

# 國立高師大附中106學年度第一學期高一數學科第二次期中考試題

(考試時間:80分鐘, 應考班級:高一仁~和)

一、多重選擇題:(每題6分, 共30分。每題全對得6分, 只錯一個選項可得4分, 錯兩個選項可得2分, 錯超過兩個選項或未作答不給分。)

1. 已知  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 4$  為整係數多項式, 則下列哪些正確?

- (1) 方程式  $f(x) = 0$  至少有一個有理根
- (2) 若一次整係數多項式  $px - q$  整除  $f(x)$ , 則 商式為整係數多項式
- (3) 若  $p$  整除3且  $q$  整除 4, 其中  $p, q$  為互質整數,  $p \neq 0$ , 則  $px - q$  為  $f(x)$  的因式
- (4) 若方程式  $f(x) = 0$  只有一個有理根, 則另外兩個根一定是共軛虛根
- (5) 方程式  $f(x) = 5x - 2$  必有奇數個實根

2. 已知  $\alpha, \beta$  為方程式  $x^2 + 15x + 9 = 0$  的兩根, 則下列哪些正確?

- (1)  $\alpha + \beta = -15$  (2)  $\alpha^2 + \beta^2 = 243$  (3)  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = -23$  (4)  $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = -21$
- (5) 以  $\alpha(\beta + 1), \beta(\alpha + 1)$  為兩根的一元二次方程式為  $x^2 + 3x - 45 = 0$

3. 已知四次實係數多項式  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , 已知  $f(2i) = 0$ , 且  $f(x)$  的某些取值正負如下表, 則下列哪些正確?

|        |   |   |   |   |           |           |   |
|--------|---|---|---|---|-----------|-----------|---|
| $x$    | 0 | 1 | 2 | 3 | $\square$ | $\square$ | 3 |
| $f(x)$ | - | + | + | + |           |           | + |

- (1) 方程式  $f(x) = 0$  在 2 與 3 之間沒有實根 (2)  $f(x) = 0$  在 0 與 1 之間恰有一實根
- (3)  $f(-2i + 1) = 0$  (4) 方程式  $f(x) = 0$  沒有負根 (5) 方程式  $f(x) = 0$  恰有一個實根

4. 下列哪些選項的不等式與不等式  $(2-x)(x+3) < 0$  有相同的解?

- (1)  $(x-2)^2(x+3) < 0$  (2)  $(x-1)^{22}(x-2)(x+3) > 0$  (3)  $(x-2)(x+3)(x^2+x-1) > 0$
- (4)  $\frac{x-2}{x+3} > 0$  (5)  $\frac{2x+1}{x+3} > 1$

5. 設  $f(x)$  為不小於三次之多項式, 以  $(x-b)(x-c), (x-c)(x-a), (x-a)(x-b)$  除  $f(x)$  之餘式分別為  $3x-1, x+1, 2x+3$ , 則下列哪些正確?

- (1)  $a = -2$  (2)  $b = 4$  (3)  $c = 0$  (4)  $f(x)$  除以  $(x-1)(x-4)$  餘式為  $3x-1$
- (5)  $f(x)$  除以  $(x+2)(x-1)(x-4)$  餘式為  $\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

二、填充題(全對才給分。不依題號順序, 依答對格數給分, 請參考分數對照表, 共70分)

|    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 格數 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 得分 | 7 | 14 | 21 | 28 | 34 | 40 | 45 | 50 | 54 | 58 | 61 | 64 | 67 | 70 |

1. 若多項式  $f(x) = 2x^4 - 7x^3 + 13x^2 + ax + b$  除以  $(x-1)^2$  的餘式為  $8x-7$ ，則數對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 設  $a, b, c$  為實數，且  $f(x) = 6 \cdot \frac{(x-0)(x-1)}{(3-0)(3-1)} - 12 \cdot \frac{(x-1)(x-3)}{(0-1)(0-3)} - 10 \cdot \frac{(x-0)(x-3)}{(1-0)(1-3)}$ ，  
 $g(x) = ax(x-1) + bx(x-3) + c(x-1)(x-3)$ ，若  $f(x)$  與  $g(x)$  是相等的多項式，則序組  $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 若  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 5$ ，則多項式  $g(x) = f(f(x))$  除以  $x+2$  之餘式為  $\underline{\hspace{2cm}}$

4. 設  $f(x) = 54x^3 - 99x^2 + 66x - 20$ ，則  $f(0.33)$  的近似值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ （四捨五入到小數點後第二位）。

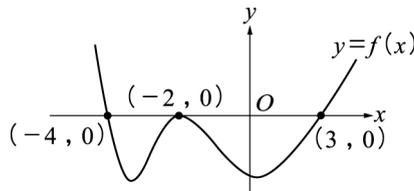
5. 設不等式  $ax^2 - 10x + b > 0$  的解為  $-3 < x < \frac{1}{2}$ ，則不等式  $ax^2 + 2bx - 9 \geq 0$  的解為  $\underline{\hspace{2cm}}$

6. 計算  $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{98} + \frac{3-i}{1-2i} = a + bi$  且知  $a, b$  均為實數，則數對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 一實係數多項式  $f(x) = x^4 + 3x^2 + ax + b = 0$  有一根為  $-1+i$ ，則此方程式的其它根為  $\underline{\hspace{2cm}}$

8. 已知不等式  $(k-2)x^2 + 2(2k-3)x + 5k-6 < 0$  的解為全體實數，則  $k$  的範圍為  $\underline{\hspace{2cm}}$

9. 右圖為實係數四次多項式  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  的圖形，試問  $(2x+1) \cdot f(2x-1) < 0$  的解為  $\underline{\hspace{2cm}}$



10. 已知整係數多項式  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ ，且  $f(1) = 0$ ， $f(-1) \cdot f(-\sqrt{2}) < 0$ 。若方程式  $f(x) = 0$  的三根均為有理根，則數對  $(a, b)$  為  $\underline{\hspace{2cm}}$

11. 若  $f(x)$  是領導係數為 1 的四次整係數多項式，而且  $f(1) = 5$ ， $f(2) = 10$ ， $f(3) = 15$ ，則  $f(8) + f(-4)$  之值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12.  $\underline{\hspace{1cm}}$  (單選) 請問對於下列那一個選項，可以找到實數  $a$ ，使得選項裡面所有的數都同時滿足一元二次不等式  $x^2 - (4-a)x - 4a < 0$  ?  
 -2, 5    1, 2, 3, ... (所有的正整數)  
 -5, -6, -7, ... (所有小於 -4 的整數)    -97, 2017     $-\pi, \pi$  ( $\pi$  是圓周率)

13. 設實係數多項式  $f(x)$  滿足  $f(2+3i) = 2$  與  $f(-i) = 18-8i$  (其中  $i = \sqrt{-1}$ )，且  $f(x)$  除

以  $(x^2 - 4x + 13)(x^2 + 1)$  的餘式為  $g(x)$ ，則  $g(x) =$  \_\_\_\_\_。

14. 已知實係數方程式  $x^4 - 4mx^2 + (m+3) = 0$  有四個相異純虛根，則  $m$  的範圍為\_\_\_\_\_。

【試題結束】

國立高師大附中106學年度第一學期高一數學科第二次期中考答案卷

高一\_\_班 座號: \_\_ 姓名:

一、多重選擇題：(每題6分，共30分。每題全對得6分，只錯一個選項可得4分，錯兩個選項可得2分，錯超過兩個選項或未作答不給分。)

| 題號 | 1 | 2  | 3  | 4   | 5    |
|----|---|----|----|-----|------|
| 答案 | 5 | 14 | 12 | 245 | 1245 |

二、填充題(全對才給分。不依題號順序，依答對格數給分，請參考分數對照表，共70分)

| 格數 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 得分 | 7 | 14 | 21 | 28 | 34 | 40 | 45 | 50 | 54 | 58 | 61 | 64 | 67 | 70 |

| 題號 | 1   | 2            | 3                  | 4       |
|----|---|--------------|--------------------|---------|
| 答案 | $(-5, -2)$                                  | $(1, 5, -4)$ | $-65$              | $-7.06$ |
| 題號 | 5   | 6            | 7                  | 8       |
| 答案 | $\frac{3}{2}$                               | $(0, 2)$     | $-1-i, 1+2i, 1-2i$ | $k < 1$ |
| 題號 | 9   | 10           | 11                 | 12      |
| 答案 | $x < -\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{1}{2} < x < 2$ | $(-8, -7)$   | $2540$             | $E$     |
| 題號 | 13  | 14           |                    |         |
| 答案 | $x^3 - 3x^2 + 9x + 15$                      |              |                    |         |

|  |  |                         |
|--|--|-------------------------|
|  |  | $-3 < m < -\frac{3}{4}$ |
|--|--|-------------------------|