الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مـــديرية التربية بولاية تلمسان ثانوية الاخوة بن عطوش

الشعبـــــة : الثالثة علوم التجريبية المـوسم الدراسي : 2018/2019

اختبار في مادة الرياضيات المـــــــــــدة : 3 سا

الموضوع

التمرين الأول (4 نقاط) :

لتكن (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$.

1) عين العددين الحقيقيين a ، b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$.ثم برهن بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < 1$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؛ ثم استنتج أن (u_n) متقاربة

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4) ثم أحسب المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + ... + \frac{5^n}{v_n}$.

التمرين الثاني (4.5 نقاط) :

نعتبر كثير الحدود $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$ حيث z متغير مركب .

1. حدد العددين الحقيقيين α و β بحيث لكل z من $\mathbb{C}$ يكون : $P(z) = (z+1)(z^2 + \alpha z + \beta)$.
2. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$.
3. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط A ، B ، C و G حيث $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 2 - i\sqrt{3}$ و $z_G = 3$

-1 عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا.

-2 احسب الاطوال AB ، AC و BC . استنتج طبيعة المثلث ABC

4. أ-اكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ على الشكل الاسي ،

بـ-اوجد مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACG

5. أ- بين ان النقطة G مرجح الجملة $\{(A,-1),(B,2),(C,2)\}$

بـ-عين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق : $\left(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{CG}=-4$

التمرين الثالث (4.5نقاط)

مركز أبحاث يراد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء مختارين من بين 6 باحثين و 4 باحثات

1. ماهو عدد اللجان الممكن تشكيلها
2. ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في الحالات التالية :
   1. الأعضاء الأربعة المختارين باحثات .
   2. من بين الاعضاء المختارين توجد باحثة واحدة فقط
   3. من بين الاعضاء المختارين توجد على الأقل باحثة
   4. من بين الاعضاء المختارين يوجد على الاكثر باحثان ؟

3 ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا كانت هذه اللجنة تضم رئيسا و كاتبا له و نائبين ؟

- ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الباحثات المتواجد باللجنة
  1. حدد قانون احتمال X
  2. احسب الامل الرياضي $E(X)$

التمرين الرابع (7 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x)=4xe^{2x}+1$

و جدول تغيراتها المقابل .

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	↘	$(-2/e)+1$	↗	$+\infty$

ـــ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)>0$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+(2x-1)e^{2x}$

ليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس. (وحدة الطول 2cm)

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحني (C_f) .

2) أ ـــ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب ـــ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

ج ـــ بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $0,40 < \alpha < 0,41$.

د ـــ اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

3) انشئ المستقيم (d) والمماس (T) والمنحنى (C_f) .

4) m وسيط حقيقي و h_m الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h_m(x) = (x-1)e^{2x} - mx$

أ ـــ برهن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $h'_m(x) = f(x) - (x+m)$.

ب ـــ ناقش، بيانيا حسب قيم الوسيط m ، عدد القيم الحديّة للدالة h_m .

5)نعرف الدالة $k(x) = f(x+1)+1$ على $\mathbb{R}$ ، اشرح كيف يمكن رسم (C_k) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أ- أحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

ب- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج- استنتج اتجاه تغير f الدالة ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

4. بيّن انّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1,8<\alpha<1,9$.

5. أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) لمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

6. أ- بيّن انّه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$

ب- استنتج انّ (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينها .

7. أحسب $f(0)$ ، $f(3)$ ثم أرسم (Δ) ، (T) و (C_f)

8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

انتهى الموضوع

موفقون في شهادة البكالوريا ان شاء الله

التصحيح المفصل للاختبار التجريبي للشعبة العلوم التجريبية ماي 2017

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط) :

لتكن (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0=\frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+4}$.

1) تعيين العددين الحقيقيين a ، b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=a+\dfrac{b}{u_n+4}$ بالقسمة الاقليدية نجد

$$u_{n+1}=\frac{3u_n+12-10}{u_n+4}=3-\frac{10}{u_n+4}$$ و منه $a=3$ ، $b=-10$

البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2<u_n<1$

لدينا $u_0=\dfrac{1}{4}$ و منه $-2<u_0<1$ محققة

نفرض أن $-2<u_n<1$ و لنبرهن أن $-2<u_{n+1}<1$

الطريقة الأولى :

نبرهن أن $-2<u_{n+1}$ أي $2+u_{n+1}>0$

$$2+u_{n+1}=2+3-\frac{10}{u_n+4}=\frac{5u_n+12-10}{u_n+4}=\frac{5u_n+2}{u_n+4}$$ موجبة لان $2+u_n>0$ و منه $2+u_{n+1}>0$.

نبرهن أن $u_{n+1}<1$ أي $u_{n+1}-1<0$

$$u_{n+1}-1=3-\frac{10}{u_n+4}-1=\frac{2u_n+8-10}{u_n+4}=\frac{2u_n-2}{u_n+4}=2\left(\frac{u_n-1}{u_n+4}\right)$$ عدد سالب لان لان $-2<u_n<1$ و منه $u_{n+1}<1$

و منه $-2<u_{n+1}<1$ إذن من أجل عدد طبيعي n فإن $-2<u_n<1$

الطريقة الثانية :

لدينا الدالة المرفقة هي f حيث $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+4}$ و دالتها المشتقة هي $f'(x)=\dfrac{10}{(x+4)^2}$

و منه f متزايدة على المجال $[-2;1]$.

و منه نجد $f(-2)<f(u_n)<f(1)$ كون أن f متزايدة أي ان $-2<u_{n+1}<1$

و منه من أجل عدد طبيعي n فإن $-2<u_n<1$

1) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

$$u_{n+1}-u_n==\frac{3u_n+2}{u_n+4}-u_n=\frac{3u_n+2-u_n{}^2-4u_n}{u_n+4}=\frac{-u_n{}^2-u_n+2}{u_n+4}=-\frac{(u_n-1)(u_n+2)}{u_n+4}$$ الفرق موجب لأن

$-2<u_n<1$ و منه المتتالية متزايدة .

استنتاج أن (u_n) متقاربة : بما ان المتتالية متزايدة و محدودة من الاسفل فهي متقاربة .

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{u_n+2}{1-u_n}$.

تبيين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول لدينا

$$v_{n+1}=\frac{u_{n+1}+2}{1-u_{n+1}}=\frac{\frac{3u_n+2}{u_n+4}+2}{1-\frac{3u_n+2}{u_n+4}}=\frac{3u_n+2+2u_n+8}{u_n+4-3u_n-2}=\frac{5u_n+10}{-2u_n+2}=\frac{5}{2}\left(\frac{u_n+2}{1-u_n}\right)=\frac{5}{2}v_n$$

و منه

$$v_0=\frac{u_0+2}{1-u_0}=\frac{\frac{1}{4}+2}{1-\frac{1}{4}}=\frac{9}{3}=3$$

المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ و حدها الأول

كتابة v_n و u_n بدلالة n : $v_n=3\left(\frac{5}{2}\right)^n$

لدينا $v_n=\frac{u_n+2}{1-u_n}$ أي ان $v_n-u_nv_n=u_n+2$ و منه $u_n+u_nv_n=v_n-2$ أي ان $u_n(1+v_n)=v_n-2$ و

منه $u_n=\frac{v_n-2}{1+v_n}=\frac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n-2}{1+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}$.

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n-2}{1+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n}=1$

4) حساب المجموع : $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{5}{v_1}+\frac{5^2}{v_2}+.....+\frac{5^n}{v_n}$ بوضع $t_n=\frac{5^n}{v_n}=\frac{5^n}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n}=\frac{2^n}{3}$ و منه (t_n) متتالية

هندسية أساسها 2 و حدها الأول $t_0=\frac{1}{v_0}=\frac{1}{3}$ و منه $S_n=t_0+t_1+t_2+...t_n=t_0\left(\frac{2^{n+1}-1}{2-1}\right)=\frac{1}{3}\left(2^{n+1}-1\right)$

اختبار بكالوريا تجريبي شعبة الثالثة علوم تجريبية

الموضوع الأول

التمارين	عناصر الإجابة	التنقيط	
		مجزأة	كاملة
	.) تعيين العددين الحقيقيين a ، b : $a=3$ ، $b=-10$		04 ن
		0.25	

البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < 1$

0.75

لدينا $u_0 = \frac{1}{4}$ و منه $-2 < u_0 < 1$ محققة

نفرض أن $-2 < u_n < 1$ و لنبرهن أن $-2 < u_{n+1} < 1$

0.5

نبرهن أن $-2 < u_{n+1}$ أي $2 + u_{n+1} > 0$

0.5

$2 + u_{n+1} = 2 + 3 - \frac{10}{u_n + 4} = \frac{5u_n + 12 - 10}{u_n + 4} = \frac{5u_n + 2}{u_n + 4}$ موجبة لان $2 + u_n > 0$ و منه $2 + u_{n+1} > 0$.

نبرهن أن $u_{n+1} < 1$ أي $u_{n+1} - 1 < 0$

0.5

$u_{n+1} - 1 = 3 - \frac{10}{u_n + 4} - 1 = \frac{2u_n + 8 - 10}{u_n + 4} = \frac{2u_n - 2}{u_n + 4} = 2\left(\frac{u_n - 1}{u_n + 4}\right)$ عدد سالب لان لان $-2 < u_n < 1$ و منه $u_{n+1} < 1$

و منه $-2 < u_{n+1} < 1$ إذن من أجل عدد طبيعي n فإن $-2 < u_n < 1$

0.25

2) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n + 2)}{u_n + 4}$ الفرق موجب لأن

0.25

$-2 < u_n < 1$ و منه المتتالية متزايدة .

استنتاج أن (u_n) متقاربة : بما ان المتتالية متزايدة و محدودة من الاسفل فهي متقاربة .

0.25

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$.

تبيين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول لدينا $v_{n+1} = \frac{5}{2} v_n$ و منه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ و حدها الأول $v_0 = 3$

0.25

كتابة v_n و u_n بدلالة n : $v_n = 3\left(\frac{5}{2}\right)^n$

0.5

$$u_n = \frac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n - 2}{1+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}$$ و منه .

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

4) حساب المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + ... + \frac{5^n}{v_n}$. منه $S_n = \frac{1}{3}\left(2^{n+1} - 1\right)$

التمرين الثاني

5ن

1) حلول المعادلة $z = \sqrt{3}$ و نحسب المميز $\Delta = -1$ للمعادلة حلين هما $z' = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ و

1

$z'' = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

.

2) اثبات أن $z_A^{1962} + z_C^{2016} = 0$ نكتب العددان على الشكل الأسي $z_A = e^{-i\frac{\pi}{6}}$ و

$z_C = e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_A^{1962} = e^{-327\pi i} = -1$

0.5

و $z_C^{2016} = \left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{2016}$ و منه $z_C^{2016} = e^{336\pi i} = 1$ و منه $-1+1=0$

تعيين قيم العد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب 0.5

$n = 6k$ و k عدد طبيعي

3) كتابة العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي لدينا $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{-\frac{\pi}{3}i}$

المثلث ABC متقايس الأضلاع .

4) تعيين z_E لاحقة النقطة E : $z_E = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ 0.5

0.5

اثبات أن النقط A ؛ C و E في استقامية لدينا $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AC}$ و منه النقط

0.5 A ؛ C و E في استقامية.

5) تعين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-z_A}{z-z_C}$ تخيليا صرفا 0.5

($z\neq z_C$) يعني أن $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}+\pi k : k\in Z$ و هذا يعني أن

$\left(\overrightarrow{MC};\overrightarrow{MA}\right)=\frac{\pi}{2}+\pi k$ و منه $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}=0$ و منه مجموعة النقط M هي

الدائرة ذات القطر $[AC]$.

1

4 ن

<u>التمرين الثالث</u>

1) تعيين العددين الحقيقيين a ، b : $a=3$ ، $b=-10$ 0.25

البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2<u_n<1$ 0.25

لدينا $u_0=\frac{1}{4}$ و منه $-2<u_0<1$ محققة

نفرض أن $-2<u_n<1$ و لنبرهن أن $-2<u_{n+1}<1$

نبرهن أن $-2<u_{n+1}$ أي $2+u_{n+1}>0$

$2+u_{n+1}=2+3-\frac{10}{u_n+4}=\frac{5u_n+12-10}{u_n+4}=\frac{5u_n+2}{u_n+4}$ موجبة لان $2+u_n>0$ و منه 0.5

$2+u_{n+1}>0$.

نبرهن أن $u_{n+1}<1$ أي $u_{n+1}-1<0$

$u_{n+1}-1=3-\frac{10}{u_n+4}-1=\frac{2u_n+8-10}{u_n+4}=\frac{2u_n-2}{u_n+4}=2\left(\frac{u_n-1}{u_n+4}\right)$ عدد سالب لان لان

$-2<u_n<1$ و منه $u_{n+1}<1$

و منه $-2 < u_{n+1} < 1$ إذن من أجل عدد طبيعي n فإن $-2 < u_n < 1$

5) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n - 1)(u_n + 2)}{u_n + 4}$ الفرق موجب لأن $-2 < u_n < 1$ و منه المتتالية متزايدة . 0.25

استنتاج أن (u_n) متقاربة : بما ان المتتالية متزايدة و محدودة من الاسفل فهي متقاربة .

6) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \dfrac{u_n + 2}{1 - u_n}$. 0.25

تبيين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول لدينا $v_{n+1} = \dfrac{5}{2} v_n$ و منه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{5}{2}$ و حدها الأول $v_0 = 3$

كتابة v_n و u_n بدلالة n : $v_n = 3\left(\dfrac{5}{2}\right)^n$ 0.25

0.25

0.25 $u_n = \dfrac{3\left(\dfrac{5}{2}\right)^n - 2}{1 + 3\left(\dfrac{5}{2}\right)^n}$ و منه .

حساب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$ 0.25

7) حساب المجموع : $S_n = \dfrac{1}{v_0} + \dfrac{5}{v_1} + \dfrac{5^2}{v_2} + ... + \dfrac{5^n}{v_n}$. منه $S_n = \dfrac{1}{3}\left(2^{n+1} - 1\right)$

0.25

0.25

1

التمرين الرابع

7 ن

0.5

0.5

.

0.5

0.5

0.25

0.25

0.25

0.25

0.5

0.5
1
0.25

0.75

1

الموضوع الثاني

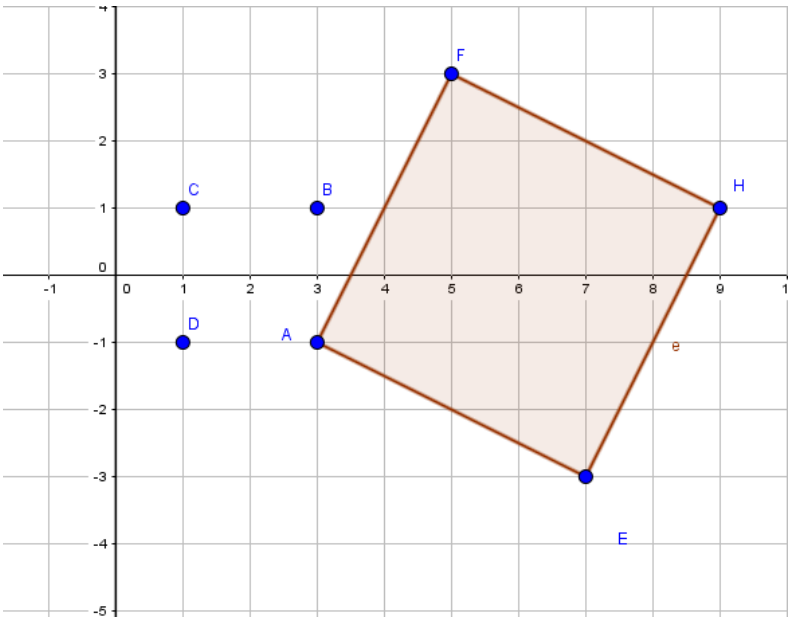
التمارين	عناصر الإجابة	التنقيط	
		مجزأة	كاملة
التمرين الأول	. التمرين الاول (5 نقاط) :		04 ن
	1) حلو المعادلةل في نحسب المميز $\Delta = -4$ للمعادلة حلين هما $z' = 3 - i$ و $z'' = 3 + i$	0.5	
	استنتاج حلول المعادلة $(\overline{z} + 2)^2 - 6(\overline{z} + 2) + 10 = 0$ مما سبق نجد أن منه		
	$z = 1 + i$ او $z = 1 - i$ هما حلى المعادلة الأخيرة	0.5	
	2) تعيين الكتابة المركبة للدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$: هي		
	$z' - z_A = i(z - z_A)$ أي $z' - 3 + i = i(z - 3 + i)$ و منه $z' = iz + 2 - 4i$		

1

3) التحقق أن لاحقة F هي $z_F = 5+3i$ لدينا $z_F = 5+3i$ محققة

0.5 تعيين لاحقة النقطة H صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$ أي $z_H = 9+i$.

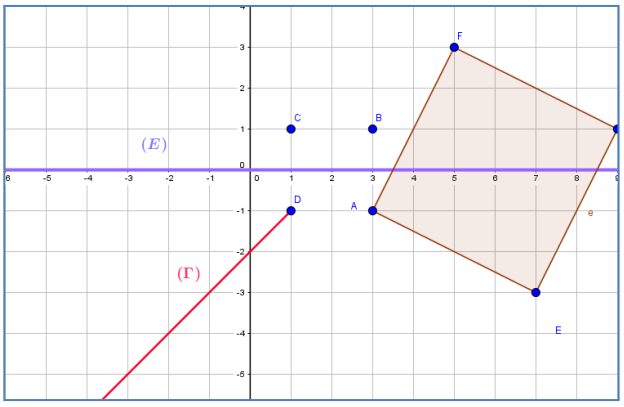
0.5 4)تمثيل النقاط A ، B ، E ، F و H



تعيين بدقة طبيعة الرباعي $AEHF$ متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة و فيه ضلعان متجاورتان متقايسان فهو مربع .

0.5 8) تعيين المجموعة (Γ) هي نصف مستقيم $[DM)$ و الذي معامل توجيهه -1 (أي موازي للمنصف الثاني ذي المعادلة $y=-x$)

تعيين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث :



0.5 $|z-1-i| = |z-1+i|$ تكافئ $CM = DM$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[CD]$.

0.5

0.5

4 التمرين الثاني:

0.5

0.25

0.25

0.25

0.25

0.5

0.5

0.5

0.5

0.5

4 0.25+ 0.25

التمرين الثالث

1) حساب : $u_1 = 5 - \frac{4}{2} = 3$ و $u_2 = 5 - \frac{4}{3} = \frac{11}{3}$

البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \le u_n \le 4$

لدينا $2 \le u_1 \le 4$ محققة

0.5

نفرض أن $2 \le u_n \le 4$ و لنبرهن أن $2 \le u_{n+1} \le 4$

$2 \le u_n \le 4$ بالقلب نجد $\frac{1}{2} \ge \frac{1}{u_n} \ge \frac{1}{4}$ بالضرب في -4 نجد

$-2 \le -\frac{4}{u_n} \le -1$ بإضافة 5 نجد $3 \le 5 - \frac{4}{u_n} \le 4$ أي ان $2 \le 3 \le u_{n+1} \le 4$ و

منه $2 \le u_{n+1} \le 4$ إذن من اجل كل عدد طبيعي n فإن $2 \le u_n \le 4$.

2) تبيين أن (u_n) متزايدة : نحسب الفرق $u_{n+1} - u_n = \frac{(4-u_n)(-1+u_n)}{u_n}$

الفرق موجب.

0.5

استنتاج أنها متقاربة : بما المتتالية متزايدة و محدود من الأعلى فهي متقاربة .

1- البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_{n+1} \le \frac{4-u_n}{2}$

لدينا $4-u_{n+1}=\frac{1}{u_n}(4-u_n)$ و بما ان $2\le u_n\le 4$ بالقلب نجد

$\frac{1}{4}\le\frac{1}{u_n}\le\frac{1}{2}$, و منه $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$. 0.5

2- استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le 4-u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ مما سبق نجد

أن $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$ و منه

أي $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)\le\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(4-u_{n-1})\right]$

$0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^2}(4-u_{n-1})$ و ها كذا 1

أي ان $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^2}(4-u_{n-1})\le\frac{1}{2^2}\left[\frac{1}{2}(4-u_{n-2})\right]$

$0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^3}(4-u_{n-2})$ .... إلى أن نصل إلى التعميم

$0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^{n+1}}(4-u_0)$ و منه $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^{n+1}}(4-u_0)$

اي ان $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^{n+1}}(2)$ اي ان $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^n}$ بتعويض نجد

$0\le 4-u_{n'}\le\frac{1}{2^{n'-1}}$ و هو المطلوب .

حساب $\lim_{n\to+\infty}u_n$ بما أن $n'=n+1$ و $0\le 4-u_n\le\frac{1}{2^{n-1}}$ 0.5

$\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{2^{n-1}}=0$ فحسب الحصر نجد $\lim_{n\to+\infty}u_n=0$

التمرين الرابع (7 نقاط) :

1- تعيين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c : $b=0$ و $a=1$ و $a=-3$ — 1

2- ..... $f(x)=(x^2-3)e^{-x}$

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ — 0.25+0.25

دراسة اتجاه تغير الدالة f : المشتقة : $f'(x)=(-x^2+2x+3)e^{-x}$ إشارتها من إشارة $(-x^2+2x+3)$ تنعدم عند العددين 3 و -1 و منه f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[3;+\infty[$ متزايدة على المجال $[-1;3]$ — 0.25

0.5

و شكل جدول تغيراتها :

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-2e$	↗	$\frac{6}{e^3}$	↘	0

0.25

3- كتابة معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$

معادلة المماس هي $y=3x-3$

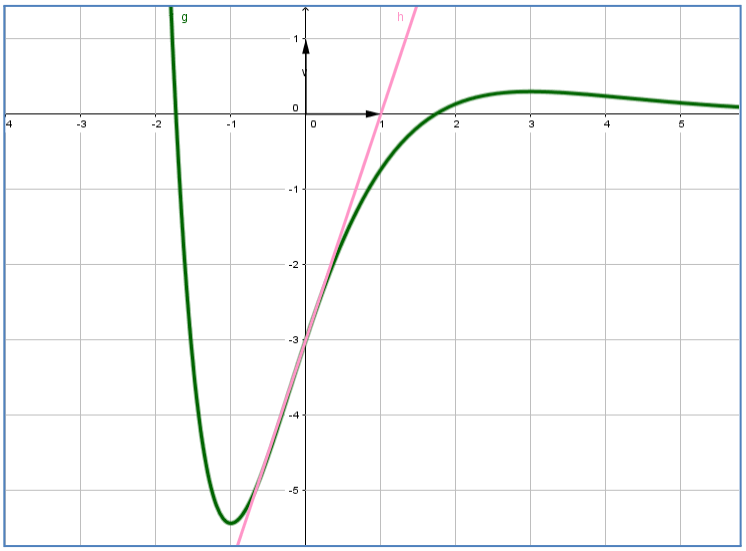
تعيين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

$f(x)=0$ يكافئ $x^2-3=0$ اي ان $x=\sqrt{3}$ او $x=-\sqrt{3}$ نقطتي التقاطع هما $B(\sqrt{3};0)$ و $C(-\sqrt{3};0)$

0.5

4- رسم (T) و (C_f)

5- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R فإن



0.5

$$f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$$

$f(x)=(x^2-3)e^{-x}$ و $f'(x)=(-x^2+2x+3)e^{-x}$

أي ان $f''(x)=(-2x+2)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}$

$$f''(x)=(x^2-4x-1)e^{-x}$$

و منه

1

$$f(x)+2f'(x)+f''(x)=(x^2-3-2x^2+4x+6+x^2-4x-1)e^{-x}=2e^{-x}$$

استنتاج دالة أصلية للدالة f على R

$f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$ يكافئ $f(x)=-2f'(x)-f''(x)+2e^{-x}$ و

منه الدالة الأصلية للدالة f هي الدالة F حيث $F(x)=-2f(x)-f'(x)-2e^{-x}$

أي $F(x)=-2(x^2-3)e^{-x}-(-x^2+2x+3)e^{-x}-2e^{-x}$ أي

و منه $F(x)=(-2x^2+6)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}-2e^{-x}$

$$F(x)=(-x^2-2x+1)e^{-x}$$

6- حساب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$ هي

0.5

$$A=\int_1^{\sqrt{3}}-f(x)dx+\int_{\sqrt{3}}^{3}f(x)dx=[-F(x)]_1^{\sqrt{3}}+[F(x)]_{\sqrt{3}}^{3}=(4+4\sqrt{3})e^{-\sqrt{3}}+2e^{-1}+(-14)e^{-3}$$

$$A=\left[(4+4\sqrt{3})e^{-\sqrt{3}}+2e^{-1}+(-14)e^{-3}\right]u.a$$

7- m وسيط حقيقي ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة

$$x^2-3+me^x=0$$

المعادلة تكافئ $me^x=-(x^2-3)$ أي ان $-m=(x^2-3)e^{-x}$ يكافئ

$$-m=f(x)$$

حلها هو إيجاد فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y=-m$

المناقشة

لما $-m<-2e$ أي ان $m>2e$ نلاحظ ان (Δ_m) و (C_f) لا يتقاطعان و منه ليس للمعادلة حلول .

0.5

لما $-m=-2e$ أي ان $m=2e$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب.

لما $-3>-m>-2e$ أي ان $3<m<2e$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما سالبان ومنه للمعادلة حلين سالبين

لما $-m=-3$ أي ان $m=3$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين إحداهما فاصلتها معدومة و الأخرى فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين إحداهما معدوم و الأخر سالب .

1

لما $-3<-m\leq 0$ أي ان $-3<m\leq 3$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة .

لما $0<-m<\frac{6}{e^3}$ أي ان $-\frac{6}{e^3}<m<0$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في ثلاثة نقاط نقطتان فاصلاتهما موجبتان و نقطة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين موجبان و حل سالب .

لما $-m=\frac{6}{e^3}$ أي أن $m=-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتان

0.25

فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة

لما $-m>\frac{6}{e^3}$ أي ان $m<-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطة فاصلتهما سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب .

0.75