

المتتالية العددية (u_n) ، معرفة على $\mathbb{N}$ حيث $U_0 = 4$ والعلاقة التراجعية: $u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + 4}{4}}$

والمتتالية العددية (v_n) ، معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $v_n = 3u_n^2 - 4$

1. برهن بالتراجع انه، من اجل كل عدد طبيعي $n: 1 \leq u_n \leq 4$

2. اثبت أن (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{4}$

3. حدد اتجاه تغير المتتالية (V_n)

4. اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

5. احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1 (نعتبر، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، كثير الحدود $p(z)$ حيث: $p(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$)

أ) أحسب $p(4)$ ب) بين أن $p(z) = (z-4)(z^2 - 2z + 4)$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$

2) (المستوى منسوب الى المعلم المتعاقد المتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ حيث: $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2$)

تعطى النقاط A, B, C ؛ ذات اللواحق: $z_A = 4$ و $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = \bar{z}_B$ ، على الترتيب.

أ) أنشئ بعناية A, B, C ب) (ما طبيعة المثلث ABC ؟ علل إجابتك .

3) (لتكن النقطة K ، ذات اللاحة $z_K = -\sqrt{3} + i$

(1) عين z_F لاحقة النقطة F صورة K بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$

(2) عين z_G لاحقة النقطة G صورة النقطة K بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{OB}$

(ج) أثبت أن المستقيمين (OC) و (OF) متعامدان .

(8) علم النقطتين G و K ثم بيّن أن الرباعي $OBGK$ مربع.

(هـ) عيّن الطويلة وعمدة للعدد z_G .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ،

نعتبر النقط : $A(1;1;0)$ و $B(2;0;3)$ و $C(0;-2;5)$ و $D(1;-5;5)$.

أجب بصحيح أو خطأ عن كلّ من الاقتراحات الآتية مع التبرير:

(1) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث: $y = 2x + 4$ هي مستقيم.

(2) التحويل النقطي للفضاء الذي يرفق بكل نقطة M من الفضاء النقطة M' حيث:

$\vec{MM'} = \vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}$ هو التّحاكي الذي مركزه النقطة G . حيث G مرجح الجملة :

$$\{(A,1), (B,1), (C,2)\}$$

(3) النقط D, C, B, A من نفس المستوي.

(4) الكرة التي مركزها Ω حيث $\Omega(3;3;0)$ ونصف قطرها 5 مماسة للمستوي ذو المعادلة :

$$2x + 2y + z + 3 = 0$$

(5) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|\vec{MA} - \vec{MC}\|$ هي سطح الكرة التي أحد

أقطارها $[AC]$.

(6) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $(2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}) \cdot (\vec{MA} - \vec{MC}) = 0$ هي: المستوي

المحوري للقطعة المستقيمة $[AC]$.

التمرين الرابع : (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = 3 - x + \frac{\ln x}{x^3}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)، (وحدة الطول 3cm) (1) احسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$

(2) أ-بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) معادلته : $y = 3 - x$

ب-ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

(3) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = -x^4 + 1 - 3 \ln x$

أ- حدد اتجاه تغير الدالة g ب-شكل جدول تغيرات الدالة g ج-احسب $g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$

(4) بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x ، من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^4}$ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

II. (1) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0,5; 0,6[$ حلا وحيدا α

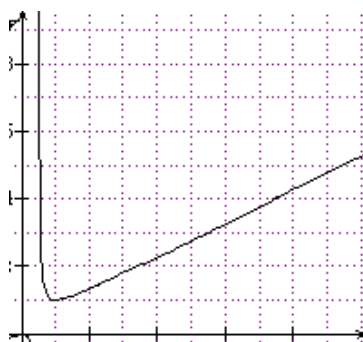
(2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]3; 3,1[$ حلا وحيدا β

(3) أنشئ بدقة (C_f) و (D)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04,5 نقاط)

g الدالة المعرفة على $] \frac{1}{2}; +\infty[$ ب : $g(x) = \frac{x^2}{2x-1}$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)



1/ (أ) بقراءة بيانية حدد اتجاه تغير g

ب/ بين أنه إذا كان $x \geq 1$ فإن $g(x) \geq 1$

2) نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (u_n) كما يلي: $u_0 = 4$

$$u_{n+1} = g(u_n) \text{ و}$$

أ/ مثل على حامل محور الفواصل، و باستعمال المنصف الاول للمعلم

و المنحني (C_g)، الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 .

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

ج/ برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن $u_n \geq 1$

د/ بين أن (u_n) متناقصة ، ثم استنتج أنها متقاربة و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3) نعرف على $\mathbb{N}$ المتتاليتين (v_n) و (w_n) كما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$ و $w_n = \ln(v_n)$

أ/ بين أن (w_n) متتالية هندسية ، عين أساسها و حدها الأول و اكتب كلا من w_n و v_n بدلالة n
 ب/ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ مرة أخرى .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستو منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس المباشر $(O; u, v)$

من أجل كل عدد مركب z حيث: $z = x + iy$, x و y عدنان حقيقيان و z يختلف عن $3 + 2i$

$$z' = \frac{z + 1 + 4i}{z - 3 - 2i}$$

(1) ا- اكتب z' على الشكل الجبري .

ب- عين المجموعة (E) للنقط $M(z)$ حتى يكون z' حقيقيا.

ج- عين المجموعة (F) للنقط $M(z)$ حتى يكون z' تخيليا صرفا.

(2) A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب z_A و z_B حيث: $z_A = 3 + 2i$ و $z_B = -1 - 4i$

أعط تفسيراً هندسياً لطويلة وعمدة العدد المركب z' ثم جد المجموعتين (E) و (F) .

(3) احسب $|z' - 1| \cdot |z - 3 - 2i|$ ثم استنتج المجموعة (C') للنقط $M'(z')$ عندما تتغير النقطة $M(z)$

على الدائرة (C) ذات المركز A ونصف قطرها $\sqrt{13}$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط: $A(0; 2; -1)$, $B(0; 0; 1)$, $C(0; 0; -1)$ و $H(0; 0; h)$ حيث h ينتمي إلى $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

(1) تحقق من أن : $z = h$ هي معادلة ديكارتيه للمستوى (P_h) المار بالنقطة H و العمودي على المستقيم (BC)

(2) أ- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) واستنتج أن جملة المعادلتين، التالية:

$$(AB) \text{ ، هي تمثيلاديكارتي للمستقيم } \begin{cases} x = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

ب-تحقق من أن المستقيم (AB) يقطع المستوى (P_h) في النقطة $N(0; 1-h; h)$
 (3) نعتبر، في الفضاء، المستقيمين (Δ) و (Δ') حيث:

$$(\Delta') : \begin{cases} x = -2t + 2 \\ y = 2t \\ z = -2t + 1 \end{cases} ; t \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad (\Delta) : \begin{cases} x - z = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

المستقيمان (Δ) و (Δ') يقطعان المستوى (P_h) في النقطتين P و Q ، على الترتيب.
 عين، بدلالة h ، إحداثيات كل من النقطتين P و Q .

(4) أبين أن الرباعي $HPQN$ مستطيل.

ب- نفرض أن h ينتمي إلى $]1; -1]$. بين أن محيط المستطيل $HPQN$ عدد ثابت، يطلب تحديده.
التمرين الرابع: (06,5 نقاط)

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x^2 + x - 2)e^{\frac{-x}{2}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المتعامد المتجانس $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$

(1)-أ- برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^2 e^{\frac{-x}{2}} \right) = 0$ (ضع $x = 4\alpha$) ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) ادرس تغيرات الدالة f و أنجز جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0؛ ثم ارسم (T) و (C_f) .

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد و إشارة حلول المعادلة الآتية ذات المجهول الحقيقي x

$$x^2 + x - 2 = me^{\frac{x}{2}}$$

(5) F هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{\frac{-x}{2}}$ حيث c, b, a أعداد حقيقية.

أ- عيّن الأعداد c, b, a حتى تكون الدالة F أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب - λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$. احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} S(\lambda) \quad \text{ثم احسب} \quad y = 0, x = 1, x = \lambda$$

(6) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = [f(x)]^2$

احسب بدلالة $g'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، واستنتج إشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .