3.3.25

<u>מבחן יא' 5 יחל</u>

סמנו בטבלה איזה תרגילים פתרתם

1	2	3	4	5	6	7	8
סעיף א חובה (לבחור שני סעיפים נוספים)	לבחור שאלה 1 מבין 2,3		לבחור שאלה 1 מבין 4,5		לבחור שאלה 1 מבין 6,7,8		

<u>פרק ראשון שאלות קצרות</u>

1. (א

סעיף חובה: הוכיחו באינדוקציה את הטענה הבאה:

$$12+17+22+27+\ldots+(5n+7)=\frac{n(5n+19)}{2}$$

בחרו 2 מתוך הסעיפים ב-ד

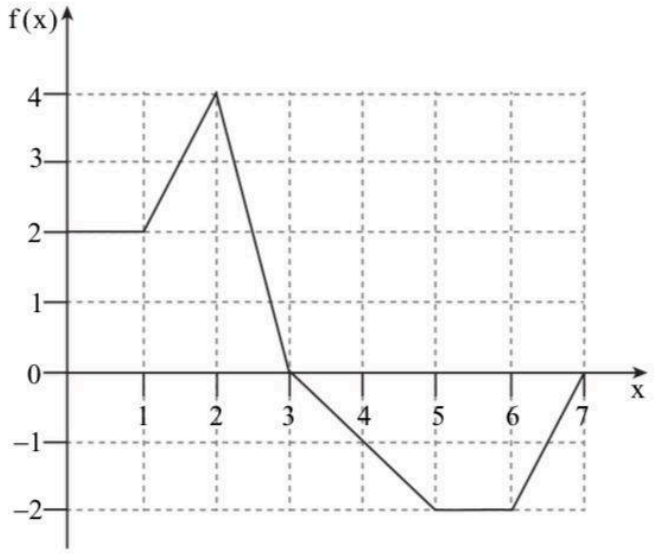
(ב נתונה הפונקצייה $f(x)=3+\frac{x}{\sqrt{x^2-25}}$.

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

(2) ידוע כי האסימפטוטות של גרף הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים, חותכות זו את זו. חשבו את השטח הכלוא בין האסימפטוטות. נמקו את התשובה.

ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת בתחום $0 \le x \le 7$,

ונתונה הפונקצייה $h(t) = \int_0^t f(x)dx$ בתחום זה.



(1) חַשבו את הערכים של $h(0)$, $h(3)$, $h(5)$.

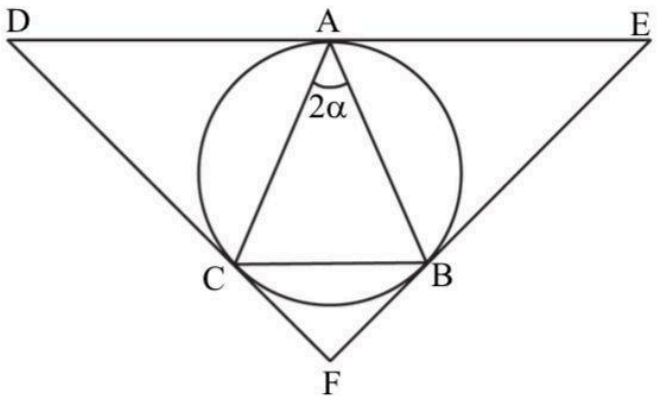
(2) קִבעו באיזה תחום $h(t)$ יורדת. נמקו את התשובה.

ד. משולש ABC שווה שוקיים $(AB = AC)$ חסום במעגל (ראו סרטוט).

נסמן את זווית הראש של המשולש ב- 2α .

דרך כל אחד מקודקודיו המשולש מעבירים משיק למעגל.

המשיקים נפגשים בנקודות D , E ו- F , כמתואר בסרטוט.



הביעו באמצעות α את זוויות המשולש DEF .

<u>פרק שני סדרות והסתברות</u>

בחרו שאלה אחת מפרק זה.

2. נתונה סדרה הנדסית בת $2n$ איברים.

נתון כי סכום הסדרה גדול פי 5 מסכום האיברים במקומות האי זוגיים.

א. חשב את מנת הסדרה.

נתון כי בסדרה יש 3 איברים עוקבים שמכפלתם שווה ל- 1.

ב. (1) הראה כי קיים איבר בסדרה שערכו שווה ל- 1.

(2) האם ייתכן כי האיבר הראשון בסדרה שווה ל- 1? נמק.

נתון כי האיבר הרביעי בסדרה שווה ל- 4. סכום 2 האיברים האחרונים בסדרה הוא 1,280.

ג. מצא את מספר האיברים בסדרה.

3. בעיר גדולה נערך מבחן לכל תלמידי התיכון.

37% מן התלמידים שניגשו למבחן נעזרו בחבריהם כדי להתכונן למבחן.

$\frac{35}{37}$ מהם עברו את המבחן.

מספר התלמידים שלא נעזרו בחבריהם ולא עברו את המבחן קטן פי 5 ממספר התלמידים שנעזרו בחבריהם ועברו את המבחן.

א. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן, והתברר שהוא לא עבר את המבחן. מהי ההסתברות שהוא נעזר בחבריו?

ב. יעל והדס ניגשו למבחן. ידוע שיעל נעזרה בחבריה כדי להתכונן למבחן, והדס לא נעזרה בחבריה כדי להתכונן למבחן.

האם ההסתברות שיעל עברה את המבחן גבוהה מההסתברות שהדס עברה את המבחן? נמק.

ג. בחרו באקראי 6 תלמידים שניגשו למבחן.

מהי ההסתברות שבדיוק שליש מהם לא נעזרו בחבריהם ועברו את המבחן?

ד. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן.

מהי ההסתברות שהוא מקיים לפחות אחת משתי הטענות I – II:

I) התלמיד נעזר בחבריו.

II) התלמיד לא עבר את המבחן.

3.3.25

<u>פרק שלישי גאומטריה וטריגונומטריה במישור</u>

בחרו שאלה אחת מפרק זה.

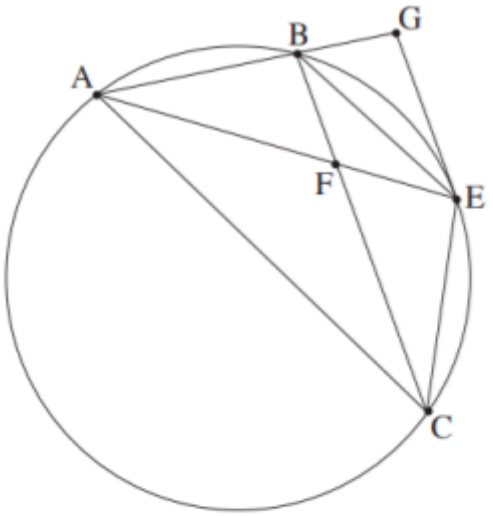
4. הנקודות A, B ו־C נמצאות על מעגל.

נקודה E היא אמצע הקשת BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

בנקודה E מעבירים משיק למעגל.

המשיק חותך את המשך המיתר AB בנקודה G.

המיתרים AE ו־BC נחתכים בנקודה F.



א. הוכיחו: $\Delta ACE \sim \Delta AEG$.

נתון: $AG = 6$, $AE = 3\sqrt{6}$.

ב. חשבו את אורך המיתר AC.

ג. הוכיחו: $BC \parallel GE$.

נתון: שטח המשולש ABF גדול פי 2 משטח המשולש BFE.

ד. חשבו את אורך המיתר AB.

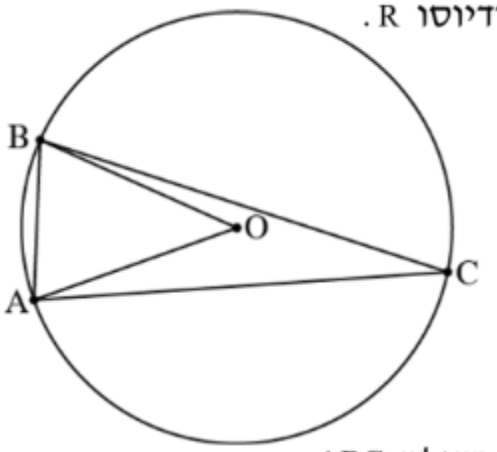
ה. מהו היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש AFC? נמקו את תשובתכם.

5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

נתון כי $\sphericalangle BAC = 80°$.

נסמן את הזווית AOB ב־α,

ואת הצלע AB ב־k.



א. הוכח כי $\cos\alpha = 1 - \frac{k^2}{2R^2}$.

נתון כי $k = \frac{3}{4}R$.

ב. הבע באמצעות R (בלבד) את שטח המשולש ABC.

נסמן ב־r את רדיוס המעגל החסום במשולש AOB.

ג. חשב את היחס $\frac{R}{r}$. בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

<u>פרק רביעי חדו"א</u>

בחרו שאלה אחת מפרק זה.

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{(x^3-m)^2}$, m הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=(-1)$.

ב. מצא את הערך של m .

הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של m שמצאת, וענה על הסעיפים ג–ה.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)=k\cdot f(x)$, k הוא פרמטר שלילי.

(1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) דרך נקודת הקיצון השמאלית של $g(x)$ מעבירים אנך לציר ה־ x .

נתון כי השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ x הוא 1 (השטח שמימין לאנך).

מצא את הערך של k .

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{2(\cos x)^2+\sin 2x}{2\cos x}$ בתחום $0\le x\le 2\pi$.

א. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) הסבירו מדוע לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה- x.

(3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ב. **(1)** הראו כי לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$

מתקיים $f'(x)=\cos x-\sin x$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$,

וקבעו את סוגן.

ג. **(1)** סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

(2) k הוא מספר.

מְצאו את כל ערכי k שבעבורם יש למשוואה $f(x)=k$

פתרון יחיד (בתחום $0\le x\le 2\pi$).

ד. חַשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי שני הישרים $x=\frac{3}{4}\pi$ ו- $x=\frac{5}{4}\pi$.

8. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^3$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

א. **(1)** מִצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- x .

נתון כי שיעור ה- x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה- x של נקודות החיתוך של הפונקצייה $f(x)$ עם הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A . t הוא פרמטר.

ב. הַביעו באמצעות t את אורך הקטע AB .

ג. הנקודה O היא ראשית הצירים.

מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB .

ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר אורך הקטע AB הוא מקסימלי?

נמקו את התשובה.