

Тема 2.6 Згин

4. Диференціальні залежності між згинальним моментом, поперечною силою та інтенсивністю розподіленого навантаження
5. Розрахунки на міцність за згину. Рациональні форми поперечних перерізів балок за згину
6. Поняття про дотичні напруження за прямого поперечного згину

http://www.tsatu.edu.ua/tm/wp-content/uploads/sites/14/3.mu_z-mmk-4-5_zhyn-ba lok.pdf

4.

Між згинальним моментом, поперечною силою і інтенсивністю розподіленого навантаження існують **диференціальні залежності**, в основі яких лежить **теорема Журавського**, названа так за ім'ям визначного російського інженера-мостобудівника Д.І. Журавського (1821–1891). Цю теорему формулюють так: **поперечна сила дорівнює першій похідній від згинального моменту за абсцисою перерізу балки:**

$$Q_x = \frac{dM_x}{dx}$$

Якщо рівняння згинальних моментів (для ділянок з рівномірно розподіленим навантаженням) продиференціювати вдруге, то матимемо

$$\frac{dM_x^2}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = q$$

Друга похідна від згинального моменту або перша похідна від поперечної сили за абсцисою перерізу балки дорівнює інтенсивності розподіленого навантаження.

5.

Умова міцності балки для випадку згину полягає в тому, що максимальна нормальна напруга в небезпечному перерізі не має перевищувати допустиму.

Вважаючи, що гіпотеза про ненависання волокон дійсна не тільки для чистого, а й для поперечного згину, нормальні напруги в поперечному перерізі у випадку поперечного згину можна обчислювати за тією самою формулою, що й у випадку чистого згину. Розрахункова формула на міцність у випадку згину має вигляд:

$$\sigma = \frac{M_{\text{зм max}}}{W} \leq [\sigma]$$

її читають так: нормальна напруга в небезпечному перерізі, не має перевищувати допустиму. **Допустиму нормальну напругу** для випадку згину беруть такою самою, як для розтягу і стиску.

Максимальний згинальний момент визначають з епюр згинальних моментів або розраховують.

Оскільки момент опору деформації згину W у розрахунковій формулі стоїть у знаменнику, то що більше W , то менші розрахункові напруги.

Для балок, матеріал яких неоднаково працює на розтяг і стиск (наприклад чавун), доцільно використовувати профілі, **несиметричні відносно нейтральної осі**, наприклад таврові або П-подібні. Оскільки у несиметричному профілю під час згину виникають неоднакові напруги розтягу і стиску, то переріз, наприклад, чавунної балки вигідно розміщувати таким чином, щоб менші напруги були у зоні розтягнутих, а більші – в зоні стиснених волокон.

Для розрахунків балок із **крихкого** матеріалу використовують дві умови міцності:

$$\begin{aligned} & \text{- для розтягнутої зони} \quad \sigma_{\text{роз.мах}} = \frac{|M|_{\text{мах}} \cdot y_{\text{роз.}}}{I_x} \leq [\sigma_p]; \\ & \text{- для стисненої зони} \quad \sigma_{\text{ст.мах}} = \frac{|M|_{\text{мах}} \cdot y_{\text{ст.}}}{I_x} \leq [\sigma_{\text{ст}}]. \end{aligned}$$

Використання матеріалу буде найкращим, за умови що

$$\sigma_{\text{роз.мах}} = [\sigma_p], \quad \sigma_{\text{ст.мах}} = [\sigma_{\text{ст}}], \quad \text{для цього має виконуватися умова}$$

$$\frac{y_{\text{роз.}}}{y_{\text{ст.}}} = \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_{\text{ст}}]}$$

тобто відстань нейтральної осі від найбільш віддалених точок у розтягнутій і стисненій зонах переріза мають бути **пропорційні** відповідній допустимій нарузі.

6.

У поперечних перерізах балки під час деформації поперечного згину виникають не тільки нормальні, а й **дотичні напруги**, які спричиняють деформацію **зсуву**. Відповідно до закону парності такі самі дотичні напруги виникатимуть і в поздовжніх перерізах, паралельних нейтральному шару. Наявність дотичних напруг у поздовжніх перерізах можна проілюструвати на такому прикладі.

Якщо брус прямокутного перерізу висотою $2h$ навантажити силою, оскільки показано на рис. 8а. Якщо з такого самого матеріалу виготовити два бруси висотою h кожний, то за навантаження силою F і відсутності тертя між ними вони зігнуться кожен сам по собі рис. 8б, звідси видно, що за згину

цілого бруса висотою $2h$ між частинами бруса, розділеними поздовжніми волокнами, виникає взаємодія, як результат якої і виникають дотичні напруги. Наявність дотичних напруг у поздовжніх перерізах підтверджується появою в дерев'яних балках за поперечного згину поздовжніх тріщин.

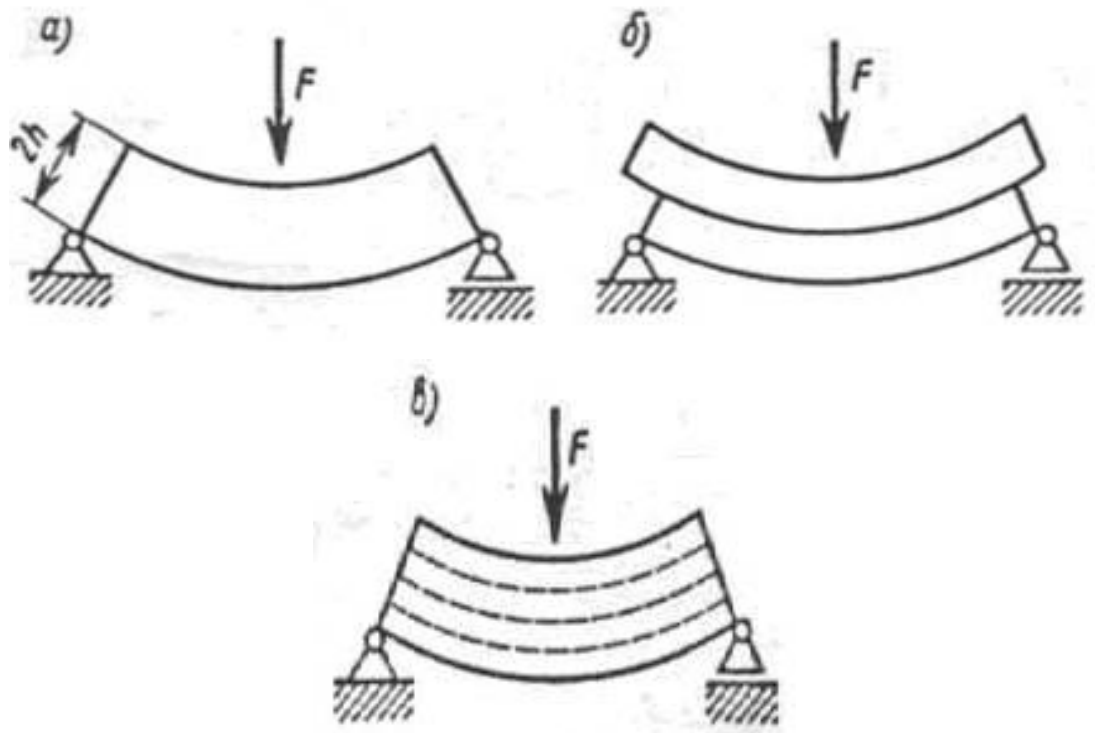


Рис. 8

Формулу для обчислення дотичних напруг поперечного згину балок прямокутного перерізу вивів у 1855 р. російський інженер-мостобудівник **Д.І. Журавський**. Така формула була потрібна в зв'язку з тим, що в минулому столітті для будівництва мостів широко використовували дерев'яні конструкції, а балки з деревини зазвичай мають прямокутний переріз і погано працюють на сколювання вздовж волокон:

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b},$$

де: Q – поперечна сила в перерізі;

S – статичний момент відносно нейтральної осі частини перерізу, яка лежить вище від розглянутого шару волокон ;

I – момент інерції перерізу відносно нейтральної осі;

b – ширина розглядуваного шару волокон.

Цю рівність називають **формулою Журавського**, за нею визначають дотичні напруги в балках симетричного перерізу.

Формулу Журавського читають так: *дотичні напруги в поперечному перерізі балки дорівнюють добутку поперечної сили Q на статичний момент S відносно нейтральної осі частини перерізу, яка лежить вище від*

розглядуваного шару волокон, поділеному на момент інерції I всього перерізу відносно нейтральної осі і на ширину b розглядуваного шару волокон.

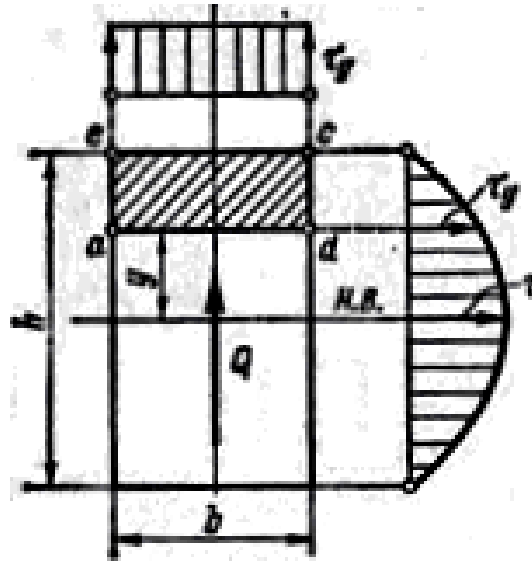


Рис. 9

Визначимо **закон розподілу дотичних напруг** для балки прямокутного перерізу рис. 9 для шару волокон ad .

$$S_{adce} = b \cdot \left(\frac{h}{2} - y \right) \cdot \left(\frac{\frac{h}{2} - y}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) ;$$

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b} = \frac{Q \cdot \frac{b}{2} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{b \cdot \frac{b \cdot h^3}{12}} = \frac{6 \cdot Q \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{b \cdot h^3} ;$$

коли $y = \pm \frac{h}{2}$, то $\tau = 0$;

коли $y = 0$, то $\tau = \tau_{\max} = \frac{3Q}{2bh} = \frac{3Q}{2A} = \frac{3\tau_c}{2}$.

Таким чином, у верхньому і нижньому шарах волокон дотичні напруги дорівнюють **нулю**, а в волокнах нейтрального шару вони досягають **максимального значення**. Закони розподілу дотичних напруг за шириною і висотою прямокутного перерізу показано рис. 9.

Дотичні напруги в балках відповідають деформації зсуву, як результат плоскі поперечні перерізи за поперечного згину не залишаються плоскими, як за чистого згину, а **викривляються**.

Більшість балок розраховують тільки за нормальними напругами; три види балок треба перевірити за дотичними напругами, а саме:

1) дерев'яні балки, бо деревина погано працює на сколювання;

2) вузькі балки (наприклад, двотаврові), бо максимальні дотичні напруги обернено пропорційні ширині нейтрального шару;

3) короткі балки, бо за відносно невеликого згинального моменту й нормальних напругах у таких балках можуть виникати значні поперечні сили і дотичні напруги.