

Comment voir à l'intérieur du corps humain ?

À l'aide du dossier documentaire en annexe, on se propose d'aborder le thème de l'imagerie médicale au travers de différentes activités pédagogiques et d'études scientifiques.

Le dossier documentaire est constitué de 5 annexes :

ANNEXE 1 : Les Rayons X et la radiographie

- Document 1** : Production des rayons X
- Document 2** : Que font les rayons X en traversant la matière ?
- Document 3** : Extrait du diaporama « Les rayons X »
- Document 4** : Extrait d'un cours : Bases physiques des rayons X
- Document 5** : Les constantes radiologiques
- Document 6** : Systèmes de détection
- Document 7** : Le codage numérique des couleurs
- Document 8** : Interaction des rayons X avec la matière

ANNEXE 2 : Matériel pédagogique

- Document 1** : Tâche complexe : La radiographie d'un bassin
- Document 2** : Exercice : Loi d'atténuation d'un faisceau de rayons X
- Document 3** : La main de Mme Röntgen
- Document 4** : Extrait d'un exercice du baccalauréat S (Nouvelle-Calédonie 2013)

ANNEXE 3 : La tomographie par émission de positons

- Document 1** : La production de radiotraceurs
- Document 2** : Extrait d'un document de D. Le Bars (CERMEP Lyon) sur la production du FDG
- Document 3** : Photographie d'un cyclotron à usage médical, extraite d'une présentation de la TEP par le Pr TALBOT
- Document 4** : Principe de la TEP (Tomographe par Emission de Positons)
- Document 5** : Synthèse du fluorodésoxyglucose marqué au fluor 18, le ^{18}F FDG
- Document 6** : Fluoration en microréacteur
- Document 7** : Quelques données
- Document 8** : La rétrosynthèse : énoncé de l'exercice et copie de l'élève

ANNEXE 4 : L'imagerie par résonance magnétique (IRM)

- Document 1** : Les grands principes de l'IRM
- Document 2** : Les agents de contraste paramagnétiques du gadolinium en IRM

ANNEXE 5 : Textes réglementaires

- Document 1** : Programme d'enseignement de physique-chimie, classe terminale des séries STI2D et STL, spécialité SPCL
- Document 2** : Programme d'enseignement de spécialité de sciences physiques et chimiques en laboratoire, classe terminale de la série STL
- Document 3** : Programme d'enseignement de mathématiques, classe de terminale des séries technologiques STI2D et STL, spécialité SPCL
- Document 4** : Programme de l'enseignement de physique-chimie Classe de première de la série technologique ST2S
- Document 5** : Programme de l'enseignement spécifique et de spécialité de physique-chimie Classe terminale de la série scientifique

Comment voir à l'intérieur du corps humain ?

L'imagerie médicale est une discipline née il y a à peine plus d'un siècle. En 120 ans, elle a bénéficié des progrès de la médecine, des connaissances accumulées en sciences du vivant et des avancées technologiques en physique, en chimie, en informatique. Grâce aux différentes techniques mises au point, il est désormais possible de voir un organe, et même de le voir fonctionner, grâce à des images fixes ou animées. Le diagnostic précoce, la thérapie et son suivi chez les patients ont ainsi fait des pas de géant. (extrait du magazine « *Les Savanturiers* » n°13, ressources pédagogiques du CEA)

PARTIE 1 : Les rayons X et la radiographie

Les principes généraux de la radiographie par rayons X sont décrits dans les documents de l'annexe 1.

Étude de documents extraits de l'annexe 1 et quelques utilisations pédagogiques:

Q1. Justifier l'allure du spectre du rayonnement émis par le tube à rayons X (figure 2 du document 1 de l'annexe 1) à l'aide des interactions décrites dans le document 1 de l'annexe 1.

Q2. Illustrer par un schéma le paragraphe du document 2 de l'annexe 1, intitulé « L'atténuation par perte d'énergie : l'effet Compton »

À propos de l'extrait du diaporama *Les rayons X* (document 3 de l'annexe1)

Le filament de tungstène d'un tube de Coolidge est assimilé à un fil cylindrique de rayon r et de longueur ℓ enroulé en hélice. En régime permanent, il est parcouru par un courant électrique d'intensité I , et sa température, constante, est notée T .

La résistivité du tungstène est notée ρ .

La loi de Stefan donnant la puissance rayonnée par unité de surface pour un corps porté à la température T s'écrit :

$$P = \sigma T^4.$$

Données : $r = 50 \mu\text{m}$, $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W.K}^{-4}.\text{m}^{-2}$

A haute température (à 2350°C), la résistivité du tungstène est $\rho = 7,75 \times 10^{-7} \Omega.\text{m}$.

Q3. Établir, en régime permanent, l'expression suivante :

$$\frac{\rho}{2r^3} \left(\frac{I}{\pi} \right)^2 = \sigma T^4,$$

où σ est la constante de Stefan.

Calculer l'intensité du courant qui parcourt le filament lorsque sa température est de 2350°C.

Q4. Les résultats de la question Q3 illustrent la phrase de l'extrait du cours *Bases physiques des rayons X* (document 4 de l'annexe 1) : " À condition d'appliquer une ddp suffisante entre cathode et anode, l'intensité du courant dépend uniquement de la température et donc du courant de chauffage du filament (région de saturation)."

La formulation de cette phrase présente une difficulté pour le lecteur, laquelle ? Proposer une nouvelle rédaction de cet extrait de cours qui permettrait de lever cette difficulté.

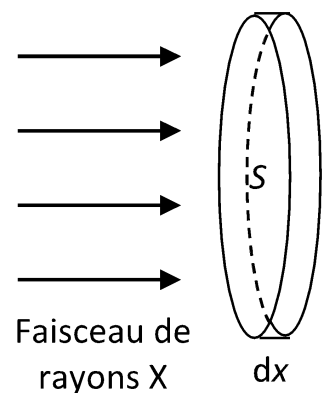
Q5. Calculer les valeurs des vitesses des électrons à leur arrivée sur l'anode, pour les diverses tensions données dans le document 5 de l'annexe 1. Commenter.

Données: $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

À propos de l'absorption des rayons X avec la matière (document 8 de l'annexe 1)

Le faisceau de rayons X, de direction Ox, est constitué d'un flux homogène de photons. Les phénomènes de diffraction et de diffusion sont négligés.

La couche de matière d'épaisseur dx et de surface S est constituée d'un seul type d'atome. Le matériau possède une masse volumique ρ et une masse molaire M .



Q6. Exprimer le nombre dN^* d'atomes contenus dans ce volume en fonction de M , ρ , S , dx et de la constante d'Avogadro N_A .

On suppose dx suffisamment petit pour que tous les atomes de la couche soient contenus dans un même plan et on appelle r_a le rayon de ces atomes. On appelle $N(x)$ le nombre de photons incidents du faisceau de rayons X, traversant une section S du faisceau incident par unité de temps et $N(x + dx)$ le nombre de photons transmis au-delà de la couche d'épaisseur dx , par unité de temps.

Q7. Proposer un modèle simple de l'absorption permettant d'expliquer la variation de N entre x et $x+dx$.

Q8. En utilisant le modèle précédent, exprimer $N(x + dx)$ en fonction de $N(x)$, ρ , M , r_a , N_A et dx et montrer que l'équation différentielle vérifiée par $N(x)$ s'écrit :

$$\frac{dN}{dx} + \pi r_a^2 \frac{N_A}{M} \rho N = 0.$$

Q9. Donner la solution de cette équation différentielle.

On pose $N(x = 0) = N_0$ et $\mu = \frac{\pi r_a^2 N_A \rho}{M}$, appelé coefficient d'absorption.

La coordonnée $x = 0$ correspond à la face d'entrée du matériau.

À partir d'un modèle simplifié de l'atome, on montre que l'on peut exprimer le rayon r_a par la relation :

$$r_a = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z^2 e^2}{E_1},$$

expression dans laquelle Z est le numéro atomique et E_1 l'énergie du niveau fondamental des atomes considérés.

Q10. Justifier que, pour la plupart des éléments, le rapport M/Z vaut approximativement 2 g.mol^{-1} .

Comparer les expressions du coefficient d'absorption du modèle proposé et du coefficient d'absorption donné pour l'effet photoélectrique dans le document 8 de l'annexe 1.

Tâche complexe

Q11. Proposer une correction à visée formative de la tâche complexe du document 1 de l'annexe 2 pour des étudiants de licence.

Q12. À partir du document 1 de l'annexe 2 et des documents de l'annexe 1, concevoir une tâche complexe pour une classe de première ST2S sur le thème « les rayons X » (Radiographie – Radioprotection – Facteurs d'absorption des rayons X) :

- formuler une problématique;
- proposer au maximum quatre documents ressource choisis de l'annexe 1 et éventuellement modifiés;
- préciser les connaissances mobilisées par l'élève pour résoudre la tâche complexe;
- indiquer les aides possibles à apporter à l'élève au cours de la réalisation de la tâche complexe.

Exercice d'évaluation

Il s'agit dans cette partie de construire une évaluation destinée à des élèves de terminale STL à partir de l'exercice « Loi d'atténuation d'un faisceau de rayons X » présenté dans le document 2 de l'annexe 2. On s'appuiera sur les documents des annexes 1, 2, 5 et sur des connaissances scientifiques.

Q13. Résoudre l'exercice du document 2 de l'annexe 2 et préciser pourquoi il ne peut pas être proposé en l'état aux élèves.

Q14. Apporter la (les) modification(s) nécessaire(s) à l'énoncé et au questionnaire de cet exercice pour qu'il soit adapté aux classes de terminale STI2D et STL, spécialité SPCL.

Q15. Comment justifier auprès d'un élève les variations du coefficient μ présentées dans le document ?

Q16. Quelles compétences sont développées lors de la résolution de cet exercice? On ne se limitera pas aux compétences propres à la physique-chimie.

Analyse de documents (documents 6 et 7 de l'annexe 1).

Les radiographies actuelles sont des images numériques codées en niveaux de gris, les documents 6 et 7 de l'annexe 1 décrivent leur élaboration.

Q17. Comment est réalisé le codage en niveaux de gris à partir du codage RVB 24 bits ?

Q18. Justifier le nombre de nuances de gris pouvant être codées à partir du codage RVB 24 bits.

Q19. Pourquoi un codage en niveaux de gris est-il suffisant dans le cas de la radiographie?

Deux clichés radiographiques sont présents dans l'annexe 2 : la radiographie d'un bassin (document 1) et l'image de la main d'Emma Röntgen (document 3).

Q20. Quelles différences constate-t-on entre ces deux images ? Les expliquer.

PARTIE 2 : La tomographie par émission de positons (TEP)

Les principes généraux de la tomographie par émission de positons sont décrits dans les documents de l'annexe 3.

En complément à la description du principe d'un cyclotron figurant dans le document 1 de l'annexe 3 on rappelle que, dans un champ magnétique uniforme B , une particule de masse m et de charge q animée d'une vitesse v décrit une trajectoire circulaire de rayon

$R = \frac{mv}{qB}$ à la vitesse angulaire $\omega_c = \frac{qB}{m}$, appelée "pulsation cyclotron". On se limite à une description classique.

Q21. Analyser le schéma du cyclotron donné dans le document 1 de l'annexe 3, et apporter les corrections qu'il faudrait apporter avant de le fournir à des élèves.

Q22. Exprimer en la justifiant la pulsation du champ électrique permettant une accélération de la particule à chaque passage entre les deux parties hémicylindriques du cyclotron. Le champ magnétique, uniforme, ne règne qu'à l'intérieur des deux cavités hémicylindriques, alors que le champ électrique, uniforme et dépendant sinusoïdalement du temps, ne règne qu'entre ces deux cavités.

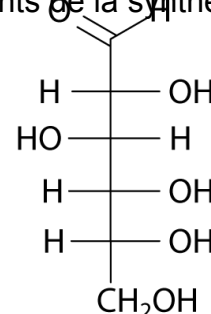
Q23. Montrer que la dimension des cyclotrons à usage médical déduite du document 2 de l'annexe 3 est cohérente avec la photographie présentée dans le document 3 de l'annexe 3.

On donne pour le proton $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg, $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

Q24. Estimer la valeur du champ magnétique nécessaire à l'obtention du faisceau de protons décrit dans le document 2 de l'annexe 3. Commenter.

La TEP tomographie par émission de positons (ou positron) est une technologie de médecine nucléaire qui utilise des molécules marquées, principalement le fluorodésoxyglucose FDG. Nous nous intéressons ici à quelques éléments de la synthèse du FDG.

Dans l'enseignement secondaire, la molécule de glucose est généralement représentée sous sa forme ouverte (voir la représentation ci-contre).



Formule du D-glucose
(en représentation de
Fischer)

Or, cette molécule existe le plus souvent sous une forme cyclique à six chaînons, le pyranose.

La cyclisation conduit à 2 stéréoisomères de configuration, appelés anomères α et β du glucose. La molécule représentée dans le document 5 de l'annexe 3 est l'anomère α -D-glucose.

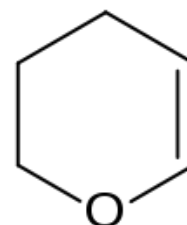
Q25. Expliquer pourquoi cette cyclisation conduit à deux stéréoisomères.

Q26. Représenter l'anomère β -D-glucose. Laquelle des deux formes α ou β est la plus stable ? Justifier.

Les deux anomères α et β du glucose sont isolables purs à l'état solide. On peut mesurer le pouvoir rotatoire spécifique à 25°C pour la raie D (jaune) du sodium, exprimé en unités polarimétriques, de chacune des espèces soit pure, soit en solution aqueuse. En solution aqueuse, il y a interconversion des formes α et β du D-glucose. Si l'on dissout l' α -D-glucose dans l'eau, son pouvoir rotatoire spécifique diminue de sa valeur initiale +112 $^{\circ} \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$, correspondant à l'espèce pure, à une valeur d'équilibre +52 $^{\circ} \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$; si l'on part de l'espèce pure β -D-glucose, son pouvoir rotatoire spécifique, qui est initialement de +19 $^{\circ} \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$ augmente jusqu'à atteindre la même valeur d'équilibre +52 $^{\circ} \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$.

Q27. Déterminer le pourcentage à l'équilibre de la forme α ou de la forme β dans une solution aqueuse de D-glucose.

Avant d'effectuer la synthèse du ^{18}FDG il est nécessaire de protéger les groupes hydroxyle du D-glucose. Il est possible de protéger un alcool sous forme d'acétal en utilisant le dihydropyrane (DHP) en milieu acide.



dihydropyrane (DHP)

Q28. Pourquoi cette protection est-elle nécessaire ? Comment la déprotection est-elle ensuite effectuée ? (seul le type de réaction est demandé).

Q29. Pour quelle(s) raison(s) le fluor 18 est-il préférentiellement utilisé comme traceur radioactif dans la tomographie par émission de positons ?

La synthèse par voie électrochimique du ^{18}F FDG s'effectue dans un microréacteur décrit dans le document 6 de l'annexe 3.

Q30. Estimer la surface minimale de refroidissement de l'échangeur thermique qui permettra d'évacuer l'énergie libérée par la réaction de synthèse du ^{18}F FDG moyennant une différence de température de l'ordre de 10 °C entre le fluide caloporteur et le milieu réactionnel. Préciser si besoin les hypothèses nécessaires à la résolution du problème et apporter un regard critique au résultat obtenu.

Pour cette question, faisant appel à une démarche de résolution de problème, vous pourrez vous appuyer sur les données fournies dans l'ensemble de l'annexe 3 et sur vos connaissances. Les éléments de réponse à cette question seront très significativement valorisés lors de l'évaluation des résultats.

Afin de conclure la partie « Sélectivité en chimie organique » du programme de terminale S, une professeure propose un exercice sur la protection de fonctions. Cet exercice, qui porte sur la rétrosynthèse, et la copie rédigée par un élève figurent dans le document 8 de l'annexe 3.

Q31. Relever les erreurs figurant sur cette copie d'élève. Pour chacune de ces erreurs, rédiger (sur votre copie) les conseils nécessaires que le professeur apposerait sur le devoir de l'élève dans le but de le faire progresser.

PARTIE 3 : L'imagerie par résonance magnétique

Les principes généraux de l'imagerie par résonance magnétique (IRM) sont décrits dans le document 1 de l'annexe 4.

Q32. Le document 4 de l'annexe 2 est un extrait d'exercice de baccalauréat. Rédiger une correction de cet extrait d'exercice et proposer, en le justifiant, un barème sur 10 points.

Q33. Comme ceux de Johan Gadolin, les travaux des chimistes Marie Curie, Antoine-Laurent Lavoisier, Dimitri Mendeleïev ont concerné les éléments chimiques. Sur un axe chronologique, indiquer la période correspondant aux travaux de ces trois chimistes et préciser succinctement la nature de leur contribution.

Q34. Justifier à l'aide du document 2 de l'annexe 4 que le gadolinium III Gd^{3+} , par sa configuration électronique, constitue un agent de contraste particulièrement adapté à l'IRM.

Q35. Un professeur de terminale STL souhaite illustrer son cours d'enseignement de sciences physiques et chimiques en laboratoire sur les complexes en chimie à partir de l'exemple du gadolinium. En utilisant le document 2 de l'annexe 4, proposer un exercice comprenant un énoncé succinct et trois questions développant des capacités exigibles du programme de physique-chimie ainsi que leur corrigé.