}(-4;-4)$ و $\overrightarrow{DC}(-4;-4)$ أي $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فالرباعي $ABCD$ متوازي

اضلاع

(4) تبين أن النقط B و G و D في إستقامة : لتكن H منتصف القطعة المستقيمة $[AC]$

لدينا G مركز ثقل المثلث ABC أي G مرجح الجملة $\{(B;1), (H;2)\}$ حيث و

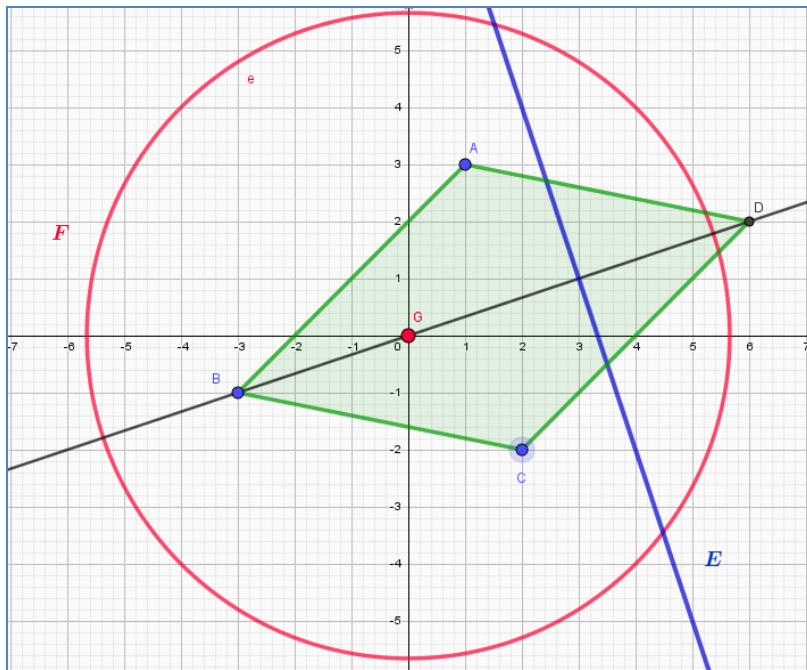
منه G تنتمي الى المستقيم (BH)(1)

$\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ يعني ان D مرجح الجملة $\{(B;-1), (H;2)\}$ و منه D

تنتمي الى المستقيم (BH)(2)

من (1) و (2) نستنتج أن B و G و D في استقامة .

(5) لتكن E مجموعة النقط M من المستوي حيث



تعني أن $3MG = 3MD$ و منه $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$

$MG = MD$ و منه E هي محور القطعة المستقيمة $[GH]$

إنشاء المجموعة E في الشكل المقابل

(6) لتكن F مجموعة النقط M من المستوي حيث

$$\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = 3 \| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \| \quad \text{يعني ان} \quad 3MG = 3 \| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} \| \quad \text{أي ان}$$

$3MG = 3BA$ و منه $MG = BA$ أي ان F هي دائرة نصف قطرها $[BA]$ و مركزها G

انشاء المجموعة F في الشكل المقابل

التمرين الثالث (5 نقاط) :

الجزء الاول :

تعيين العددين a, b علماً أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1; -3)$ مماساً معامل

توجيهه يساوي -1 . لدينا

$$\bullet \quad f(1) = -3 \quad \text{يعني ان} \quad \frac{-1+a+b}{2} = -3 \quad \text{أي ان} \quad (1) \quad a+b = -5 \dots\dots\dots$$

$$\bullet \quad \text{و} \quad f'(1) = -1 \quad \text{و لدينا} \quad f'(x) = \frac{(-2x+a)(x^2+1) - 2x(-x^2+ax+b)}{(x^2+1)^2} \quad \text{و منه}$$

$$\text{بالتعويض نجد} \quad f'(x) = \frac{-ax^2 + (-2-2b)x + a}{(x^2+1)^2} \quad \text{و منه} \quad \frac{-a + (-2-2b) + a}{4} = -1$$

$$-2-2b = -4 \quad \text{أي ان} \quad b = 1 \quad \text{بالتعويض في (1) نجد أن} \quad a = -6$$

الجزء الثاني :

$$(1) \text{ دراسة اتجاه تغير الدالة } f : \text{ مما سبق لدينا} \quad f'(x) = \frac{-ax^2 + (-2-2b)x + a}{(x^2+1)^2}$$

$$\text{بالتعويض نجد} \quad f'(x) = \frac{6x^2 - 4x - 6}{(x^2+1)^2} \quad \text{اشارتها من اشارة البسط} \quad 6x^2 - 4x - 6 \quad \text{نحسب}$$

$$\begin{cases} x' = \frac{4+4\sqrt{10}}{12} = \frac{1+\sqrt{10}}{3} \\ x'' = \frac{4-4\sqrt{10}}{12} = \frac{1-\sqrt{10}}{3} \end{cases} \text{ والمميز } \Delta = 160 \text{ ومنه لـ } 6x^2 - 4x - 6 \text{ جذرين هما}$$

$$\text{منه } f' \text{ موجبة على المجالين } \left[\frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right[\text{ و }]-\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3}] \text{ و } f' \text{ سالبة على}$$

$$\text{المجال } \left[\frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right]$$

$$\text{و منه } f \text{ متزايدة على هذين المجالين } \left[\frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right[\text{ و }]-\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3}]$$

$$\text{و } f \text{ متناقصة على هذا المجال } \left[\frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right]$$

(2) تعين حصر للدالة f على المجال $[0;1]$ الدالة f متناقصة تماما على هذا المجال و

$$\text{منه } -3 \leq f(x) \leq 1 \text{ أي ان } f(1) \leq f(x) \leq f(0)$$

$$(3) \text{ تعين القيم الحدية المحلية للدالة } f \text{ هي } f\left(\frac{1-\sqrt{10}}{3}\right) = 3.16 \text{ قيمة حدية محلية كبرى}$$

$$\text{و } f\left(\frac{1+\sqrt{10}}{3}\right) = -3.16 \text{ قيمة حدية محلية صغرى .}$$

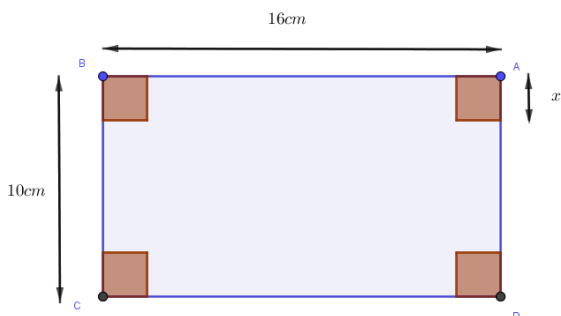
(4) كتابة معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي $y = f'(0)x + f(0)$

$$\text{بما ان } f'(0) = 6, f(0) = 1 \text{ فإن } y = 6x + 1$$

التمرين الرابع (4 نقاط)

بعد عملية الطي و القص نحصل على علبة ارتفاعها هو

x عرضها هو $10 - 2x$ و طولها هو $16 - 2x$ إذن بما انها



أطوال يعني ان x ينتمي للمجال $[0; 5]$ و حجم العلبة هو $v(x) = x(10 - 2x)(16 - 2x)$

أي ان $v(x) = x(160 - 52x + 4x^2)$ و منه $v(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$

ندرس تغيرات الدالة v على المجال $[0; 5]$

$$v'(x) = 12x^2 - 104x + 160$$

نحسب المميز $\Delta = 3136$ لـ $v'(x)$ جذرين هما

$$\begin{cases} x' = \frac{104 + 56}{24} = \frac{160}{24} = \frac{20}{3} \\ x'' = \frac{104 - 56}{24} = 2 \end{cases}$$

الاول

x	0	2	5
$v'(x)$		0	
$v(x)$	0	144	0

$\frac{20}{3}$ خارج مجموعة التعريف و الثاني 2 داخلها مقبول

و منه الدالة v متزايدة على المجال $[0; 2]$ و متناقصة على المجال $[2; 5]$ أي ان

$v(2) = 144 \text{ cm}^3$ قيمة حدية كبرى القيمة المطلوبة هي $x = 2$