

SESSION 1996

EPREUVE COMMUNE AUX CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUE
PH-M , PH-P , CH-P , CH-P'

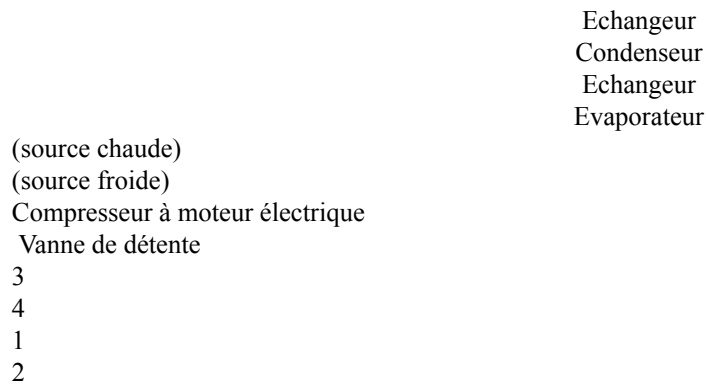
UPS page 147

THERMODYNAMIQUE

Une machine frigorifique est utilisée dans un pays chaud pour maintenir à 0°C un local contenant des denrées périssables. Cette machine contient un fluide frigorigène de type Fréon dont le diagramme Température-Entropie massique ($t - s$) est joint. Le mélange liquide-vapeur est situé dans la zone centrale sous la courbe de saturation. Sur ce diagramme apparaissent les isobares et les isenthalpes.

Cette machine ditherme qui fonctionne en régime permanent échange de la chaleur avec une source chaude à 40°C (atmosphère extérieure) et une source froide à 0°C (local réfrigéré).

Le schéma général de fonctionnement avec sens de circulation du fluide est défini ci-dessous :



Compte tenu du faible débit de Fréon circulant dans les tuyauteries de la machine, les variations d'énergie cinétique seront négligées dans tout le problème.

1.1

Pour une transformation élémentaire d'une masse unité de fluide, on pose :

δw : travail massique total échangé avec l'extérieur,

δq : chaleur massique échangée avec l'extérieur,

h : enthalpie massique.

Montrer que le premier principe de la thermodynamique peut s'écrire : $dh = \delta w' + \delta q$

Donner l'expression de δw en fonction de δw et des variables pression P et volume massique v .

1.2 Lorsque la masse unité, choisie comme système thermodynamique, traverse le compresseur, montrer que la différence entre $w_{1 \rightarrow 2}$ et $w'_{1 \rightarrow 2}$ est égale à $P_1 v_1 - P_2 v_2$, les indices 1 et 2 se rapportant aux conditions d'entrée et de sortie du compresseur.

Quelle est la signification physique de $w'_{1 \rightarrow 2}$?

Cette relation s'appliquera à tous les éléments constitutifs du système.

Dans tout le problème, on supposera que l'état du fluide n'est pas modifié dans les tuyauteries de liaison entre 2 éléments consécutifs.

1.3 Lorsque la masse unité de fluide décrit un cycle, quelle est la relation entre $\sum w'_{\text{cycle}}$ et $\sum w_{\text{cycle}}$?

Dans toute la suite du problème, on adoptera la formulation :

$$\Delta h = w' + q$$

pour étudier l'évolution de la masse unité entre l'entrée et la sortie de chaque élément.

2 . Le cycle décrit par le Fréon présente les caractéristiques suivantes :

- La compression de $\dot{U}$ à $\odot$ est adiabatique et réversible,
- le passage dans les deux échangeurs (condenseur et évaporateur) est isobare (de 2) à 3) et 4) à 1),
- la vanne est considérée comme un tuyau indéformable et ne permettant pas les échanges de chaleur.

2.1 Montrer que dans la vanne de 3 à 4) la détente est isenthalpique.

2.2 Grâce au calcul de la variance lors des changements d'état d'un corps pur dans le condenseur et l'évaporateur, retrouver la propriété remarquable liant les isothermes et les isobares (dans la zone mélange liquide-vapeur).

2. 3 - La température du Fréon lors de l'évaporation dans l'évaporateur est - 10°C.

- La pression de fin de compression en 2) est 15 bars.
- Le point 3) est du liquide saturé.
- La quantité de chaleur échangée dans l'évaporateur avec le local permet une évaporation complète du Fréon venant de 4) et conduit la vapeur de façon isobare jusqu'à la température de - 10°C (point 1), état saturé).

Placer les 4 points du cycle (1), 2), 3), 4)) sur le diagramme joint, y représenter le cycle (diagramme à rendre avec la copie) et déterminer, par lecture et interpolation linéaire sur ce même diagramme, les valeurs de P , t , h , s en ces différents points. Regrouper les résultats dans un tableau.

Si le compresseur était adiabatique mais non réversible, comment se situerait sa température de sortie sous la même pression P_2 par rapport à la température t_2 ?

2. 4 Comment peut-on trouver, de deux façons différentes, sur le diagramme la valeur de la chaleur latente massique l de vaporisation du Fréon à une température t_0 donnée ?

Application numérique :

Si $P_0 = 3$ bars, quelles sont les valeurs de l , et de t_0 ?

Peut-on trouver la valeur de l , t , s au point critique représenté sur le diagramme ? Quelle conclusion peut-on en déduire ?

2, 5 Si au lieu d'évaporer toute la masse de 1 kg définie en 2.4 on ne fait changer d'état qu'une fraction x donnée, comment peut-on trouver le point correspondant au mélange liquide vapeur ainsi obtenu et réciproquement ? x s'appelle le titre en vapeur.

On montrera que x peut s'exprimer en fonction de longueurs mesurées sur le palier de changement d'état à la température considérée.

2. 6 Utiliser les résultats de 2.5 pour calculer le titre x en vapeur du point 4) de la machine frigorifique. Peut-on définir un titre y en liquide ? Quelle est sa valeur en 3) ?

2. 7 En utilisant les résultats de 2.3, calculer les quantités de chaleur massique q_c et q_r échangées par le Fréon avec l'extérieur (q_c est échangée de 2) à 3) et q_r de 4 à 1)

Calculer de même le travail absorbé lors de la compression de 1) à 2) w'_{1-2}

Pourquoi définit-on l'efficacité de la machine frigorifique étudiée par ? La calculer.

Construire sur le diagramme ($t - s$) ci-joint le cycle d'une machine de Carnot frigorifique (2 isothermes et 2 adiabatiques réversibles) qui fonctionnerait entre -10°C et t_3 et qui, pour l'isotherme t_3 décrirait la totalité du palier de liquéfaction. Calculer l'efficacité de la machine de Carnot.

2. 8 Donner l'expression de cp (capacité calorifique massique à pression constante) en un point du domaine vapeur homogène, en fonction des variations élémentaires de T et s (T désigne la température exprimée en Kelvin).

Déterminer l'ordre de grandeur de cp au voisinage du point 1) par lecture sur le diagramme joint.

(Pour cela, on pourra prendre une variation de 10°C autour du point 1) dans le domaine vapeur).

3. Etude d'un effet de séparation des phases et du réchauffage dans le compresseur.

Les questions 3-1 et 3-2 sont indépendantes.

3, 1 Effet d'une détente fractionnée avec séparation des phases liquide et vapeur :

On suppose qu'en 3) au lieu de détendre le Fréon directement de 3) à 4) (de P_3 à P_4) on fait une première détente isenthalpique de P_3 à $P_{3'}$ puis on sépare les phases liquide et vapeur apparues en $3'$. La phase liquide saturée ainsi obtenue à $P_{3'}$, et $t_{3'}$, est alors détendue dans une deuxième vanne isenthalpique jusqu'à P_4 de l'étude précédente, le point obtenu sur le diagramme s'appelle $4'$.

Calculer $P_{3'}$ et lire sur le diagramme $t_{3'}$, les titres en vapeur en $3'$ et en $4'$; en déduire la chaleur q_r de $4'$ à 1).

Dans une machine à séparation de phases, la vapeur saturée obtenue et séparée en $3'$ est réintroduite en cours de compression (nécessité d'un compresseur à 2 étages). Cette opération permet de minimiser le travail absorbé lors de la compression : on admet qu'il est alors égal à 85% du travail calculé à la question 2-7.

Calculer le nouveau coefficient ϵ .

Que peut-on en conclure ?

3 . 2 Effet d'un réchauffage dans le compresseur :

Le Fréon venant du point 1), entre dans l'enceinte contenant le piston, le cylindre, la bielle et le moteur électrique d'entraînement.



De 1 à 1' le Fréon est réchauffé de façon isobare par les pertes effet Joule du moteur électrique d'entraînement, puis, de 1') à 2') comprimé par le piston.

Le point 1) reste le même qu'à la question 2.3, $P_2 = P_2$, $t_2 \neq t_2$.

Déterminer graphiquement et par un procédé itératif les points 1') et 2') sachant que de 1') à 2') on reste adiabatique et sans frottement et que les pertes par effet Joule du moteur électrique sont égales à 20% de l'énergie électrique absorbée.

Calculer w' électrique ainsi que $w'_{1' \rightarrow 2'}$, absorbé par le Fréon lors de la compression en raisonnant sur l'unité de masse.

Le rendement mécanique est égal à 1.

Calculer la puissance électrique du moteur si le débit horaire de Fréon est de $73 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$.

ETUDE DE LA STABILITE D'UNE TOUR OSCILLANTE

Une tour oscillante (ou colonne) destinée au chargement de pétrole en mer, est constituée d'un tube métallique creux ; elle est considérée comme rigide et articulée en son pied sur un massif d'ancrage fixé au sol.

On se limitera à l'étude des oscillations éventuelles dans le plan vertical Ozx . La rotation autour de l'axe fixe Oy se fait sans frottement ; elle est caractérisée par l'angle θ défini sur la figure 1.

Le référentiel R_0 ($Oxyz$) est supposé galiléen.



Données sur la tour oscillante :

- Longueur L , suffisamment grande par rapport à la profondeur H du plan d'eau afin que la tour ne soit jamais complètement immergée en fonctionnement normal.
- Rayon extérieur R , constant et petit devant L .
- Masse m uniformément répartie sur toute la longueur.
- Moment d'inertie I par rapport à l'axe de rotation Oy .

Données sur les effets hydrodynamiques :

- Le plan d'eau subit la propagation d'une houle. Mais pour simplifier le problème, on ne tient pas compte de la hauteur de vague : cela revient à supposer le plan d'eau parfaitement calme. De plus, pour calculer le volume de la carène (partie immergée de la colonne) on prend simplement la longueur moyenne de celle-ci, mesurée sur son axe.

- Au cours des oscillations, l'eau déplacée crée sur la colonne des effets hydrodynamiques. Dans l'équation des oscillations (moment par rapport à l'axe de rotation Oy), on peut en tenir compte sous la forme d'un moment d'inertie supplémentaire qui est loin d'être négligeable devant I . On notera I_T le moment d'inertie "global" à prendre en compte.

- L'effet d'amortissement correspond à une force proportionnelle à la vitesse d'entraînement, soit pour l'élément de longueur de colonne dL se déplaçant à la vitesse dL (β étant un facteur constant considéré comme connu).

- On notera ρ la masse volumique de l'eau de mer.

1. Etude de la position d'équilibre prise par la colonne lorsqu'elle subit en tête un effort horizontal de la part d'un navire à l'amarrage : $= F$ (F positif, constant).

1.1 Faire un bilan complet des efforts agissant sur la colonne. Pour chaque effort, on précisera sa résultante et son point d'application.

1.2 Ecrire une équation permettant de déterminer la position d'équilibre. Cette équation peut se mettre sous la forme :

1.3 Cas particulier où $F = 0$

Préciser la (ou les) position(s) d'équilibre possible. Celle-ci dépend-elle de la hauteur H du bassin, c'est-à-dire de la marée ?

2. Etude des petites oscillations autour de la position verticale ($F = 0$) :

2.1 Ecrire une équation différentielle caractérisant les petites oscillations de la colonne autour de la position verticale. Sa résolution n'est pas demandée.

2.2 En l'absence d'amortissement, la position verticale est-elle toujours stable ? Que peut-on dire lorsque ce n'est pas le cas ?

3. On prend toujours $F = 0$ et on néglige l'amortissement :

3.1 Calculer l'énergie potentielle totale de la colonne pour une inclinaison θ , la position verticale étant prise pour origine.

3.2 En déduire les positions d'équilibre et discuter leur stabilité.

4 . Application numérique :

On prend toujours $F = 0$ et on néglige l'amortissement. On s'intéresse à la position verticale de la tour : on suppose que θ reste très voisin de 0.

La colonne schématisée sur la figure 2 n'a plus une forme aussi simple que précédemment. Sa forme et la répartition des masses ont cependant une parfaite symétrie cylindrique.

On donne :

$m = 20\,200$ tonnes

$OG = 73,7$ m (G est le centre de masse de la colonne)

OC à préciser (C est le centre de carène)

$I_T = 1,66 \cdot 10^{11}$ kg, m²

$H = 142$ m

Pour l'eau de mer $\rho = 10^3$ kg.m⁻³

L'accélération de la pesanteur $g = 9,81$ m.s⁻²

Ecrire l'équation trouvée à la question **2.1** en tenant compte des données.

En déduire la fréquence des oscillations de la colonne.



Figure 2

