

高師大附中111學年度第2學期第3次段考 高二數A試卷

★考試時間80分鐘

一、多選題(共5題, 每題6分, 共30分。每題至少一個選項正確, 全對得6分, 錯一選項得4分, 錯兩選項得2分, 錯三個以上選項或未答題則該題不給分)

1. 設 a, b 為實數, 下列有關三元一次聯立方程式
$$\begin{cases} x+y-3z=2 \\ x+3y+2z=3 \\ ay+bz=1 \end{cases}$$
 的敘述, 何者正確?

- (A) 若 $a=2, b=5$, 則此聯立方程式有解 (B) 若 $5a-2b=0$, 則此聯立方程式有解 (C) 存在不只一組數對 (a, b) 使得此聯立方程式有無限多解 (D) 存在不只一組數對 (a, b) 使得此聯立方程式無解 (E) 若此聯立方程式有無限多解, 則 $(x, y, z) = (7, -2, 1)$ 為其中一組解。

2. 下列各增廣矩陣中, 所代表未知數依序為 x, y, z , 請問哪些聯立方程式恰有一組解?

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & -5 & 0 & 15 \\ 1 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 7 & 9 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -7 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -12 & -28 \end{bmatrix}$

3. 設 A, B 為樣本空間 S 的兩事件, 且 $P(A) = \frac{3}{5}, P(B|A) = \frac{1}{6}, P(A|B) = \frac{2}{7}$, 試問下列敘述哪些正確?

- (A) $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$ (B) $P(B) = \frac{7}{20}$ (C) $P(A'|B) = \frac{5}{7}$ (D) $P(A'|B') = \frac{2}{7}$ (E) A, B 為獨立事件。

4. 設二階實係數方陣 A 代表坐標平面的一個鏡射變換且滿足 $A^3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$; 另設二階實係數方陣 B

代表坐標平面的一個(以原點為中心的)旋轉變換且滿足 $B^3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, 試選出正確的選項。

- (A) $A^2 = I$ (B) $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (C) $B^{-1} = B^5$ (D) $AB = BA$ (E) $ABAB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

5. A 是 2×2 方陣, 設 $A^2 = AA, A^3 = AAA$, 以此類推。已知 $A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, 若有 a, b 使得

$$A^2 \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix},$$

下列敘述何者正確?

(A) $a = -3$ (B) $b = 2$ (C) $A^4 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (D) $A = \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{bmatrix}$ (E) $A^{2023} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

二、填充題A (共5題, 每題6分, 共30分。答案完全正確才給分)

1. 擲一枚均勻的硬幣7次, 在前3次曾經出現正面的條件下, 恰出現5次正面的機率為_____。

2. 某幼兒園小班有男童21人女童14人, 對此35位孩童做血液檢測, 有毒物殘留的共10位。若中毒與否與性別是獨立事件, 則沒有毒物殘留的男童有_____人。

3. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$, 求 $A^{10} =$ _____。

4. 在坐標平面上, $O(0,0), P(2\sqrt{3},1)$, Q 在第一象限, 已知 $\triangle OPQ$ 為直角三角形且 $\angle OPQ = 90^\circ, \angle POQ = 60^\circ$, 則 Q 之坐標為_____。

5. 某工廠有甲、乙二條生產線, 共有700位工人。工作一週後, 依轉調規定: 甲生產線保留 $\frac{1}{3}$ 的工人, 另 $\frac{2}{3}$ 的工人轉調到乙生產線; 乙生產線保留 $\frac{1}{2}$ 的工人, 另 $\frac{1}{2}$ 的工人轉調到甲生產線。雖然每週都這樣作輪調, 但是每條生產線上的工人總數不變, 求甲生產線的工人數_____人。

三、填充題B (共4題, 每題第一小題4分, 第二小題3分, 共28分。答案完全正確才給分)

6. 已知二階方陣 $T = \begin{bmatrix} 3 & a \\ b & 1 \end{bmatrix}$, 把直線 $L: 2x - y = 3$ 變換成另一直線 $L': 6x - 7y = -15$, 則

(1) 數對 $(a,b) =$ _____。

(2) 若平面上三點 $A(199,199)$ 、 $B(197,199)$ 、 $C(198,197)$, 其中 $\square ABC$ 經過方陣 T 的線性變換後得另一三角形 $A'B'C'$, 則 $\square A'B'C'$ 的面積為_____。

7. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, 二階方陣 B 滿足 $PB = AP$ 。

(1) 求二階方陣 B _____。

(2) 求二階方陣 A^4 _____。

8. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$, $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 且存在實數 p 滿足 $A^2 + 4I_2 = pA$ 。

(1) 求 $p =$ _____。

(2) 化簡 $A^4 + A^3 + 5A^2 + 5A + 5I_2 =$ _____。

9. 醫檢學上常用特異性(specificity)與敏感性(sensitivity)來衡量檢測的準確度。特異性是未患病者中採陰(即「真陰性」)的比例; 敏感性則是患病者中採陽(即「真陽性」)的比例。

照往年統計，某地人口有10%的人感染 P 型流感，快篩試劑 H 對 P 型流感的檢驗統計為「特異性」95%，「敏感性」90%。今某人以快篩試劑 H 檢驗，

(1)測出陽性的機率為_____。

(2)測出為陽性，其真正感染 P 型流感的機率為_____。

四、混合題(本大題12分)

學生會期末餐會，家長會長提供3個10萬元大紅包，抽獎方式為依照入場順序，自1紅球9白球的摸彩箱中抽一球，每球被抽到機會均等，每次取後放回，抽到紅球就得獎，直到3個大紅包都送出為止。

1.下列敘述正確請寫○，錯誤請寫×。(本題4分，各選項答對得1分，答錯倒扣1分，不答不給分也不扣分，倒扣至本題0分為止)

(A)阿仁說：跑快一點，搶在前三個進場中獎機會比較高。

(B)「阿義說：我昨天有拜財神，今天一定會中獎。」這是主觀機率。

(C)阿禮說：有可能紅包都沒送出耶。

(D)阿智說：前三個進場的人把三包紅包都抽走的機率小於 $\frac{1}{1000}$ 。

2.若第五個進場的人正好是第二個中獎者的機率為 $\frac{x}{100000}$ ，則 $x = ?$ (本題4分，無計算過程不給分)

3.在第四個人能抽獎的條件下，第五個還能抽獎的機率為何？(本題4分，無計算過程不給分)

【試題結束】

高師大附中111學年度第2學期第3次段考 高二數A答案卷

高二 班 號 姓名

一、多選題(共5題, 每題6分, 共30分。每題至少一個選項正確, 全對得6分, 錯一選項得4分, 錯兩選項得2分, 錯三個以上選項或未答題則該題不給分)

1	2	3	4	5

二、填充題A (共5題, 每題6分, 共30分。答案完全正確才給分)

1	2	3	4	5

三、填充題B (共4題, 每題第一小題4分, 第二小題3分, 共28分。答案完全正確才給分)

填 答 時 請 看 清 題 號	6.(1)	7.(1)	8.(1)	9.(1)
	6.(2)	7.(2)	8.(2)	9.(2)

四、混合題(共12分。每小題4分, 第2,3小題需寫出計算過程否則不給分)

1. (本題4分, 各選項答對得1分, 答錯倒扣1分, 不答不給分也不扣分, 倒扣至本題0分為止)

(A)	(B)	(C)	(D)
-----	-----	-----	-----

2.

3.

高師大附中111學年度第2學期第3次段考 高二數A答案卷

高二 班 號 姓名

- 1、 多選題(共5題, 每題6分, 共30分。每題至少一個選項正確, 全對得6分, 錯一選項得4分, 錯兩選項得2分, 錯三個以上選項或未答題則該題不給分)

1	2	3	4	5
ADE	BC	ABC	ACE	ADE

- 二、填充題A (共5題, 每題6分, 共30分。答案完全正確才給分)

1	2	3	4	5
$\frac{3}{16}$	15	$\begin{bmatrix} 1024 & 0 \\ 0 & 1024 \end{bmatrix}$	$(\sqrt{3}, 7)$	300

- 三、填充題B (共4題, 每題第一小題4分, 第二小題3分, 共28分。答案完全正確才給分)

填 答 時 請 看 清 題 號	6.(1)	7.(1)	8.(1)	9.(1)
	(2,4)	$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	-1	0.135
	6.(2)	7.(2)	8.(2)	9.(2)
	10	$\begin{bmatrix} 146 & 65 \\ -130 & -49 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -11 & -8 \\ 20 & 9 \end{bmatrix}$	$\frac{2}{3}$

- 四、混合題(共12分。每小題4分, 第2,3小題需寫出計算過程否則不給分)

1. 正確請寫○, 錯誤請寫×。(本題4分, 各選項答對得1分, 答錯倒扣1分, 不答不給分也不扣分, 倒扣至本題0分為止)

(A)	(B)	(C)	(D)
○	○	○	×

2. $\left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{9}{10}\right)^3 \cdot C_1^4 \cdot \left(\frac{1}{10}\right) = \frac{2916}{100000}$, 故 $x = 2916$

3. 第四人能抽獎機率 $\left(\frac{9}{10}\right)^3 + \left(\frac{9}{10}\right)^2 \left(\frac{1}{10}\right) \cdot C_1^3 + \left(\frac{9}{10}\right)\left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot C_1^3 = \frac{999}{1000}$

第四、第五人都能抽獎機率 $\left(\frac{9}{10}\right)^3 + \left(\frac{9}{10}\right)^2 \left(\frac{1}{10}\right) \cdot C_1^3 + \left(\frac{9}{10}\right)\left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot C_1^3 \cdot \left(\frac{9}{10}\right) = \frac{9963}{10000}$, 故 $\frac{9963}{9990} = \frac{1107}{1110}$