№1. Сколько различных решений имеет уравнение $J \wedge \neg K \wedge L \wedge \neg M \wedge (N \vee \neg N) = 0$, где J, K, L, M, N — логические переменные?
В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений J, K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение.

Выражение $(N \vee \neg N)$ истинно при любом N, поэтому
$J \wedge \neg K \wedge L \wedge \neg M = 0$.
Применим отрицание к обеим частям логического уравнения и используем закон де Моргана $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$. Получим
$\neg J \vee K \vee \neg L \vee M = 1$.
Логическая сумма равна 1, если хотя бы одно из составляющих ее высказываний равно 1. Поэтому полученному уравнению удовлетворяют любые комбинации логических переменных кроме случая, когда все входящие в уравнение величины равны 0. Каждая из 4 переменных может быть равна либо 1, либо 0, поэтому всевозможных комбинаций $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Следовательно, уравнение имеет $16 - 1 = 15$ решений.
Осталось заметить, что найденные 15 решений соответствуют любому из двух возможных значений логической переменной N, поэтому исходное уравнение имеет 30 решений.

№2. Сколько различных решений имеет уравнение
$((J \to K) \to (M \wedge N \wedge L)) \wedge ((J \wedge \neg K) \to \neg (M \wedge N \wedge L)) \wedge (M \to J) = 1$
где J, K, L, M, N – логические переменные?
В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений J, K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение.

Используем формулы $A \to B = \neg A \vee B$ и $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
Рассмотрим первую подформулу:
$(J \to K) \to (M \wedge N \wedge L) = \neg(\neg J \vee K) \vee (M \wedge N \wedge L) = (J \wedge \neg K) \vee (M \wedge N \wedge L)$
Рассмотрим вторую подформулу
$(J \wedge \neg K) \to \neg(M \wedge N \wedge L) = \neg(J \wedge \neg K) \vee \neg(M \wedge N \wedge L) = (\neg J \vee K) \vee \neg M \vee \neg N \vee \neg L$
Рассмотрим третью подформулу
1) $M \to J = 1$ следовательно,
а) $M = 1$ $J = 1$
$(J \wedge \neg K) \vee (M \wedge N \wedge L) = (1 \wedge \neg K) \vee (1 \wedge N \wedge L) = \neg K \vee N \wedge L$;
$(0 \vee K) \vee 0 \vee \neg N \vee \neg L = K \vee \neg N \vee \neg L$;
Объединим:
$\neg K \vee N \wedge L \wedge K \vee \neg N \vee \neg L = 0 \vee L \vee 0 \vee \neg L = L \vee \neg L = 1$ следовательно, 4 решения.
б) $M = 0$ $J = 1$
$(J \wedge \neg K) \vee (M \wedge N \wedge L) = (1 \wedge \neg K) \vee (0 \wedge N \wedge L) = \neg K$;

$(\neg J \lor K) \lor \neg M \lor \neg N \lor \neg L = (0 \lor K) \lor 1 \lor \neg N \lor \neg L = K \lor 1 \lor \neg N \lor \neg L$

Объединим:

$K \lor 1 \lor \neg N \lor \neg L \land \neg K = 1 \lor \neg N \lor \neg L$ следовательно, 4 решения.

в) $M = 0$ $J = 0$.

$(J \land \neg K) \lor (M \land N \land L) = (0 \land \neg K) \lor (0 \land N \land L) = 0$.

$(\neg J \lor K) \lor \neg M \lor \neg N \lor \neg L = (1 \lor K) \lor 1 \lor \neg N \lor \neg L$.

Ответ: 4 + 4 = 8.

№3. Сколько различных решений имеет уравнение

$((K \lor L) \to (L \land M \land N)) = 0$

где K, L, M, N – логические переменные? В Ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Решение.

Перепишем уравнение, используя более простые обозначения операций:

$((K + L) \to (L \cdot M \cdot N)) = 0$

1) из таблицы истинности операции «импликация» (см. первую задачу) следует, что это равенство верно тогда и только тогда, когда одновременно

$K + L = 1$ и $L \cdot M \cdot N = 0$

2) из первого уравнения следует, что хотя бы одна из переменных, K или L, равна 1 (или обе вместе); поэтому рассмотрим три случая

3) если $K = 1$ и $L = 0$, то второе равенство выполняется при любых M и N; поскольку существует 4 комбинации двух логических переменных (00, 01, 10 и 11), имеем 4 разных решения

4) если $K = 1$ и $L = 1$, то второе равенство выполняется при $M \cdot N = 0$; существует 3 таких комбинации (00, 01 и 10), имеем еще 3 решения

5) если $K = 0$, то обязательно $L = 1$ (из первого уравнения); при этом второе равенство выполняется при $M \cdot N = 0$; существует 3 таких комбинации (00, 01 и 10), имеем еще 3 решения

6) всего получаем 4 + 3 + 3 = 10 решений.

Ответ: 10

№4. Сколько различных решений имеет уравнение $(K \land L) \lor (M \land N) = 1$ где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

Решение.

Выражение истинно в трех случаях, когда $(K \land L)$ и $(M \land N)$ равны соответственно 01, 11, 10.

1) "01" $K \land L = 0$; $M \land N = 1$, => M, N равны 1, а K и L любые, кроме как одновременно 1. Следовательно, 3 решения.

2) "11" $K \land L = 1$; $M \land N = 1$. => 1 решение.

3) "10" $K \wedge L = 1$; $M \wedge N = 0$. => 3 решения.
Ответ: 7.

№5. Сколько различных решений имеет уравнение $(K \vee L) \wedge (M \vee N) = 1$ где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

Решение.

Логическое И истинно только в одном случае: когда все выражения истинны.
$K \vee L = 1$, $M \vee N = 1$.
Каждое из уравнений дает по 3 решения.
Рассмотрим уравнение $A \wedge B = 1$ если и A и B принимают истинные значения в трех случаях каждое, то в целом уравнение имеет 9 решений.
Ответ: 9.