

PHIẾU SỐ 10

Thứ ngày

ĐIỂM SỐ

Họ tên:

Nhận xét:

(Ước mơ chỉ thành hiện thực khi bạn nỗ lực hành động,

Hãy hành động vì ước mơ của bạn !)

=====^^=====

BÀI 10. DÃY SỐ

I. KHÁI NIỆM

1. Dãy số hữu hạn



• Mỗi hàm số $u: \{1; 2; 3; \dots; m\} \rightarrow \mathbb{R}$ ($m \in \mathbb{N}^*$) được gọi là một dãy số hữu hạn.

Do mỗi số nguyên dương k ($1 \leq k \leq m$) tương ứng với đúng một số u_k nên ta có thể viết dãy số đó dưới dạng khai triển: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$.

• Số u_1 gọi là số hạng đầu, số u_m gọi là số hạng cuối của dãy số đó.

Câu 1: Cho hàm số $u(n) = 3n$. Xác định trên tập $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ là một dãy số hữu hạn

- Tìm số hạng đầu tiên
- Tìm số hạng cuối
- Viết dãy số trên dưới dạng khai triển

2. Dãy số vô hạn.



• Mỗi hàm số $u: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$ được gọi là một dãy số vô hạn.

Do mỗi số nguyên dương n tương ứng với đúng một số u_n nên ta có thể viết dãy số đó dưới dạng khai triển: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$

• Dãy số đó còn được viết tắt là (u_n) .

• Số u_1 gọi là số hạng thứ nhất (hay số hạng đầu), số u_2 gọi là số hạng thứ hai, ..., số u_n gọi là số hạng thứ n và là số hạng tổng quát của dãy số đó.



Thầy Soạn Đống Đa : ĐT/Zalo: 0984.001.065

Chuyên dạy và luyện thi toán từ lớp 6 đến lớp 12

Đ/c: Tầng 4 số nhà 5A ngách 53 ngõ 252 Tây Sơn, Đống Đa, HN

Câu 2: Cho dãy (u_n) là dãy số tự nhiên chẵn viết theo thứ tự tăng dần và $u_1 = 2$
a) Viết 5 số hạng đầu tiên của dãy

b) Dự đoán số hạng tổng quát và viết dạng khai triển của dãy (u_n) .

Câu 3: Cho dãy (u_n) với $u_n = n^2$

a) Viết 5 số hạng đầu tiên của dãy

b) Viết dạng khai triển của dãy (u_n)

II. CÁCH CHO MỘT DÃY SỐ

Ta có thể cho dãy số bằng một trong các cách sau:.



- Liệt kê các số hạng của dãy số đó (với những dãy số hữu hạn và có ít số hạng).
- Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số đó.
- Cho công thức của số hạng tổng quát của dãy số đó.
- Cho bằng phương pháp truy hồi.

Câu 4: Hãy nêu cách xác định mỗi dãy số sau

a) Dãy số: 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15

b) Cho dãy (u_n) được xác định bởi: với mỗi số tự nhiên $n \geq 1$, u_n là chữ số thứ n sau dấu phẩy của phần thập phân của số $\sqrt{2}$

c) Cho dãy (u_n) với $u_n = 2n + 3$

d) Cho dãy (u_n) được xác định bởi: $u_1 = 1$ và $u_n = 3u_{n-1}$ với mọi $n \geq 2$.

Câu 5: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{n}{n+1}$

a) Viết 5 số hạng đầu tiên của dãy

b) Tìm các số hạng u_{10} , u_{50} ; u_{999}

c) Viết dãy số trên dưới dạng khai triển.

III. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM.



- Dãy số (u_n) được gọi là *dãy số tăng* nếu $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là *dãy số giảm* nếu $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.



Chuyên dạy và luyện thi toán từ lớp 6 đến lớp 12

Đ/c: Tầng 4 số nhà 5A ngách 53 ngõ 252 Tây Sơn, Đống Đa, HN

Câu 6: Cho dãy (u_n) với $u_n = 2n + 1$. Chứng minh rằng dãy (u_n) là một dãy tăng.

Câu 7: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n}$. Chứng minh rằng dãy (u_n) là một dãy giảm.

Câu 8: Cho dãy (u_n) với $u_n = (-1)^n$. Chứng minh rằng dãy (u_n) là một dãy không tăng cũng không giảm.

IV. Dãy số bị chặn.



- Dãy số (u_n) được gọi là *bị chặn trên* nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \leq M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là *bị chặn dưới* nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \geq m$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là *bị chặn* nếu nó vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới; tức là tồn tại các số m và M sao cho $m \leq u_n \leq M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 9: Chứng minh rằng dãy (u_n) với $u_n = \frac{2n+3}{n+1}$ là dãy bị chặn.

Câu 10: Chứng minh rằng dãy (u_n) với $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ là dãy bị chặn

BÀI TẬP VỀ NHÀ

TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

- A. $u_5 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{17}{12}$. C. $u_5 = \frac{7}{4}$. D. $u_5 = \frac{71}{39}$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .

- A. $u_3 = \frac{8}{3}$. B. $u_3 = 2$. C. $u_3 = -2$. D. $u_3 = -\frac{8}{3}$.

Câu 3: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.



Thầy Soạn Đồng Đa : ĐT/Zalo: 0984.001.065

Chuyên dạy và luyện thi toán từ lớp 6 đến lớp 12

Đ/c: Tầng 4 số nhà 5A ngách 53 ngõ 252 Tây Sơn, Đồng Đa, HN

A. $u_4 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{1}{16}$. C. $u_5 = \frac{1}{32}$. D. $u_3 = \frac{1}{8}$.

Câu 4: Cho dãy số viết dưới dạng khai triển là $1, 4, 9, 16, 25, \dots$ Trong các công thức sau, công thức nào là công thức tổng quát của dãy số trên.

A. $u_n = 3n - 2$. B. $u_n = n + 3$.
C. $u_n = n^2$. D. $u_n = 2n^2 - 1$.

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$.Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. B. $u_n = \frac{n}{n+1}$.
C. $u_n = \frac{n-1}{n}$. D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Câu 6: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$.Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n = \frac{1}{3} \frac{1}{3^{n+1}}$. B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$.
C. $u_n = \frac{1}{3^n}$. D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?
A. 6. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 8: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:
A. $3^n + 1$. B. $3^n + 3$. C. $3^n \cdot 3$. D. $3(n+1)$

Câu 9: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng. B. Dãy số giảm.
C. Dãy số không tăng, không giảm. D. Cả A, B, C đều sai.



Câu 10: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng. B. Dãy số giảm.
C. Dãy số không tăng, không giảm. D. Cả A, B, C đều đúng

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 11: Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
A. Bốn số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là $-1; 2; 5; 8;$	X	
B. Số hạng thứ năm của dãy là 13		X
C. Công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 2n - 3$		X
D. 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.	X	

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có: $u_1 = -1; u_2 = u_1 + 3 = 2; u_3 = u_2 + 3 = 5; u_4 = u_3 + 3 = 8;$

b) $u_5 = u_4 + 3 = 11$

$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = u_1 + 3 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots\dots\dots \\ u_n = u_{n-1} + 3 \end{cases}$$

b) Từ giả thiết, ta có:

Cộng theo vế toàn bộ các đẳng thức trên và triệt tiêu các số hạng giống nhau ở hai vế, ta có:

$$u_n = -1 + 3(n-1) = 3n - 4.$$

Vậy công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 3n - 4$.

$$\text{Xét } 101 = 3n - 4 \Rightarrow n = 35.$$

Vậy 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.



Thầy Soạn Đổng Đa : ĐT/Zalo: 0984.001.065
Chuyên dạy và luyện thi toán từ lớp 6 đến lớp 12
Đ/c: Tầng 4 số nhà 5A ngách 53 ngõ 252 Tây Sơn, Đống Đa, HN

Câu 12: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau :

Mệnh đề	Đúng	Sai
A. $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$	X	
B. Dãy số (u_n) là dãy số tăng	X	
C. $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$		X
D. Dãy số đã cho bị chặn trên		X

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Với mọi số nguyên dương n , ta có:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= n+1 + \frac{1}{n+1} - \left(n + \frac{1}{n} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{(n+1)n} = \frac{(n+1)n-1}{(n+1)n} > 0 \text{ (vì } (n+1)n > 1, \forall n \geq 1). \end{aligned}$$

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vì vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $n, \frac{1}{n}$, ta được:

$$n + \frac{1}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{1}{n}} = 2 \text{ hay } u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vì vậy dãy số đã cho bị chặn dưới.

Câu 13: Bà Hoa gửi vào một ngân hàng số tiền 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng. Số tiền (triệu đồng) của bà Hoa sau n tháng

được tính theo công thức $T_n = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^n$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau :

Mệnh đề	Đúng	Sai
A. Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là khoảng 200,83 (triệu đồng)	X	



Thầy Soạn Đổng Đa : ĐT/Zalo: 0984.001.065
Chuyên dạy và luyện thi toán từ lớp 6 đến lớp 12
Đ/c: Tầng 4 số nhà 5A ngách 53 ngõ 252 Tây Sơn, Đống Đa, HN

B. Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 201,67 (triệu đồng);	X	
C. Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 211,99 (triệu đồng).	X	
D. Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 215,65 (triệu đồng).		X

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là: $T_1 = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^1 \approx 200,83$ (triệu đồng)

Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là: $T_2 = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^2 \approx 201,67$ (triệu đồng);

Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là: $T_{14} = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^{14} \approx 211,99$ (triệu đồng).

Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là: $T_{17} = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^{17} \approx 214,65$ (triệu đồng).

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n^2}$. Biết số hạng thứ 6 của dãy số bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Tính $a+b$.

Trả lời: .

Lời giải

$$u_6 = \frac{2 \cdot 6 + 1}{6^2} = \frac{13}{36}.$$

Vậy $a+b = 13+36 = 49$.



Thầy Soạn Đồng Đa : ĐT/Zalo: 0984.001.065
Chuyên dạy và luyện thi toán từ lớp 6 đến lớp 12
Đ/c: Tầng 4 số nhà 5A ngách 53 ngõ 252 Tây Sơn, Đồng Đa, HN

Câu 15: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+1}{n^2+1}$. Khi đó $\frac{39}{362}$ là số hạng thứ mấy của dãy số (u_n) ?

Trả lời: .

Lời giải

Trả lời : 19

Ta có $\frac{2n+1}{n^2+1} = \frac{39}{362} \Leftrightarrow 39n^2 - 724n - 323 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 \\ n = -\frac{17}{39} \end{cases}$, do $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 19$.

Câu 16: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Biết số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số có dạng $u_n = an + b$. Tính $a + b$.

Trả lời: .

Lời giải

Từ công thức $u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1$ suy ra $u_{n+1} - u_n = 2, \forall n \geq 1$. Khi đó ta có:

$$u_2 - u_1 = 2$$

$$u_3 - u_2 = 2$$

$$u_4 - u_3 = 2$$

$$\vdots$$

$$u_n - u_{n-1} = 2$$

Cộng theo vế các đẳng thức trên ta được:

$$u_n - u_1 = (n-1) \cdot 2 \Leftrightarrow u_n = u_1 + 2n - 2 \Leftrightarrow u_n = 2n - 1$$

Vậy $a + b = 1$.

Câu 17: Vào đầu mỗi tháng, ông An đều gửi vào ngân hàng số tiền cố định 30 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,6\%$ /tháng. Tính số tiền ông An có được sau tháng sau tháng thứ hai (đơn vị: triệu đồng và làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: .



Thầy Soạn Đổng Đa : ĐT/Zalo: 0984.001.065

Chuyên dạy và luyện thi toán từ lớp 6 đến lớp 12

Đ/c: Tầng 4 số nhà 5A ngách 53 ngõ 252 Tây Sơn, Đống Đa, HN

Lời giải

Trả lời: $\approx 60,54$ (triệu đồng)

Số tiền ông An có được:

$$T_1 = 30 + 30 \cdot \frac{0,6}{100} = 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) = 30,18$$

Sau tháng thứ nhất là: (triệu đồng).

$$T_2 = 30 + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) + \left[30 + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) \right] \frac{0,6}{100}$$

Sau tháng thứ hai:

$$= \left[30 + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) \right] \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) = 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^2$$

$\approx 60,54$ (triệu đồng)



Thầy Soạn Đồng Đa : ĐT/Zalo: 0984.001.065

Chuyên dạy và luyện thi toán từ lớp 6 đến lớp 12

Đ/c: Tầng 4 số nhà 5A ngách 53 ngõ 252 Tây Sơn, Đống Đa, HN