3. أثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة 2 مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

4. حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) في المجال $]0;+\infty[$.

التمرين الأول : حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التفاضلية التالية :

(1) $\begin{cases} 3y'+y=0 \\ f(0)=e \end{cases}$ (2) $\begin{cases} y'-3y=2 \\ f(1)=\dfrac{1}{3} \end{cases}$ (3) $\begin{cases} y'=-3y+1 \\ f(1)=0 \end{cases}$

التمرين الثاني : حل في $\mathbb{R}$ المعادلات ما يلي :

(1) $\ln(x-3)=2$ (2) $\ln(x^2+2)=\ln(3x)$ (3) $3(\ln x)^2-2\ln x-1=0$

(4) $x\ln x-x\geq 0$ (5) $\ln(x^2+2)>\ln(3x)$ (6) $(\ln x)^2-1\leq 0$

التمرين الثالث : أحسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x\ln x}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\ln x)$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(1-\dfrac{1}{x}\right)$

4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}$ 5) $\lim\limits_{x\to+\infty}((2x+1)-\ln(x-1))$

التمرين الرابع : (الهدف من هذا التمرين هو دراسة الدالة f)

4. إستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

5. تحقق أن $0,56<\alpha<0,57$

الجزء الثاني :

1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 ، $+\infty$

2) بين أن $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ ومثل جدول تغيراتها .

3) بين أن $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}+\ln\dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصر لـ $f(\alpha)$.

4) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5) أرسم (C_f)

التمرين الخامس :

الجزء 1 : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2-2\ln x$

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة g .
2. إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء 2 : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{1+\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ ، ثم أكتب معادلة المماس (Δ) .

5. أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2}<\alpha<1$
6. أثبت أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها .
7. أنشئ (C_f) و (Δ) .
8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x+m$.

الأستاذ : دهيم أسامة

5. أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (D) ، يطلب كتابة معادلة (T)
6. برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,34<\alpha<0,35$.
7. أرسم (C_f) و (D) و (T)

التمرين السادس :

❖ نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+3x-2(\ln x)^2$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الأول :

نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ $h(x)=xe^x-1$

1. أحسب نهاية الدالة h عند $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .
3. بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من $[0,5;1]$ حيث $h(\alpha)=0$

التمرين السابع :

❶ g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln(x)$.

1) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
2) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x فإن : $g(x)\geq\frac{1}{2}$.

❷ f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x فإن : $f'(x)=\frac{1+g(x)}{x^2}$.
2. أدرس تغيرات الدالة f . و شكل جدول تغيراتها .
3. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x\right]$. فسر النتيجة هندسيا .
4. عين x_0 فاصلة النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس (Δ) موازيا للمستقيم

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$

1. احسب نهاية الدالة f عند 0 ، $+\infty$.
2. أحسب $f'(x)$ ، $f''(x)$.

❖ نعتبر الدالة g المعرفة على $]0\ ;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-1+\ln x$

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات)

2) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد من $[1;2]$ بحيث $g(\alpha)=0$.

3) تحقق أن $1,2<\alpha<1,3$.

4) إستنتج إشارة $g(x)$ على $]0\ ;+\infty[$

5) بين أن $f''(\alpha)=0$ ، ثم أثبت أن $f''(x)>0$ يكافئ $g(x)>0$.

6) إستنتج إشارة $f''(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f'

7) بين أن $f'(\alpha)=\frac{4\alpha^2+3\alpha-4}{\alpha}$ ثم استنتج أن $f'(\alpha)>0$.

(إرشاد: الدالة $x\mapsto\frac{4x^2+3x-4}{x}$ متزايدة تماما على المجال $]0\ ;+\infty[$)

8) إستنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $]0\ ;+\infty[$.

9) أحسب $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ ، فسر النتيجة بيانيا

10) بإستخدام حصر α في السؤال (3) واتجاه تغير الدالة f أعط حصر لـ: $f(\alpha)$

11) أرسم (C_f) علما أن $f(0,43)\approx 0$ و النقطة $(\alpha\ ;f(\alpha))$ نقطة انعطاف.