Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea

USaP	PAU
2024/25	2024/25
AZTERKETA EREDUA	MODELO DE EXAMEN
GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II	*MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SOCIALES II*

EUSKO JAURLARITZA / GOBIERNO VASCO
HEZKUNTZA SAILA / DEPARTAMENTO DE EDUCACION

INSTRUCCIONES PARA EL EXAMEN

• El examen costa de cinco problemas:

o El problema 1 es competencial y de respuesta obligatoria.

o Elegir tres problemas de los cuatro restantes. En cada uno de estos problemas elegidos se responderá a uno de los dos apartados.

• En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.

• Está permitido el uso de calculadoras científicas que no presenten ninguna de las siguientes prestaciones:

o pantalla gráfica
o posibilidad de trasmitir datos
o programable
o resolución de ecuaciones
o operaciones con matrices
o cálculo de determinantes
o derivadas e integrales
o almacenamiento de datos alfanuméricos.

• Observación importante: No se permitirá el uso de lapicero ni de bolígrafo rojo para la elaboración de la prueba.

• No olvides incluir el código en cada una de las hojas del examen.

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

La elaboración de tapices es un arte que se transmite de generación en generación, por lo que la mayoría de los maestros tejedores tienen experiencia en tapicería tradicional y están capacitados para aprender las técnicas y procesos.

Con el fin de planificar la producción de estas pequeñas obras de arte, un fabricante egipcio organiza las necesidades de materia prima por meses y las unidades producidas por metro lineal. En un determinado mes dispone de 50 kg de hilo de seda, 40 kg de hilo de plata y 22,5 kg de hilo de oro.

Para crear algunos tapices se suelen necesitar días y emplear materiales más económicos (tipo A); otros, en cambio, se suelen tardar semanas y requerir de materiales de mayor calidad y coste para su creación tipo B); pero todos ellos necesitan la paciencia y la atención de los expertos en los detalles para convertirse en una pieza de artesanía.

Para fabricar un metro lineal de tapiz del tipo A se necesitan 100 g de hilo de seda y 200 g de hilo de plata; y para cada metro lineal del tipo B, 200 g de hilo de seda, 100 g de hilo de plata y 100 g de hilo de oro. El metro lineal de tapiz del tipo A se vende a 2000 €, y en el caso del tipo B a 3000 €.

Si se vende todo lo que se fabrica:

a) [1,6 puntos] ¿Cuántos metros lineales de cada tipo de tapiz deben elaborarse ese mes para maximizar los ingresos?

b) [0,3 puntos] ¿A cuánto asciende dicho ingreso máximo?

Resolución

Representamos en una tabla los datos del problema:

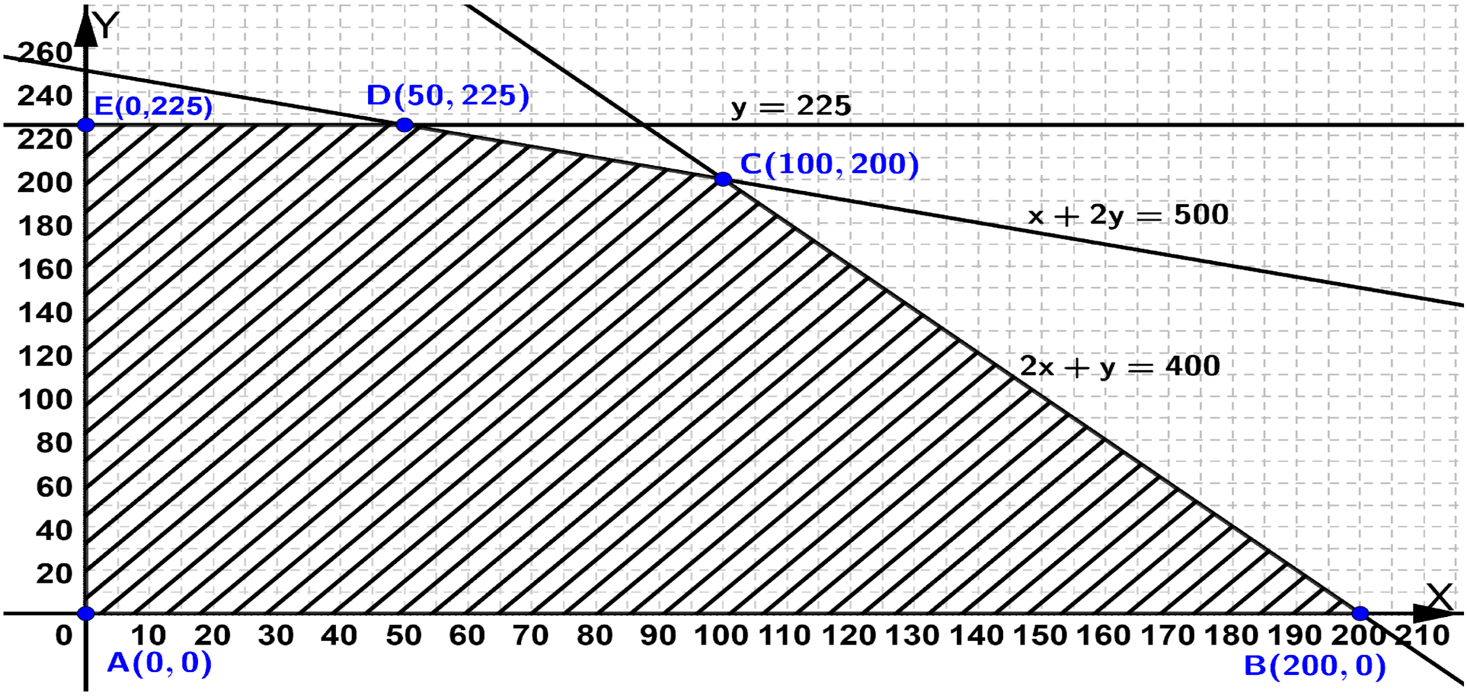
	nº de m	hilo de seda (g)	hilo de plata (g)	hilo de oro (g)	ingreso (en €)
tapiz A	x	100x	200x	0	2000x
tapiz B	y	200y	100y	100y	3000y
total	x + y	100x + 200y	200x + 100y	100y	2000x + 3000y

Las restricciones son

$\begin{cases} 100x + 200y \leq 50000 \rightarrow x + 2y \leq 500 \\ 200x + 100y \leq 40000 \rightarrow 2x + y \leq 400 \\ 100y \leq 22500 \rightarrow y \leq 225 \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{cases}$.

La función a optimizar (maximizar) es el ingreso: f(x, y) = 2000x + 3000y

Dibujamos los ejes de coordenadas, hacemos la escala adecuada y dibujamos el recinto solución



Veamos en qué vértice alcanza el valor máximo el ingreso f(x, y) = 2000x + 3000y:

f(A) = f(0, 0) = 2000.0 + 3000.0 = 0 f(B) = f(200, 0) = 2000.200 + 3000.0 = 400 000

f(C) = f(100, 200) = 2000.100 + 3000.200 = 800 000

f(D) = f(50, 225) = 2000.50 + 3000.225 = 775 000 f(E) = f(0, 225) = 2000.0 + 3000.225 = 675 000

El ingreso máximo 800 000 € y se consigue con 100 m de tapiz tipo A y 200 m del tipo B

c) [0,6 puntos] ¿Qué cantidades de hilo de seda, plata y oro quedarán cuando se fabriquen los metros lineales de cada tipo de tapiz que generan el ingreso máximo?

Resolución

Sabemos que x = 100, y = 200 y dispone de 50 kg de hilo de seda, 40 kg de hilo de plata y 22,5 kg de hilo de oro.

De hilo de seda quedaría: 50000 – 100x – 200y = 50000 – 100.100 – 200.200 = 0 gramos

De hilo de plata quedaría: 40000 – 200x – 100y = 40000 – 200.100 – 100.200 = 0 gramos

De hilo de oro quedaría: 22500 – 100y = 22500 – 100.200 = 2500 gramos = 2,5 kg

PROBLEMA 2
En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 2.1 o APARTADO 2.2
APARTADO 2.1 [2,5 puntos]
Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A, B y C.
El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 g, el fabricante B lo envasa en latas de 500 g y el fabricante C en latas de 1 kg. Dichas latas de tomate se venden a 1, 1,8 y 3,3 €, respectivamente.
Compramos 20 latas que tienen un peso total de 10 kg y un valor total de 35,6 €.
Queremos saber cuántas latas hemos comprado de cada fabricante.
a) [1 punto] Plantea el sistema de ecuaciones que resuelve el problema.
b) [1,5 puntos] Resuelve el problema.

Resolución

Sean x, y, z el nº de latas del fabricante A, B y C, respectivamente. Usando el enunciado llegamos al sistema

$\{x + y + z = 20\ 250x + 500y + 1000z = 10000\ 1x + 1,8y + 3,3z = 35,6 \quad : 250\ .\ 10 \quad \{x + y + z = 2$

. La matriz del sistema es

$(1\ 1\ 1\ 20\ 1\ 2\ 4\ 40\ 10\ 18\ 33\ 356\ )\ f2 - f1\ \ f3 - 10f1\ \ (1\ 1\ 1\ 20\ 0\ 1\ 3\ 20\ 0\ 8\ 23\ 156\ )\ \ 8f2 - f3\ \ (1\ 1\ 1\ 20\ 0\ 1\ 3\ 20\ 0\ 0\ 1\ 4\ )$

que corresponde al sistema $\{x + y + z = 20\ y + 3z = 20\ z = 4$. Como z = 4, entonces y + 3.4 = 20, y = 8

Sustituyendo en la 1ª ecuación, x + 8 + 4 = 20, x = 8. Compró 8 latas al fabricante A, 8 al B y 4 al C.

APARTADO 2.2 [2,5 puntos]
Dada la matriz $A(a) = (1\ 0\ 0\ 1\ a\ 0\ 1\ 1\ 1\ )$
a) [0,6 puntos] Calcula, razonadamente, el valor de a para que el determinante de $A^2(a)$ valga 4.

Resolución

Usando que det AB = det A det B, 4 = det$[A^2(a)]$ = $\{\det[A(a)]\}^2 = a^2$. Luego, debe ser a = ±2

b) [1 punto] Comprueba si la matriz A(a) es regular (invertible) para los valores de a obtenidos en el apartado anterior. Si es regular para el caso a = 2, calcula $A^{-1}(a)$.

Resolución

Observa que como a = ±2, entonces $A = A(a) = (1\ 0\ 0\ 1\ \pm 2\ 0\ 1\ 1\ 1\ )$, det A = ±2 ≠ 0 ⇒ A(a) es regular
Si a = 2, $A = A(2) = (1\ 0\ 0\ 1\ 2\ 0\ 1\ 1\ 1\ )$, det A = 2

$A^{-1} = A^{-1}(a) = \frac{1}{\det\det A}\left(adj\ A^t\right) = \frac{1}{2} adj(1\ 1\ 1\ 0\ 2\ 1\ 0\ 0\ 1\ ) = \frac{1}{2}(2\ 0\ 0\ \ -1\ 1\ 0\ \ -1\ \ -1\ 2\ ) = \left(1\ 0\ 0\ \frac{-1}{2}\right.$

c) [0,9 puntos] Determina la siguiente matriz M y el valor de su determinante: $M = A^t(2)A^{-1}(2)$

Resolución

$M = (1\ 1\ 1\ 0\ 2\ 1\ 0\ 0\ 1\ )\frac{1}{2}(2\ 0\ 0\ \ -1\ 1\ 0\ \ -1\ \ -1\ 2\ ) = \frac{1}{2}(0\ 0\ 2\ \ -3\ 1\ 2\ \ -1\ \ -1\ 2\ ) = \left(0\ 0\ 1\ \frac{-3}{2}\ \frac{1}{2}\ 1\right.$

; det $\det M = \left(\frac{1}{2}\right)^3 8 = 1$

PROBLEMA 3
En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 3.1 o APARTADO 3.2
APARTADO 3.1 [2,5 puntos]
Las funciones E(x) y D(x) representan, respectivamente, el rendimiento de dos pintores, Eneko y Deiene un determinado día que trabajan durante 8 horas.
Ambas funciones miden los metros cuadrados pintados por hora y se pueden determinar mediante las expresiones: $E(x) = -x^2 + 19x + 66$, $0 \le x \le 8$, $D(x) = -x^2 + 5x + 150$, $0 \le x \le 8$
a) [0,3 puntos] ¿Qué pintor tiene mejor rendimiento inicial?

Resolución

rendimiento inicial de Eneko: $E(0) = -0^2 + 19.0 + 66 = 66\ m^2/h$

rendimiento inicial de Deiene: $D(0) = -0^2 + 5.0 + 150 = 150\ m^2/h$

b) [0,6 puntos] ¿Cuál es el mayor rendimiento de Eneko? ¿Cuándo se da?

Resolución

$E'(x) = -2x + 19 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{19}{2} = 9,5 \notin$ Dom $[E(x)] = [0, 8]$ y como la gráfica de D(x) es un trozo de parábola cóncava resulta que E(x) es creciente en su dominio y, por tanto, el máximo valor se da si $x = 8$, $E(0) = -8^2 + 19.8 + 66 = 154$, el mayor rendimiento es 154 m^2/h y se da transcurridas 8 horas

c) [0,5 puntos] ¿Cuál es el mayor rendimiento de Deiene? ¿Cuándo se da?

Resolución

$D'(x) = -2x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} = 2,5$, $D(2,5) = -2,5^2 + 5.2,5 + 150 = 156,25$ y como la gráfica de D(x) es
un trozo de parábola cóncava, el mayor rendimiento es 156,25 m^2/h y se da transcurridas 2,5 horas

d) [0,3 puntos] ¿Cuándo tienen ambos el mismo rendimiento?

Resolución

Hay que hallar x para que $E(x) = -x^2 + 19x + 66 = D(x) = -x^2 + 5x + 150 \Rightarrow 14x = 84 \Rightarrow x = 6$

A las 6 h tienen el mismo rendimiento, $E(6) = -6^2 + 19.6 + 66 = D(6) = -6^2 + 5.6 + 150 = 144\ m^2/h$

e) [0,8 puntos] Al final de la jornada laboral de ese día, ¿cuántos m^2 ha pintado Deiene en total?

Resolución

Se trata de calcular $\int_0^8 D(x)dx$. Una primitiva es $p(x) = \frac{-x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 150x = \frac{-2x^3 + 15x^2 + 900x}{6}$.

Por Barrow, $\int_0^8 D(x)dx = p(8) - p(0) = \frac{-2.8^3 + 15.8^2 + 900.8}{6} - \frac{-2.0^3 + 15.0^2 + 900.0}{6} = \frac{7136}{6} \cong 1189,33\ m^2$

APARTADO 3.2 [2,5 puntos]

Sea la función $f(x):(0, \infty) \longrightarrow R$ definida como: $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x}$

Sabemos que la recta $y = -2$ es la recta tangente a la función f(x) en el punto $x = 1$.

a) [1,25 puntos] Calcula el valor de los parámetros a y b

Resolución

Como la recta horizontal $y = -2$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$, la pendiente de la recta tangente es 0, o sea $f'(1) = 0$

Dado que $f'(x) = \frac{2ax.x - (ax^2 + b).1}{x^2} = \frac{ax^2 - b}{x^2}$, se tiene que $\frac{a1^2 - b}{1^2} = 0$. O sea, $a - b = 0$

Como la recta tangente y la gráfica coinciden en $x = 1$, $f(1) = \frac{a1^2 + b}{1} = -2$. O sea, $a + b = -2$

Nos queda el sistema $\{a - b = 0\ \ a + b = -2$. Sumando $2a = -2$, $a = -1 = b$. Conclusión: debe ser $a = b = -1$

b) [0,75 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f(x), cuando $a = b = -1$.

c) [0,5 puntos] Para los valores $a = b = -1$, ¿tiene la función, f(x), algún máximo o mínimo relativo? En caso afirmativo, determínalo.

Resolución

Si a = b = –1, $f(x)=\frac{-x^2-1}{x}=-x-\frac{1}{x}$; $f'(x)=-1+\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow\frac{1}{x^2}=1\Leftrightarrow x=1$, porque x > 0

Hagamos una tabla de signos de f´(x):

	(0, 1)	1	(1, +∞)
f´(x)	+	0	–
f(x)	creciente	máximo	decreciente

f es creciente en (0, 1) y decreciente en (1, +∞)

Máximo relativo: x = 1, $y=f(1)=\frac{-1^2-1}{1}=-2$; punto (1, –2). No hay mínimo relativo.

PROBLEMA 4
En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 4.1 o APARTADO 4.2
APARTADO 4.1 [2,5 puntos]
Una bolsa contiene tres cartas del mismo tamaño con caras de diferentes colores.
Una carta es roja por las dos caras, otra tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca.
Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.
a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?
b) [1,5 puntos] Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

Resolución

RR = "Sacar carta con 2 caras rojas" BR = "Sacar carta con cara blanca y cara roja"

BN = "Sacar carta con cara blanca y cara negra" B = "Mostrar cara blanca" R = "Mostrar cara roja"

N = "Mostrar cara negra"

Según el enunciado, $p(RR)=p(BR)=p(BN)=\frac{1}{3}$, p(B/RR) = 0 p(B/BR) = $\frac{1}{2}$ p(B/BN) = $\frac{1}{2}$

p(R/RR) = 1 p(R/BR) = $\frac{1}{2}$ p(R/BN) = 0 p(N/RR) = 0 p(N/BR) = 0 p(N/BN) = $\frac{1}{2}$

a) Se pide p(R), que usando el teorema de probabilidad total es

$$p(R)=p(RR)p(R/RR)+p(BR)p(R/BR)+p(BN)p(R/BN)=\frac{1}{3}.1+\frac{1}{3}\frac{1}{2}+\frac{1}{3}0=\frac{1}{2}=0,5=50\%$$

b) Si la carta mostrada es blanca es porque se ha sacado la carta BR ó la carta BN.

Se pide en tal caso p(BR). Por la regla de Laplace, la probabilidad es $\frac{1}{2}=0,5=50\%$

APARTADO 4.2 [2,5 puntos]
Iker dispone de dos días para preparar un examen. La probabilidad de estudiar solamente el primer día es del 10%, la de estudiar los dos días es del 10% y la de no hacerlo ningún día es del 25%.
Calcular la probabilidad de que Iker estudie para el examen en cada uno de los siguientes casos:

a) [0,75 puntos] El segundo día.
b) [1 punto] Solamente el segundo día.
c) [0,75 puntos] El segundo día sabiendo que no ha estudiado el primero.

Resolución

A = "estudiar el primer día" B = "estudiar el segundo día".

Según el enunciado, $p(A \cap B^c) = 10\% = 0{,}1$; $p(A \cap B) = 10\% = 0{,}1$; $p(A^c \cap B^c) = 25\% = 0{,}25$

a) Como $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A) = p(A \cap B^c) + p(A \cap B) = 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}2$

Por una de las leyes de Morgan, $0{,}25 = p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B) =$

$= 1 - [p(A) + p(B) - p(A \cap B)] = 1 - (0{,}2 + p(B) - 0{,}1) = 0{,}9 - p(B)$

Despejando, la probabilidad que se pide es $p(B) = 0{,}9 - 0{,}25 = 0{,}65 = 65\%$

b) Se pide $p(B \cap A^c) = p(B) - p(A \cap B) = 0{,}65 - 0{,}1 = 0{,}55 = 55\%$

c) Se pide $p\left(\frac{B}{A^c}\right) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} = \frac{p(B \cap A^c)}{1 - p(A)} = \frac{0{,}55}{1 - 0{,}2} = 0{,}6875 = 68{,}75\%$

PROBLEMA 5
En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 5.1 o APARTADO 5.2
APARTADO 5.1 [2,5 puntos]
En un determinado año, la nota de la Prueba para el Acceso a la Universidad, PAU, del alumnado que se ha preinscrito en el Grado en Arquitectura Técnica sigue una distribución normal de media 6,8 puntos y desviación típica 0,6 puntos.
Por otro lado, la nota del alumnado que se ha preinscrito en el Grado en Biomedical Engineering sigue una distribución normal de media 7 puntos y desviación típica 0,5 puntos. En ambos casos solo se puede admitir al 25% del alumnado preinscrito que tiene las mejores calificaciones. Si Yolanda ha obtenido una nota de 7,25 puntos y Teresa de 7,45 puntos, ¿a qué grados tendrán opción de acceso?

Resolución

X = nota del alumnado del Grado en Arquitectura Técnica $\rightarrow N(6{,}8\,;\,0{,}6) \Rightarrow Z = \frac{X - 6{,}8}{0{,}6} \rightarrow N(0,\ 1)$.

Y = nota del alumnado del Grado en Biomedical Engineering $\rightarrow N(7\,;\,0{,}5) \Rightarrow Z = \frac{Y - 7}{0{,}5} \rightarrow N(0,\ 1)$.

Hallemos primero la nota mínima de acceso, a, en el Grado en Arquitectura Técnica:

$25\% = 0{,}25 = p(X > a) = p\left(\frac{X - 6{,}8}{0{,}6} > \frac{a - 6{,}8}{0{,}6}\right) = p\left(Z > \frac{a - 6{,}8}{0{,}6}\right) = 1 - p\left(Z \leq \frac{a - 6{,}8}{0{,}6}\right)$

Despejando, $p\left(Z \leq \frac{a - 6{,}8}{0{,}6}\right) = 0{,}75$. Usando la tabla de N(0, 1), en sentido inverso, $\frac{a - 6{,}8}{0{,}6} = 0{,}675$

Luego, a = 6,8 + 0,675 . 0,6 = 7,205. La nota mínima es 7,205 puntos

Hallemos ahora la nota mínima de acceso, b, en el Grado en Biomedical Engineering:

$25\% = 0{,}25 = p(Y > b) = p\left(\frac{Y - 7}{0{,}5} > \frac{b - 7}{0{,}5}\right) = p\left(Z > \frac{b - 7}{0{,}5}\right) = 1 - p\left(Z \leq \frac{b - 7}{0{,}5}\right)$

Despejando, $p\left(Z \le \frac{b-7}{0,5}\right) = 0,75$. Usando la tabla de N(0, 1), en sentido inverso, $\frac{b-7}{0,5} = 0,675$

Luego, b = 7 + 0,675 . 0,5 = 7,3375. La nota mínima es 7,3375 puntos

Como Yolanda tiene una nota de 7,25 puntos tendrá posibilidad de acceso sólo al grado en Grado en Arquitectura Técnica (A); en cambio, Teresa que tiene una nota de 7,45 puntos tendrá posibilidad de acceso tanto al Grado en Arquitectura Técnica (A) como al Grado en Biomedical Engineering (B).

APARTADO 5.2 [2,5 puntos]
La estatura (en centímetros) del personal del servicio foral de extinción de incendios y salvamento es una variable aleatoria, X, que sigue una distribución normal de media μ y varianza 169 cm^2.
A partir de una muestra aleatoria simple de tamaño 81 se estima que la media es 175 cm.
a) [0,4 puntos] Indica cuál es la distribución de la media muestral, X.
b) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura media esté entre 172 y 182 cm?

Resolución

a) Sabemos, por el teorema central del límite que si $X \to N(\mu, \sigma)$ y $\overline{X}$= media de las muestras de tamaño n, entonces $\overline{X} \to N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$. En este caso, X = estatura en cm → $N\left(\mu, \sqrt{169}\right) = N(\mu, 13)$

Como μ = 175 ; n = 81 ; σ = 13, entonces $\overline{X} \to N\left(175\,;\, \frac{13}{\sqrt{81}}\right) \cong N(175\,;\, 1,44)$; $Z = \frac{\overline{X}-175}{1,44} \to N(0,\ 1)$

b) Nos piden $p(172 < \overline{X} < 182) = p\left(\frac{172-175}{1,44} < \frac{\overline{X}-175}{1,44} < \frac{182-175}{1,44}\right) \cong p(-2,08 < Z < 4,86) =$

$= p(Z < 4,86) - p(Z > 2,08) = p(Z < 4,86) - 1 + p(Z \le 2,08) = 1 - 1 + 0,9812 = 98,12\%.$

c) [0,75 puntos] En la distribución de la media muestral, X, obtén el intervalo característico para el 99%.

Resolución

$\overline{X}$ = media muestral $\to N(175\,;\, 1,44)$. El intervalo de confianza o característico a nivel de confianza del 99% para estimar la media, μ es $I_c = (175 - E, 175 + E)$, $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$,el máximo error de estimación y n = 81.

$0,99 = p(175 - E < \overline{X} < 175 + E) = p\left(\frac{-E}{1,44} < \frac{\overline{X}-175}{1,44} < \frac{E}{1,44}\right) \cong p\left(\frac{-E}{1,44} < Z < \frac{E}{1,44}\right) = 2p\left(Z < \frac{E}{1,44}\right) - 1$

Despejando, $p\left(Z < \frac{E}{1,44}\right) = \frac{0,99+1}{2} = 0,995$. Usando la N(0, 1) en sentido inverso $\frac{E}{1,44} = 2,575$

O sea, el error es E = 2,575 . 1,44 = 3,708 ; $I_c = (175 - 3,708\,;\ 175 + 3,708) = (171,292\,;\, 178,708)$

d) [0,6 puntos] Si se quiere estimar la estatura media del personal de dicho servicio de forma que el error máximo admisible no sobrepase los 2 cm, con un nivel de confianza del 94%, ¿cuántas personas se tendrán que escoger para formar parte de la muestra?

Resolución

X = estatura en cm $\to N(\mu, 13)$. Sabemos que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, es el máximo error de estimación, σ = 13.

$\frac{1+n_c}{2} = \frac{1+0,94}{2} = 0,97$. Como $p(Z < z_{\alpha/2}) = 0,97$ *usando la tabla de la* $N(0,1)$ $\to z_{\alpha/2} = 1,885.$

Nos piden hallar n para que

$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le 2 \Leftrightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{2} < \sqrt{n}$ *elevando al cuadrado* $\to (z_{\alpha/2})^2 \cdot \frac{\sigma^2}{2^2} < n$

Sustituyendo, $n > 1,885^2 . \frac{13^2}{2^2} \cong 150,1$. Luego, el tamaño mínimo de la muestra debe ser 151 personas.