

FORÇA DE ARRASTO NUM FLUIDO: VISCOSÍMETRO DE STOKES

Introdução

Quando uma esfera se move verticalmente, com velocidade constante no interior de um fluido viscoso em repouso, a força peso é contrabalançada pela soma da força de empuxo e a força de arrasto, ou seja:

$$P = F_D + E \quad (1)$$

onde o empuxo é dado por:

$$E = \rho g V \quad (2),$$

sendo a aceleração da gravidade dada por $(9,81 \pm 0,05) \text{ m/s}^2$. A força de arrasto, ou força resistente, sobre uma esfera foi estudada por Newton, que obteve uma equação geral para esta força que atua sobre um projétil que se move em um fluido:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \quad (3)$$

onde C_d é o coeficiente de arrasto, ρ é a densidade do fluido, v é a velocidade relativa entre o projétil e o fluido e A é a área de seção transversal do objeto, medida perpendicularmente ao seu movimento no interior do fluido. O coeficiente de arrasto C_d depende tanto da velocidade do projétil em relação ao fluido quanto do seu formato tridimensional.

O número de Reynolds Re é definido como a razão entre as forças inerciais e as forças viscosas que atuam sobre o projétil, e pode ser expresso como:

$$R_e = \frac{vL\rho}{\eta} \quad (4),$$

onde L é alguma dimensão característica do projétil (ex.: diâmetro, no caso de uma esfera), v é a velocidade do projétil em relação ao fluido e η é a viscosidade do fluido. O coeficiente de arrasto C_d pode ser expresso em termos do número de Reynolds, mas essa relação depende do regime de movimento (como a intensidade da turbulência no meio). Em 1851, George Stokes obteve uma relação entre Re e C_d para uma esfera quando $Re < 1$, permitindo escrever a expressão geral de Newton, eq. (2), para esse caso particular, na forma:

$$F_D = 3\pi\eta dv \quad (5),$$

Onde d é o diâmetro da esfera. Logo, com essa expressão podemos obter a viscosidade do fluido a partir de grandezas facilmente mensuráveis, quais sejam, a força de arrasto (F_d), o diâmetro da esfera (d) e a sua velocidade em relação ao fluido (v).

Mas, o valor da viscosidade encontrado a partir da eq. (5) ainda não é a adequada, e esse fato é devido ao fato de a velocidade de escoamento de um fluido em um tubo não ser a mesma em qualquer ponto da espessura do tubo. A viscosidade do fluido produz estagnação do fluido próximo às paredes. Dessa forma, a maior velocidade de escoamento se dá no eixo central do tubo. Quando uma esfera desce pelo tubo, sofrerá o chamado efeito de parede: a proximidade das paredes produz uma frenagem na esfera. Podemos corrigir a viscosidade obtida pelos efeitos de parede usando o termo de correção proposto por Faxén¹, descrito na eq. (6).

$$\eta_{\text{corrigido}} = \eta_{\text{observado}} \times \left[1 - 2,104 \left(\frac{d}{D} \right) + 2,09 \left(\frac{d}{D} \right)^3 - 0,95 \left(\frac{d}{D} \right)^5 \right] \quad (6),$$

onde D é o diâmetro interno do tubo.

Objetivos

Determinar experimentalmente o coeficiente de viscosidade de um fluido utilizando-se de um viscosímetro de Stokes.

Materiais

- Cronômetro digital;
- Esferas de aço;
- Ímãs;
- Viscosímetro de Stokes, constituído de: painel sustentador vertical graduado; fixadores e mufas de encaixe; tubo de vidro longo vertical; líquido a ser analisado.

Métodos

- a) Posicione o primeiro sensor imediatamente abaixo do nível do líquido a ser estudado no tubo. Posicione os outros sensores ao longo do tubo do viscosímetro. Meça a distância entre o primeiro sensor e os demais (4 vezes) e anote sua incerteza instrumental. Esta medida é a altura percorrida (h) pela esfera;
- b) Escolha uma esfera de aço e meça seu diâmetro (4 vezes) e anote sua incerteza instrumental;
- c) Meça o tempo de queda da esfera entre o primeiro sensor e os demais (4 vezes) e anote sua incerteza instrumental;

- d) Reposicione os sensores (mantenha o primeiro) para coletar novas medidas de h . Não esqueça de considerar o ponto mais baixo do tubo (o mais próximo ao final do tubo);
- e) Monte o gráfico h vs Δt e analise para determinar o intervalo de h que seja linear;
- f) Posicione os sensores dentro deste intervalo de altura de tal forma que o primeiro e último sensor estejam afastados o máximo possível um do outro. Meça esse intervalo (4 vezes) e anote sua incerteza instrumental;
- g) Meça o diâmetro interno do tubo (4 vezes) e anote sua incerteza instrumental;
- h) Abandone a esfera no topo do tubo e registre o tempo que esta demora a percorrer a altura entre o primeiro e último sensores (4 vezes) e anote a sua incerteza instrumental;
- i) Repita todo o procedimento acima para uma esfera de tamanho diferente.

Apresentação de resultados

- a) Calcule as médias, e as respectivas incertezas, das grandezas medidas;
- b) Calcule o volume de cada esfera, utilizando a média do diâmetro obtido. Calcule também seu peso, sabendo que a densidade do aço é de $7,85 \text{ g/cm}^3$. Propague as respectivas incertezas;
- c) Calcule o empuxo sobre a esfera quando totalmente imersa no líquido utilizando a eq. (2), e propague sua incerteza. Use $\rho = (1,261 \pm 0,001) \text{ g/cm}^3$ para a densidade da glicerina, e $\rho = (1,126 \pm 0,001) \text{ g/cm}^3$ para a densidade do tri-etanol-amina à 25°C ;
- d) Calcule a velocidade média de queda da esfera, dividindo a média da distância percorrida pela média do tempo gasto para percorrê-la. Propague também sua incerteza;
- e) Obtenha a viscosidade do fluido utilizando a eq. (5), e propague sua incerteza;
- f) Calcule a viscosidade corrigida utilizando a eq. (6) e o valor da viscosidade observado no item C, e propague sua incerteza;
- g) Refaça todos os cálculos acima para a outra esfera;
- h) Compare os valores de viscosidade corrigidos com o valor de viscosidade fornecido pelos fabricantes (apresentados abaixo) para cada situação. Para isso utilize a equação do erro relativo:

$$e = \frac{(\eta_{\text{teórico}} - \eta_{\text{corrigido}})}{\eta_{\text{teórico}}} \times 100\% \quad (7);$$

- i) Apresente as aproximações e simplificações que foram feitas no experimento e que poderiam explicar parte do erro encontrado.

Discussão

As respostas devem estar respondidas no relatório como texto incluso na introdução ou discussão.

- a) Represente todas as forças existentes em uma esfera que se move verticalmente dentro de um líquido;
- b) Utilizando o guia como referência, por que usamos a eq. (5) ao invés da eq. (3) para obter a viscosidade?
- c) Qual a condição para utilizar-se a eq. (5)? Seus dados experimentais obedecem essa condição?
- d) Qual o efeito associado à eq. (6)? Explique seu conceito;
- e) Comparando os valores de viscosidade calculados utilizando as eq.'s (5) e (6) qual dos dois valores é o melhor? Como você explica isso?

Viscosidade da glicerina = $(0,93 \pm 0,05)$ Pa.s, a 25 °C

Viscosidade do tri-etanol-amina = $(0,59 \pm 0,05)$ Pa.s, a 25 °C