

Jornada de Solución de Problemas #2

1.4

47 Sea $n(t)$ el número de personas que han escuchado el rumor en el tiempo t (semanas)

$$\frac{dn(t)}{dt} = K(100.000 - n) \quad ; \quad n(1) = 10000$$

$$\int \frac{dn}{100.000 - n} = \int K dt \rightarrow -\ln(100.000 - n) = Kt + C$$

$$\ln(100.000 - n) = -Kt + A$$

como $n(1) = 10000$ y si asumimos que $n(0) = 0$

→ podemos encontrar los valores de K y A

$$n(0) = 0 \rightarrow \ln(100.000 - 0) = -K(0) + A$$

$$\ln(100.000) = A$$

$$n(1) = 10.000 \rightarrow \ln(100.000 - 10.000) = -K(1) + A$$

$$\ln(90.000) = -K + \ln(100.000)$$

$$K = \ln(100.000) - \ln(90.000)$$

$$K = \ln\left(\frac{100.000}{90.000}\right)$$

$$K = \ln\left(\frac{10}{9}\right)$$

$$K \approx 0.1053$$

$$\rightarrow \ln(100.000 - n) = -0.1053t + \ln(100.000)$$

$$e^{\ln(100.000 - n)} = e^{-0.1053t + \ln(100.000)}$$

$$100.000 - n = e^{-0.1053t} e^{\ln(100.000)}$$

$$100.000 - n = 100.000 e^{-0.1053t}$$

$$-n = 100.000 e^{-0.1053t} - 100.000$$

$$n(t) = 100.000 (1 - e^{-0.1053t})$$

es el número de personas que han escuchado el rumor pasadas t semanas del origen del rumor hallamos T tal que $n(t) = 50000$

$$\rightarrow 100.000 (1 - e^{-0.1053T}) = 50.000$$

$$1 - e^{-0.1053T} = 0.5$$

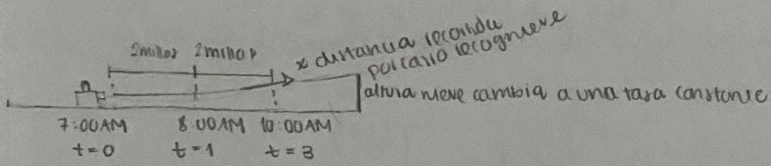
$$0.5 = e^{-0.1053T}$$

$$\ln(0.5) = -0.1053T$$

$$\frac{\ln(0.5)}{-0.1053} = T$$

$$T \approx 6.58 \text{ semanas}$$

$$T \approx 46 \text{ días} \quad (9)$$



el tiempo transcurrido entre que empezó a nevar y el momento donde el auto salió a recoger la nieve

$$T = a + t$$

$$\frac{dh}{dT} = K_1$$

$$\int dh = \int K_1 dT$$

$$h(T) = K_1 T + C$$

* T = tiempo desde que empezó a nevar

como $h(0) = 0$ se deduce que $0 = K_1(0) + C$
 $0 = C$

$\rightarrow \frac{dx}{dt} =$ (inversamente proporcional a la altura de la nieve)

$$\frac{dx}{dt} = \frac{K_2}{h}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{K_2}{K_1 T} = \frac{K_2}{K_1(a+t)}$$

$$\frac{K_1}{K_2} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{a+t}$$

$$K \frac{dx}{dt} = \frac{1}{a+t} \quad \text{donde } K = \frac{K_1}{K_2}$$

$$\int K dx = \int \frac{1}{a+t} dt$$

$$Kx = \ln(a+t) + C$$

pero a las 7:00 AM $x(0) = 0$

$$\rightarrow K(0) = \ln(a+0) + C$$

$$0 = \ln a + C$$

$$-\ln a = C$$

entonces tenemos que $Kx = \ln(a+t) - \ln a$
 $Kx = \ln\left(\frac{a+t}{a}\right)$

el objetivo es hallar a (que tanto tiempo han transcurrido entre la hora que empezó a nevar y la hora que salió el auto a recoger la nieve)

(8:00 AM) $x(1) = 2 \rightarrow K(2) = \ln\left(\frac{a+1}{a}\right)$

(10:00 AM) $x(3) = 4 \rightarrow K(4) = \ln\left(\frac{a+3}{a}\right)$

$$\rightarrow K = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{a+1}{a} \right) \rightarrow \ln \left(\frac{a+1}{a} \right)^{1/2} = \ln \left(\frac{a+3}{a} \right)^{1/4}$$

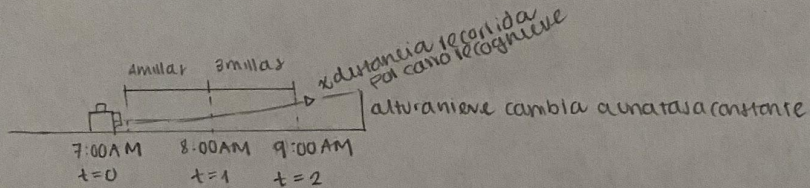
$$\rightarrow K = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{a+3}{a} \right)$$

entonces tenemos que:

$$\left(\frac{a+1}{a} \right)^{1/2} = \left(\frac{a+3}{a} \right)^{1/4}$$

hecho en
Wolfram alpha $\rightarrow a = 1 \text{ hora}$

entonces como $a = 1 \text{ hora}$ y el carro salió a las 7:00 AM entonces empezó a nevar 1 hora
antes, esto es, las 6:00 AM



a $\rightarrow$ el tiempo transcurrido entre que empezó a nevar y el momento desde que el carro salió a recoger la nieve

$$T = a + t$$

$$\frac{dh}{dt} = K_1$$

$$\int dh = \int K_1 dt$$

$$h(t) = K_1 T + e^{T_0}$$

como $h(0) = 0$ se condice que $0 = K_1(0) + c$
 $0 = c$

T = tiempo desde que empezó a nevar

$$\rightarrow \frac{dx}{dt} = (\text{inversamente proporcional a la altura de la nieve})$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{K_2}{h}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{K_2}{K_1 T} = \frac{K_2}{K_1(a+t)}$$

$$\frac{K_1}{K_2} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{a+t}$$

$$K \frac{dx}{dt} = \frac{1}{a+t} \quad \text{donde } K = \frac{K_1}{K_2}$$

$$\int K dx = \int \frac{1}{a+t} dt$$

$$Kx = \ln(a+t) + c$$

pero a las 7:00 AM $x(0) = 0$

$$\rightarrow K(0) = \ln(a+0) + C$$

$$0 = \ln a + C$$

$$-\ln a = C$$

entonces tenemos que $Kx = \ln(a+t) - \ln a$

$$Kx = \ln\left(\frac{a+t}{a}\right)$$

El objetivo es hallar a (que tanto tiempo ha transcurrido entre la hora que empezó a nevar y la hora que salió el carro a recoger la nieve)

(8:00 AM) $x(1) = 4 \rightarrow K(4) = \ln\left(\frac{a+1}{a}\right)$

(9:00 AM) $x(2) = 7 \rightarrow K(7) = \ln\left(\frac{a+2}{a}\right)$

$$\rightarrow K = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{a+1}{a}\right)$$

$$\rightarrow K = \frac{1}{7} \ln\left(\frac{a+2}{a}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{a+1}{a}\right)^{1/4} = \ln\left(\frac{a+2}{a}\right)^{1/7}$$

entonces tenemos que

$$\left(\frac{a+1}{a}\right)^{1/4} = \left(\frac{a+2}{a}\right)^{1/7}$$

hecho en $\rightarrow a = 2.54$ horas
WolframAlpha

entonces como $a = 2.54$ horas y el carro salió a las 7:00 AM entonces empezó a nevar 2.54 horas antes que equivalen a ≈ 152 minutos, empezó a nevar dos horas y 32 minutos antes de las 7:00 AM, o sea, alrededor de las 4:28 AM.

$$\text{e8 a) } \frac{\sin \alpha}{v} = K$$

$$\frac{\sin(\pi/2 - \beta)}{v} = K$$

$$\frac{\cos \beta}{v} = K$$

$$\frac{1}{v} \frac{1}{\sec \beta} = K$$

$$\frac{1}{\sqrt{2gy}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \beta}} = K$$

$$\frac{1}{\sqrt{2gy}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}} = K$$

$$\sqrt{2gy} \sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2} = \frac{1}{K}$$

$$2gy (1+(\frac{dy}{dx})^2) = \frac{1}{K^2}$$

$$y (1+(\frac{dy}{dx})^2) = \frac{1}{2gK^2}$$

$$y (1+(\frac{dy}{dx})^2) = 2a \text{ donde } 2a = \frac{1}{2gK^2} > 0$$

$$y + y (\frac{dy}{dx})^2 = 2a$$

$$y (\frac{dy}{dx})^2 = 2a - y$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{2a-y}{y}}$$

$$dy = \sqrt{\frac{2a-y}{y}} dx$$

$$\sqrt{\frac{y}{2a-y}} dy = dx$$

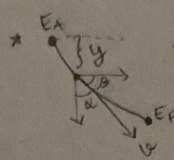
$$\text{es decir: } dx = \sqrt{\frac{y}{2a-y}} dy$$

$$\rightarrow \int dx = \int \sqrt{\frac{y}{2a-y}} dy \rightarrow \text{para poder resolver esta integral efectuamos el proceso explicito en el punto b.}$$

$$* \alpha + \beta = \pi/2$$

$$\alpha = \pi/2 - \beta$$

$$* \sin(\frac{\pi}{2} - \beta) = \sin \frac{\pi}{2} \cos \beta + \cos \frac{\pi}{2} \sin \beta = \cos \beta$$



$$E_A = E_P$$

$$\frac{1}{2} m (0)^2 + mg(0) = \frac{1}{2} m v^2 + m y (-y)$$

$$mgy = \frac{1}{2} m v^2$$

$$2gy = v^2$$

$$\sqrt{2gy} = v$$

$$* 1 + \tan^2 \beta = \sec^2 \beta$$

$$\sqrt{1 + \tan^2 \beta} = \sec \beta$$

$$b) \int \sqrt{\frac{y}{2a-y}} dy$$

$$\text{Sea } y = 2a \sin^2 t \\ dy = 4a \sin t \cos t dt$$

$$\int \sqrt{\frac{2a \sin^2 t}{2a - 2a \sin^2 t}} 4a \sin t \cos t dt$$

$$\int \sqrt{\frac{2a \sin^2 t}{2a (1 - \sin^2 t)}} 4a \sin t \cos t dt$$

$$\int \sqrt{\frac{\sin^2 t}{\cos^2 t}} 4a \sin t \cos t dt$$

$$\int \frac{\sin t}{\cos t} 4a \sin t \cos t dt$$

$$\begin{aligned} \int 4a \sin^2 t dt &= 4a \frac{1}{2} (t - \sin t \cos t) + C = 2a (t - \sin t \cos t) + C \\ &= a (2t - 2 \sin t \cos t) + C \\ &= a (2t - \sin 2t) + C \end{aligned}$$

$$\rightarrow \int dx = \int \sqrt{\frac{y}{2a-y}} dy$$

$$x = a (2t - \sin 2t) + C$$

$$\text{dado que si } t=0 ; x=0 \rightarrow 0 = a(0-0) + C \\ 0 = C$$

$$\text{entonces } x = a (2t - \sin 2t)$$

$$\text{y donde recordemos que } y = 2a \sin^2 t$$

$$y = 2a \cdot \frac{1}{2} (1 - \cos 2t)$$

$$y = a (1 - \cos 2t)$$

$\rightarrow$ las ecuaciones paramétricas que describen la función $y = y(x)$

$$\text{son: } x = a (\theta - \sin \theta)$$

$$y = a (1 - \cos \theta) \quad \text{donde } \theta = 2t$$

definen las ecuaciones paramétricas de la braquistoide

Jornada de Solución de Problemas #2 1.5

$$28 \quad (1+2xy) \frac{dy}{dx} = 1+y^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+2xy}$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1+2xy}{1+y^2}$$

$$(1+y^2) \frac{dx}{dy} = 1+2xy$$

$$(1+y^2) \frac{dx}{dy} - 2xy = 1$$

$$\frac{dx}{dy} - \frac{2y}{1+y^2} x = \frac{1}{1+y^2}$$

Es una e.d.o de primer orden lineal con factor integrante

$$\rho(y) = e^{\int p(y) dy} = e^{\int \frac{-2y}{1+y^2} dy} = e^{-\ln(1+y^2)} = e^{\ln(1+y^2)^{-1}} = \frac{1}{1+y^2}$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{1+y^2} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{2y}{1+y^2} x \right) = \frac{1}{1+y^2} \cdot \frac{1}{1+y^2}$$

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{1}{1+y^2} x \right) = \frac{1}{(1+y^2)^2}$$

$$\int d \left(\frac{1}{1+y^2} x \right) = \int \frac{1}{(1+y^2)^2} dy$$

$$\frac{1}{1+y^2} x = \frac{1}{2} \left(\frac{y}{y^2+1} + \tan^{-1} y \right) + C$$

$$x = \frac{1}{2} (y + (1+y^2) \tan^{-1} y) + C(1+y^2)$$

31 a) Si $y_c(x)$ es solución general de $\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0$

debemos comprobar que $\frac{dy_c}{dx} + P(x)y_c = 0$

$$y_c = c e^{-\int P(x) dx}$$

$$\rightarrow \frac{dy_c}{dx} = c e^{-\int P(x) dx} \cdot \frac{d}{dx} \left(-\int P(x) dx \right)$$

$$\frac{dy_c}{dx} = c e^{-\int P(x) dx} (-P(x))$$

$$\frac{dy_c}{dx} = y_c (-P(x)) = -P(x)y_c$$

$$\rightarrow \frac{dy_c}{dx} + P(x)y_c = 0$$

$$-P(x)y_c + P(x)y_c = 0$$

b) Demostremos que $y_p(x) = e^{-\int P(x) dx} \cdot \left[\int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx \right]$ es solución de la ecuación $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$

$\rightarrow$ debemos probar que y_p satisface la ecuación anterior, esto es:

$$\frac{dy_p}{dx} + P(x)y_p = Q(x)$$

$$\rightarrow \frac{dy_p}{dx} = e^{-\int P(x) dx} \frac{d}{dx} \left(-\int P(x) dx \right) \cdot \left[\int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx \right] + e^{-\int P(x) dx} \cdot \frac{d}{dx} \left[\int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx \right]$$

$$\frac{dy_p}{dx} = e^{-\int P(x) dx} (-P(x)) \cdot \int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx + e^{-\int P(x) dx} \cdot [Q(x) e^{\int P(x) dx}]$$

$$\frac{dy_p}{dx} = -P(x) e^{-\int P(x) dx} \cdot \int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx + Q(x) e^{-\int P(x) dx} \cdot e^{\int P(x) dx}$$

$$\frac{dy_p}{dx} = -P(x) y_p + Q(x) e^{-\int P(x) dx + \int P(x) dx}$$

$$\frac{dy_p}{dx} = -P(x) y_p + Q(x) e^{0}$$

$\rightarrow$ se debe verificar que $\frac{dy_p}{dx} + P(x)y_p = Q(x)$

$$-P(x)y_p + Q(x) + P(x)y_p =$$

$$Q(x) =$$

$\rightarrow$ y_p satisface la ecuación $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$

(c)

c) tenemos que $y_c(x)$ satisface la ecuación homogénea $\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0$, además tenemos que $y_p(x)$ satisface la ecuación no homogénea $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$

→ Se pide demostrar que $y(x) = y_c(x) + y_p(x)$ satisface la ecuación no homogénea

$$\rightarrow \frac{d}{dx} (y_c(x) + y_p(x)) + P(x)(y_c(x) + y_p(x)) = Q(x)$$

$$\frac{d}{dx} y_c + \frac{d}{dx} y_p + P(x)y_c + P(x)y_p =$$

$$\frac{dy_c}{dx} + P(x)y_c + \frac{dy_p}{dx} + P(x)y_p =$$

$$0 + Q(x) =$$

$$Q(x) =$$

$$3A \quad \frac{dx}{dt} = C_e r_e - C_s r_s$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{0.05}{100} (600) - \frac{x}{\sqrt{(0) + (10 - 15)t}^2} 500$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{4} - \frac{x}{8000} (500)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} x$$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{1}{16} x = \frac{1}{4}$$

Ecuación lineal con factor integrante

$$p(t) = e^{\int \frac{1}{16} dt} = e^{\frac{1}{16} t}$$

$$\rightarrow e^{\frac{1}{16} t} \left(\frac{dx}{dt} + \frac{1}{16} x \right) = \frac{1}{4} e^{\frac{1}{16} t}$$

$$\frac{d}{dt} (e^{\frac{1}{16} t} x) = \frac{1}{4} e^{\frac{1}{16} t}$$

$$\int d(e^{\frac{1}{16} t} x) = \int \frac{1}{4} e^{\frac{1}{16} t} dt$$

$$e^{\frac{1}{16} t} x = 4e^{\frac{1}{16} t} + C$$

* como $x(0) = 20$

$$e^{\frac{1}{16} (0)} (20) = 4e^{\frac{1}{16} (0)} + C$$

$$20 = 4 + C$$

$$16 = C$$

$$V(0) = 8000 \text{ (mft}^3\text{)}$$

$$x(0) = \frac{0.25}{100} (8000 \text{ mft}^3)$$

$$x(0) = 20 \text{ mft}^3$$

$$r_e = \frac{500 \text{ mft}^3}{\text{día}} = 15$$

$$\rightarrow e^{\frac{1}{10}t} x = 4e^{\frac{1}{10}t} + 16$$

$$x(t) = 4 + 16e^{-\frac{1}{10}t}$$

En que tiempo tenemos que $x(t) = \overset{\rightarrow 0.10\%}{\frac{0.1}{100}} (8000 \text{ mft}^3)$
 $= 8 \text{ mft}^3$

$$8 = 4 + 16e^{-\frac{1}{10}t_1}$$

$$4 = 16e^{-\frac{1}{10}t_1}$$

$$\frac{1}{4} = e^{-\frac{1}{10}t_1}$$

$$\ln\left(\frac{1}{4}\right) = \ln e^{-\frac{1}{10}t_1}$$

$$\ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{10}t_1$$

$$-10 \ln\left(\frac{1}{4}\right) \text{ días} = t_1$$

$$t_1 \approx 22.18 \text{ días}$$

Omada de Solución de Problemas #2 1.6

$$xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\sqrt{x^2(1+y^2/x^2)}}{x}$$

buscamos solución para $x > 0$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{x\sqrt{1+(y/x)^2}}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2}$$

* Usamos la sustitución

$$u = \frac{y}{x}$$

$$y = u \cdot x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} \cdot x + u \cdot 1$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} \cdot x + u = u + \sqrt{1+u^2}$$

$$x \frac{du}{dx} = \sqrt{1+u^2}$$

$$x du = \sqrt{1+u^2} dx$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln(\sqrt{u^2+1} + u) = \ln x + c$$

($x > 0$)

$$e^{\ln(\sqrt{u^2+1} + u)} = e^{\ln x + c}$$

$$= e^{\ln x} e^c$$

$$\sqrt{u^2+1} + u = Ax$$

* recordemos que $u = y/x$

$$\sqrt{\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1} + \frac{y}{x} = Ax$$

$$\sqrt{\frac{y^2}{x^2} + 1} + \frac{y}{x} = Ax$$

$$\sqrt{\frac{y^2 + x^2}{x^2}} + \frac{y}{x} = Ax$$

$$\frac{\sqrt{y^2 + x^2}}{x} + \frac{y}{x} = Ax$$

solución general implícita de la EDO $\rightarrow \sqrt{y^2 + x^2} + y = Ax^2$

$$10 \quad y' = \sqrt{x+y+1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{x+y+1}$$

• Usamos la sustitución

$$u = x+y+1$$

$$\frac{du}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx} + 0$$

$$\frac{du}{dx} - 1 = \frac{dy}{dx}$$

$$\rightarrow \frac{du}{dx} - 1 = \sqrt{u}$$

$$\frac{du}{dx} = \sqrt{u} + 1$$

$$du = (\sqrt{u} + 1) dx$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{u} + 1} = \int dx$$

$$2\sqrt{u} - 2\ln(\sqrt{u} + 1) = x + C$$

• recordamos que $u = x+y+1$

$$\sqrt{x+y+1} - \ln \sqrt{x+y+1} + 1 = \frac{1}{2} x + A$$

$$22 \quad x^3 y' + 2xy = 5y^4$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x} y = \frac{5}{x^2} y^4$$

Ecuación de Bernoulli $n=4$ hacemos la sustitución

$$u = y^{1-4}$$

$$u = y^{-3}$$

$$\frac{du}{dx} = -3y^{-4} \frac{dy}{dx}$$

$$-\frac{1}{3} y^4 \frac{du}{dx} = \frac{dy}{dx}$$

$$y \text{ como } u = y^{1-4}$$

$$u = y y^{-4}$$

$$y^4 u = y$$

$$-\frac{1}{3} y^4 \frac{du}{dx} + \frac{2}{x} y^4 u = \frac{5}{x^2} y^4$$

$$-\frac{1}{3} \frac{du}{dx} + \frac{2}{x} u = \frac{5}{x^2}$$

$$\frac{du}{dx} - \frac{6}{x} u = -\frac{15}{x^2}$$

Es E.D.O de primer orden con factor integrante

$$p(x) = e^{\int p(x) dx} = e^{\int -\frac{6}{x} dx} = e^{-6 \ln x} = e^{\ln x^{-6}} = x^{-6}$$

$$\rightarrow x^{-6} \left(\frac{du}{dx} - \frac{6}{x} u \right) = x^{-6} \left(-\frac{15}{x^2} \right)$$

$$\frac{d}{dx} (x^{-6} u) = -15 x^{-8}$$

$$\int d(x^{-6} u) = \int -15 x^{-8} dx$$

$$x^{-6} u = \frac{15}{7} x^{-7} + C$$

$$u = \frac{15}{7} x^{-1} + C x^6 = \frac{15}{7x} + C x^6$$

$$u = \frac{15 + 7C x^7}{7x}$$

* recordemos que $u = y^{-3}$

$$y^{-3} = \frac{15 + 7C x^7}{7x}$$

$$y^3 = \frac{7x}{15 + 7C x^7}$$

$$y(x) = \sqrt[3]{\frac{7x}{15 + 7C x^7}}$$

$$37 \quad (\cos x + \ln y) dx + \left(\frac{x}{y} + e^y \right) dy = 0$$

$$\rightarrow M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$$

$$\begin{array}{l|l} M(x, y) = \cos x + \ln y & N(x, y) = \frac{x}{y} + e^y \\ M_y = \frac{1}{y} & N_x = \frac{1}{y} \end{array}$$

Como $M_y = N_x$ la e.d.o es exacta

$\rightarrow$ existe una familia de curvas $F(x, y) = c$ que son la solución a la e.d.o, donde

$$\frac{\partial F}{\partial x} = M(x, y) \quad y \quad \frac{\partial F}{\partial y} = N(x, y)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \cos x + \ln y \quad \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{x}{y} + e^y$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \cos x + \ln y$$

Integro parcialmente respecto a x

$$F(x, y) = \int (\cos x + \ln y) dx$$

$$F(x, y) = \sin x + x \ln y + g(y)$$

derivo parcialmente respecto a y

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 0 + \frac{x}{y} + g'(y) = \frac{x}{y} + e^y$$

$$\rightarrow g'(y) = e^y$$

$$g(y) = e^y + A$$

$\rightarrow$ la solución a la e.d.o exacta es la familia de curvas $F(x, y) = c$

$$\sin x + x \ln y + e^y + A = C$$

$$\sin x + x \ln y + e^y = B$$