

מבחן 5 יח"ל מתמטיקה

שם של תלמיד _____

בחרו 4 שאלות. לפחות שאלה 1 מכל פרק

בחרתי את השאלות

8	7	6	5	4	3	2	1

פרק 1: שאלות קצרות, הסתברות, סדרות

שאלה 1: בחר 2 סעיפים מתוך 4

א

בקופסת ממתקים יש 5 חטיפי שוקולד חלב ו-7 חטיפי שוקולד מריר.
אמיר מוציא באקראי חטיף מהקופסה ונותן אותו לחבריו.
אמיר חוזר על הפעולה עד שהוא מוציא חטיף שוקולד חלב.
מהי ההסתברות שאמיר הוציא 5 חטיפים?

לפניכם הגרפים III-I, המייצגים את הפונקצייה $f(x)$, את פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$,

ואת פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$. הפונקציות מוגדרות עבור $0 \leq x \leq 3$.

ב.

(1) התאימו כל אחד מן הגרפים III-I לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$. נמקו.

ענו על התת-סעיפים (2)-(3) על פי הנתונים המופיעים בגרפים III-I.

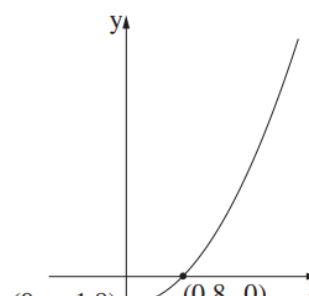
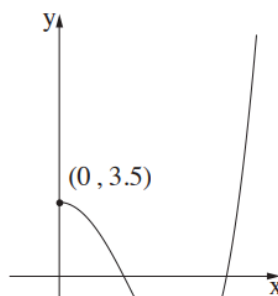
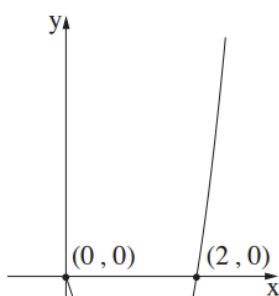
(2) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה.

(3) מצאו את הערך של האינטגרל: $\int_0^{0.8} f''(x) dx$.

III

II

I



שאלה 2

נתונה סדרה הנדסית בת 2n איברים.

נתון כי סכום הסדרה גדול פי 5 מסכום האיברים במקומות האי זוגיים.

א. חשב את מנת הסדרה.

נתון כי בסדרה יש 3 איברים עוקבים שמכפלתם שווה ל-1.

ב. (1) הראה כי קיים איבר בסדרה שערכו שווה ל-1.

(2) האם ייתכן כי האיבר הראשון בסדרה שווה ל-1? נמק.

נתון כי האיבר הרביעי בסדרה שווה ל-4. סכום 2 האיברים האחרונים בסדרה הוא 1,280.

ג. מצא את מספר האיברים בסדרה.

בעיר גדולה נערך מבחן לכל תלמידי התיכון.

37% מן התלמידים שניגשו למבחן נעזרו בחבריהם כדי להתכונן למבחן.

$\frac{35}{37}$ מהם עברו את המבחן.

מספר התלמידים שלא נעזרו בחבריהם ולא עברו את המבחן קטן פי 5

ממספר התלמידים שנעזרו בחבריהם ועברו את המבחן.

א. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן, והתברר שהוא לא עבר את

המבחן. מהי ההסתברות שהוא נעזר בחבריו?

ב. יעל והדס ניגשו למבחן. ידוע שיעל נעזרה בחבריה כדי להתכונן

למבחן, והדס לא נעזרה בחבריה כדי להתכונן למבחן.

האם ההסתברות שיעל עברה את המבחן גבוהה מההסתברות שהדס

עברה את המבחן? נמק.

ג. בחרו באקראי 6 תלמידים שניגשו למבחן.

מהי ההסתברות שבדיוק שליש מהם לא נעזרו בחבריהם

ועברו את המבחן?

ד. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן.

מהי ההסתברות שהוא מקיים לפחות אחת משתי הטענות I-II :

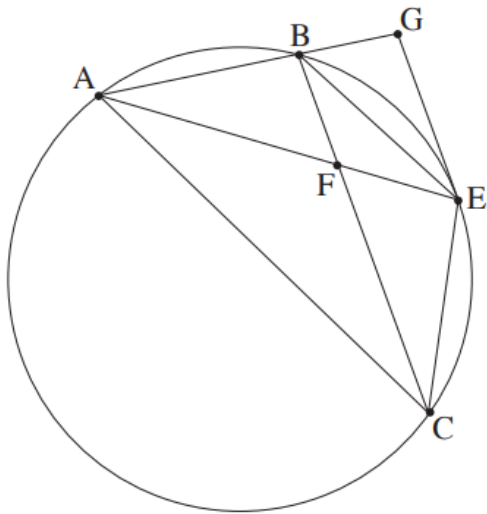
(I) התלמיד נעזר בחבריו.

(II) התלמיד לא עבר את המבחן.

שאלה 3:

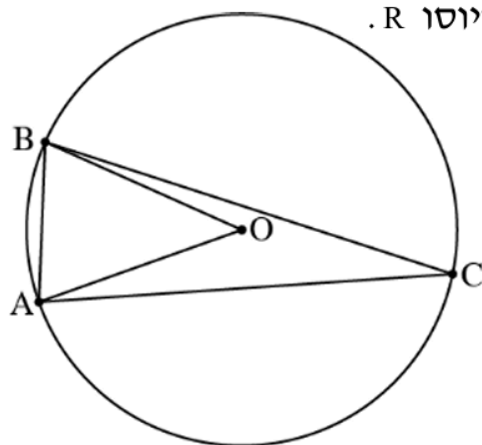
פרק 2: גיאומטריה וטריגונומטריה

שאלה 4



- נקודות A, B ו- C נמצאות על מעגל.
נקודה E היא אמצע הקשת BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
נקודה E מעבירים משיק למעגל.
משיק חותך את המשיך המיתר AB בנקודה G.
מיתרים AE ו- BC נחתכים בנקודה F.
א. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle AEG$.
נתון: $AG = 6$, $AE = 3\sqrt{6}$.
ב. חשבו את אורך המיתר AC.
ג. הוכיחו: $BC \parallel GE$.
נתון: שטח המשולש ABF גדול פי 2 משטח המשולש BFE.
ד. חשבו את אורך המיתר AB.
ה. מהו היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש AFC? נמקו את תשובתכם.

שאלה 5



- משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R.
נתון כי $\angle BAC = 80^\circ$.
נסמן את הזווית AOB ב- α ,
ואת הצלע AB ב- k.
א. הוכח כי $\cos \alpha = 1 - \frac{k^2}{2R^2}$.
נתון כי $k = \frac{3}{4}R$.
ב. הבע באמצעות R (בלבד) את שטח המשולש ABC.
נסמן ב- r את רדיוס המעגל החסום במשולש AOB.
ג. חשב את היחס $\frac{R}{r}$. בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק 3: פונקציות רציונליות, פונקציות שורש ופונקציות טריגונומטריות

שאלה 6

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{(x^3 - m)^2}$, m הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -1$.

ב. מצא את הערך של m .

הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של m שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = k \cdot f(x)$, k הוא פרמטר שלילי.

(1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) דרך נקודת הקיצון השמאלית של $g(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .

נתון כי השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x הוא 1 (השטח שמימין לאנך).

מצא את הערך של k .

שאלה 7:

נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \sin x + \cos 2x - 1$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז שמאלה ב- $\frac{\pi}{2}$ כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$

המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ב. (1) בטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) הוכח כי $g(x)$ היא פונקציה זוגית.

לפניך שלושה ביטויים, I - III:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x - \frac{\pi}{2}) dx : \text{III}, \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x + \frac{\pi}{2}) dx : \text{II}, \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x + \pi) dx : \text{I}$$

ג. ציין איזה מן הביטויים I - III שווה ל- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

נמק את תשובתך. אין צורך בחישוב.

שאלה 8:

בשרטוט שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+2}} \quad \text{ו-} \quad g(x) = \frac{-5}{\sqrt{x^2-x+2}}$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.

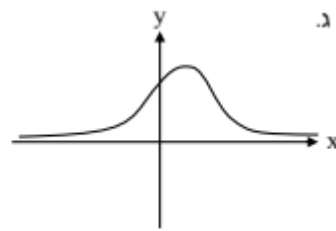
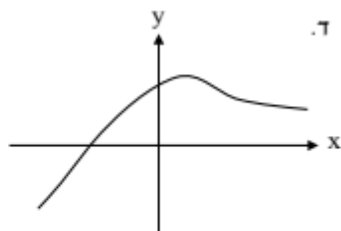
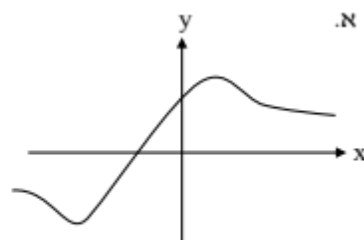
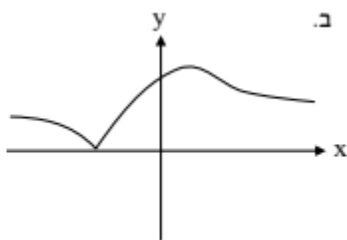
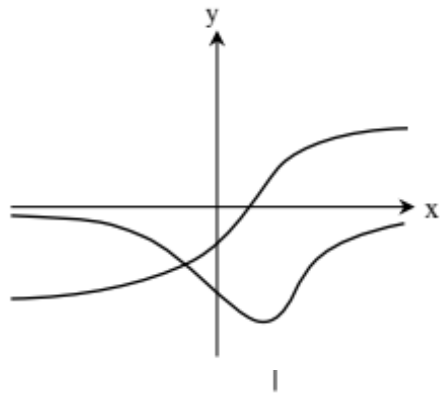
(3) מצא את האסימפטוטות האופקיות של 2 הפונקציות

ב. ישר המקביל לציר ה-y חותך את אחת הפונקציות בנקודה P ואת

הפונקציה השנייה בנקודה Q. מצא את שיעורי הנקודות P ו-Q

עבורם אורך הקטע PQ הוא מקסימלי.

ג. (1) קבע אילו מהשרטוטים א-ד מתאר את אורך הקטע PQ כפונקציה של x. נמק.



(2) קבע האם ייתכן שאורך הקטע PQ הוא 2? נמק קביעתך.

(3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המתארת את האורך של PQ (המתוארת בג(1))

. נמק

בהצלחה!