

Bài I (2,0 điểm): Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{3\sqrt{x} + 1} \quad \text{và} \quad B = \frac{8}{\sqrt{x} - 2} - \frac{3\sqrt{x} + 26}{x - 4} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 4$$

1) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 9$

2) Chứng minh rằng: $B = \frac{5}{\sqrt{x} + 2}$

3) Tìm giá trị x để $P = A \cdot B$ đạt giá trị nguyên nhỏ nhất.

Bài II (2,0 điểm): Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình hoặc phương trình

Hai tổ công nhân gồm 15 người may được tất cả 276 bộ quần áo bảo hộ y tế. Tính số người của mỗi tổ, biết mỗi người tổ 1 may được 20 bộ quần áo bảo hộ y tế, mỗi người tổ 2 may được 17 bộ quần áo bảo hộ y tế.

Bài III (2,5 điểm):

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + \frac{5}{y+3} = 3 \\ x - \frac{3}{y+3} = -4 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx + 2$

(với m là tham số)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi giá trị của m .

b) Gọi hoành độ giao điểm của (d) và (P) là x_1, x_2 .

Tìm m để x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1(x_2 - 2) + x_2(x_1 - 2) = 3$

Bài IV (3,0 điểm): Cho đường tròn tâm O , bán kính R , dây AB cố định không đi qua tâm.

Đường kính CD vuông góc với dây AB tại K (D thuộc cung nhỏ AB). Trên đoạn BK lấy điểm F , tia DF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M .

1) Chứng minh rằng: Tứ giác CKFM nội tiếp được.

2) Tia CM cắt tia AB tại E . Chứng minh rằng: $DF \cdot DM + CM \cdot CE = 4R^2$

3) Tia CF cắt đường tròn tâm O tại điểm thứ hai là N , tia MK cắt đường tròn tâm O tại điểm thứ hai là G . Chứng minh rằng: $GN \parallel AB$.

Bài V (0,5 điểm): Cho x, y là các số dương.

Chứng minh: $\frac{x+y}{\sqrt{x(3x+y)} + \sqrt{y(3y+x)}} \geq \frac{1}{2}$