[redacted]

**.3** أثبت أن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $2$ ... مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$

**.4** حدد وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(D)$ في المجال $]0;+\infty[$ .

## التمرين الأول : حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التفاضلية التالية :

$(1)$ $\begin{cases} 3y' + y = 0 \\ f(0) = e \end{cases}$ $(2)$ $\begin{cases} y' - 3y = 2 \\ f(1) = \dfrac{1}{3} \end{cases}$ $(3)$ $\begin{cases} y' = -3y + 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$

## التمرين الثاني : حل في $\mathbb{R}$ المعادلات ما يلي :

$(1)$ $\ln(x-3) = 2$ $(2)$ $\ln(x^2+2) = \ln(3x)$ $(3)$ $3(\ln x)^2 - 2\ln x - 1 = 0$

$(4)$ $x\ln x - x \geq 0$ $(5)$ $\ln(x^2+2) \succ \ln(3x)$ $(6)$ $(\ln x)^2 - 1 \leq 0$

## التمرين الثالث : أحسب النهايات التالية :

$(1$ $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \dfrac{1}{x \ln x}$ $(2$ $\lim\limits_{x \to +\infty} (x - \ln x)$ $(3$ $\lim\limits_{x \to +\infty} x \ln\left(1 - \dfrac{1}{x}\right)$

$(4$ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x}$ $(5$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \left((2x+1) - \ln(x-1)\right)$

## التمرين الرابع : (الهدف من هذا التمرين هو دراسة الدالة $f$ )

**.4** إستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

**.5** تحقق أن $0,56 < \alpha < 0,57$

### الجزء الثاني :

**(1** أحسب نهايتي الدالة $f$ عند $0$ ، $+\infty$

**(2** بين أن $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ ومثل جدول تغيراتها .

**(3** بين أن $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha} + \ln\dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصر لـ $f(\alpha)$ .

**(4** أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

**(5** أرسم $(C_f)$

## التمرين الخامس :

**الجزء 1 :** نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 2\ln x$

.1 أدرس اتجاه تغيرات الدالة $g$ .

.2 إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

**الجزء 2 :** نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{1+\ln x}{x}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ ، ثم أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ .

**.5** أثبت أن $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ حيث $\frac{1}{2}<\alpha<1$

**.6** أثبت أن $(C_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها .

**.7** أنشئ $(C_f)$ و $(\Delta)$ .

**.8** ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد نقاط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x+m$ .

**الأستاذ :** دهيم أسامة

**.5** أثبت أنه توجد نقطة وحيدة $B$ للمنحنى $(C_f)$ يكون المماس $(T)$ عندها موازي للمستقيم $(D)$ ، يطلب كتابة معادلة $(T)$

**.6** برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0,34<\alpha<0,35$ .

**.7** أرسم $(C_f)$ و $(D)$ و $(T)$

## التمرين السادس :

❖ نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0\ ;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+3x-2(\ln x)^2$

$f(x)=e^x-\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

## الجزء الأول :

نعتبر الدالة $h$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ $h(x)=xe^x-1$

**.1** أحسب نهاية الدالة $h$ عند $+\infty$ .

**.2** أدرس اتجاه تغير الدالة $h$ وشكل جدول تغيراتها .

**.3** بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha$ من $[0,5;1]$ حيث $h(\alpha)=0$

## التمرين السابع :

❶ $g$ دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln(x)$ .

**(1** أدرس تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

**(2** إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $x$ فإن : $g(x)\geq\frac{1}{2}$ .

❷ $f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{\ln x}{x}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$ .

**.1** أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $x$ فإن : $f'(x)=\frac{1+g(x)}{x^2}$ .

**.2** أدرس تغيرات الدالة $f$ . و شكل جدول تغيراتها .

**.3** أحسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x\right]$ . فسر النتيجة هندسيا .

**.4** عين $x_0$ فاصلة النقطة $A$ من $(C_f)$ التي يكون عندها المماس $(\Delta)$ موازيا للمستقيم

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$

1. احسب نهاية الدالة $f$ عند $0$ ، $+\infty$ .
2. أحسب $f'(x)$ ، $f''(x)$ .

❖ نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0\ ;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-1+\ln x$

1) أدرس إتجاه تغير الدالة $g$ وشكل جدول تغيراتها ( لا يطلب حساب النهايات )
2) بين أنه يوجد عدد حقيقي $\alpha$ وحيد من $[1;2]$ بحيث $g(\alpha)=0$ .
3) تحقق أن $1,2<\alpha<1,3$ .
4) إستنتج إشارة $g(x)$ على $]0\ ;+\infty[$
5) بين أن $f''(\alpha)=0$ ، ثم أثبت أن $f''(x)>0$ يكافئ $g(x)>0$ .
6) إستنتج إشارة $f''(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة $f'$
7) بين أن $f'(\alpha)=\frac{4\alpha^2+3\alpha-4}{\alpha}$ ثم استنتج أن $f'(\alpha)>0$ .

( إرشاد: الدالة $x\mapsto\frac{4x^2+3x-4}{x}$ متزايدة تماما على المجال $]0\ ;+\infty[$ )

8) إستنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ على $]0\ ;+\infty[$ .
9) أحسب $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ ، فسر النتيجة بيانيا
10) بإستخدام حصر $\alpha$ في السؤال (3) واتجاه تغير الدالة $f$ أعط حصر لـ: $f(\alpha)$
11) أرسم $(C_f)$ علما أن $f(0,43)\approx 0$ و النقطة $(\alpha\ ;f(\alpha))$ نقطة انعطاف.