

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN
U.E.P. INSTITUTO ELECTRON SAN BERNARDINO
CARACAS DISTRITO CAPITAL
GUÍA #1 DE MATEMÁTICAS 2do AÑO PRIMER MOMENTO
PROFESORA: BETSY CARREÑO

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS (Z)

El conjunto de los números enteros (**Z**) está formado por la unión de los números enteros positivos, los números enteros negativos, el cero y se representa de la siguiente manera:

$$\mathbf{Z} = \{ \dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}.$$

El conjunto de los números enteros contiene a los siguientes subconjuntos:

❖ **Enteros Positivos (Z^+)** : se representa con Z^+ , lo compone los números naturales
 $Z^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

❖ **Enteros Negativos (Z^-)**: se representa con Z^- , lo componen los enteros que tienen signo negativo (-).
 $Z^- = \{ \dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1 \}$

❖ **Enteros Positivos y Negativos sin el Cero**: se representa con Z^* y está compuesto por todos los enteros excepto el cero
 $Z^* = \{ \dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots \}$

VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO

Geométricamente, el valor absoluto de un número a es la distancia que hay desde el cero (0) hasta ese número. Se denota como $|a|$.

En conclusión el valor absoluto de un número a se define así:

$$|a| = a, \text{ si } a > 0, |a| = -a, \text{ si } a < 0, |a| = 0, \text{ si } a = 0$$

Ejem: $|8| = 8$; $|-2| = -(-2) = 2$ y $|0| = 0$.

ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Una ecuación con valor absoluto es una igualdad en la que se desconoce un término llamado incógnita, el cual está expresado como un valor absoluto. Estas ecuaciones siempre tienen dos posibles soluciones, ejem:

Si $|X| = 10$, ¿cuánto vale X ?

Se buscan los números que satisfacen la igualdad, como $|10| = 10$ y $|-10| = 10$ entonces $X = 10$ ó $X = -10$

ORDEN EN Z

Para comparar dos números enteros a y b y ordenarlos, se toman en cuenta sus signos y se aplica la siguiente regla según sea el caso:

- ❖ Si a y b son positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto, ejem: $4 > 2$ porque $|4| > |2|$.
- ❖ Si a es positivo y b negativo, a siempre es mayor, ejem: $30 > -77$
- ❖ Si a y b son negativos es mayor el que tiene menor valor absoluto, ejem :
 $-7 > -12$ porque $|-7| < |-12|$

- ❖ El cero (0) es mayor que cualquier entero negativo y menor que cualquier entero positivo.

OPERACIONES EN $\mathbf{Z}$

OPERACIÓN	EJEMPLOS	REGLAS DE LOS SIGNOS PARA TODO a y $b \in \mathbf{Z}$
ADICIÓN	$* (-2) + (-5) = -(2+5) = -7$ $* (+16) + (+12) = + (16+12) = 28$	Signos iguales se suman y el resultado tiene el signo en común.
	$* (+25) + (-3) = + (25-3) = 22$ $* (-32) + (+4) = - (32-4) = -28$	Signos diferentes se restan y el resultado tiene el signo del número mayor.
SUSTRACCIÓN	$* (-6) - (+3) = (-6) + (-3) = -9$ $* 12 - (-5) = 12 + 5 = 17$	El signo menos antes del paréntesis indica que todo número dentro del mismo paréntesis cambia de signo
MULTIPLICACIÓN	$* (+3) \cdot (+5) = 15$ $* (-5) \cdot (+1) = -5$ $* (+35) \cdot (-2) = -70$ $* (-10) \cdot (-4) = 40$	$(+) \cdot (+) = +$ $(-) \cdot (+) = -$ $(+) \cdot (-) = -$ $(-) \cdot (-) = +$
DIVISIÓN	$* (+25) \div (+5) = 5$ $* (-150) \div (-1) = 150$ $* (+26) \div (-13) = -2$ $* (-100) \div (+4) = -25$	$(+) \div (+) = +$ $(-) \div (+) = -$ $(+) \div (-) = -$ $(-) \div (-) = +$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y MULTIPLICACIÓN

PROPIEDADES	ADICIÓN DEFINICIÓN	MULTIPLICACIÓN DEFINICIÓN
CONMUTATIVA	Sí a y $b \in \mathbf{Z}$, entonces $a + b = b + a$ Ejem: $(-512) + 92 = 92 + (-512) = 420$	Sí a y $b \in \mathbf{Z}$, entonces $a \cdot b = b \cdot a$ Ejem: $(-37) \cdot 5 = 5 \cdot (-37) = (-185)$
ASOCIATIVA	Sí a, b y $c \in \mathbf{Z}$, entonces $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$ Ejem: $(9 + (-10)) + (-5) = (-1) + (-5) = -6$ $9 + (-10 + (-5)) = 9 + (-15) = -6$	Sí a, b y $c \in \mathbf{Z}$, entonces $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ Ejem: $(-5 \cdot 7) \cdot (-4) = (-35) \cdot (-4) = 140$ $(-5) \cdot (7 \cdot (-4)) = (-5) \cdot (-28) = 140$

ELEMENTO NEUTRO	Sí $a \in \mathbb{Z}$, entonces $a + 0 = a$ y $0 + a = a$ El cero (0) es el elemento neutro de la adición	$\forall a \in \mathbb{Z}$, se cumple que $a * 1 = a$
ELEMENTO OPUESTO	Sea $a \in \mathbb{Z}$, se tiene que $-a$ es el opuesto de a pues $a + (-a) = 0$	
FACTOR CERO		El cero es el factor que anula a cualquier número entero, es decir: $a * 0 = 0 * a = 0$
DISTRIBUTIVA		Sí a, b y $c \in \mathbb{Z}$, entonces $a * (b + c) = a*b + a*c$ Ejem: $2 * [(-13) + 7] =$ $(2 * -13) + (2*7) =$ $(-26) + 14 = (-12)$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACION EN Z

PROPIEDAD	DEFINICIÓN	EJEMPLOS
MULTIPLICACION DE POTENCIAS DE IGUAL BASE	$a^m * a^n = a^{m+n}$	$5^3 * 5^2 = 5^{3+2} = 5^5 = 3125$ $(-2^3) * (-2^2) = -2^{3+2} = -$
DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE	Sí $m \geq n$ se tiene que $a^m \div a^n = a^{m-n}$	$3^5 \div 3^2 = 3^{5-2} = 3^3 = 27$ $4^{99} \div 4^{98} = 4^{99-98} = 4^1 = 4$
POTENCIA DE UNA POTENCIA	$[a^m]^n = a^{m*n}$	$(4^3)^2 = 4^{3*2} = 4^6 = 4096$
POTENCIA DE UN PRODUCTO	$(a * b)^n = a^n * b^n$	$(3 * 4)^2 = 3^2 * 4^2 = 9 * 16 =$
POTENCIA DE UN COCIENTE	$(a \div b)^n = a^n \div b^n$	$(90 \div 15)^3 = 90^3 \div 15^3 =$ $729000 \div 3375 = 21$

--	--	--

REDUCCIÓN DE EXPRESIONES ARITMÉTICAS CON POETENCIAS

Las expresiones que aritméticas que combinan , productos, cocientes y potencias de potencias, se pueden simplificar, siempre que sea posible, a modo de reducirlas a expresiones más sencillas aplicando las propiedades de la potenciación.

Una manera de obtener simplificaciones es tratar de que las potencias tengan la misma base. Para ello se descomponen las bases que no sean números primos en el producto de sus actores primos, ejem:

❖ Reducir: $[35^2 * 7^3 * 5^0]^4$ a su mínima expresión.

Procedimiento:

1. Se descomponen en factores primos los números que no lo sean y se sustituyen en la expresión.

$$[35^2 * 7^3 * 5^0]^4 = [(5 * 7)^2 * 7^3 * 5^0]^4$$

2. Se aplica la propiedad de potencia de un producto.

$$= [5^2 * 7^2 * 7^3 * 5^0]^4$$

3. Se aplica la propiedad de potencias de igual base. En este caso se uso en las potencias de base 5 y base 7.

$$= [5^{2+0} * 7^{2+3}]^4 = [5^2 * 7^5]^4$$

4. Se emplea la propiedad potencia de una potencia.

$$[5^{2*4} * 7^{5*4}] = 5^8 * 7^{20}$$

❖ Reducir: $[4^3]^4 * 5^4 * 4^2 * (-2)^3]^4 \div (-2)^5$

Procedimiento:

1. Se emplea la propiedad de potencia de una potencia, primero en los exponentes internos y luego en los externos.

$$[(4^3)^4 * 5^4 * 4^2 * (-2)^3]^4 \div (-2)^5 = [4^{3*4} * 5^4 * 4^2 * (-2)^3]^4 \div (-2)^5$$

$$[4^{12} * 5^4 * 4^2 * (-2)^3]^4 \div (-2)^5 = 4^{12*4} * 5^{4*4} * 4^{2*4} * (-2)^{3*4} \div (-2)^5$$

$$= 4^{48} * 5^{16} * 4^8 * (-2)^{12} \div (-2)^5$$

2. Se aplica la propiedad de potencias de igual base.

$$4^{48+8} * 5^{16} * (-2)^{12} \div (-2)^5 = 4^{56} * 5^{16} * (-2)^{12} \div (-2)^5$$

3. Se usa la propiedad división de potencias de igual base.

$$4^{56} * 5^{16} * (-2)^{12-5} = 4^{56} * 5^{16} * (-2)^7$$

ECUACIONES EN Z

Una ecuación es una igualdad que se cumple para ciertos valores de una o varias incógnitas. Una ecuación de primer grado, con una incógnita puede ser escrita en la forma general $aX + b = c$ donde a , b y c son números enteros y ($a \neq 0$) y X es la incógnita de la ecuación.

Para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita se adiciona, se sustrae, se multiplica o se divide a ambos lados de la igualdad las cantidades que sean necesarias para que la incógnita quede despejada, ejem:

Ejercicio#1

Resolver la ecuación $3X + 1 = X - 5$

Procedimiento:

1. Se agrupan en el primer miembro de la ecuación todos los términos que contienen a la incógnita y el segundo miembro todos los términos constantes

$$3X + 1 = X - 5$$

$$3X + 1 - 1 - X = X - 5 - 1 - X$$

$$3X - X = -5 - 1$$

$$2X = -6$$

2. Se dividen ambos miembros entre 2, pues al dividir $2X \div 2$ el resultado es X y la incógnita queda despejada.

$$2X \div 2 = -6 \div 2$$

$$X = -3$$

Ejercicio #2

Resolver la ecuación $3(X - 1) + 2(X + 2) - 7 = 3(2X + 3) - 4X$

1. Se aplica propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.

$$3X - 3 + 2X + 4 - 7 = 6X + 9 - 4X$$

2. Se agrupan en el primer miembro los términos que contienen la incógnita y en segundo miembro las constantes y se calcula la suma.

$$3X - 3 + 3 + 2X + 4 - 4 - 7 + 7 - 6X + 4x$$

$$= 6X - 6X + 9 - 4X + 4X + 3 - 4 + 7$$

$$3X + 2x - 6X + 4X = 9 + 3 - 4 + 7$$

$$9X - 6X = 19 - 4$$

$$3X = 15$$

3. Se divide ambos miembros entre 3 para despejar incógnita.

$$3X \div 3 = 15 \div 3$$

$$X = 5$$