Введение

Изучению тригонометрии уделяется большое внимание в курсе алгебры и начал математического анализа средней школы. Это связано с важностью математического аппарата, в частности аппарата тригонометрии, для изучения физики (например, колебательные и волновые процессы в механике и электродинамике), астрономии (вычислений траекторий движения небесных тел). Существует потребность в глубоких знаниях тригонометрии и в таких отраслях экономики, как строительство и архитектура, машиностроение, сельское хозяйство.

В заданиях ЕГЭ тригонометрический материал (тождества, уравнения и неравенства) представлен достаточно широко. Большинство обучающихся допускают ошибки в преобразованиях выражений, связанных с применением формул, показывают свое неумение применять формулы.

Знания тригонометрии необходимы для решения заданий олимпиад и конкурсов.

Изучение школьного курса тригонометрии способствует формированию универсальных учебных действий у обучающихся – одной из целей ФГОС.

Все вышесказанное и обуславливает актуальность темы.

Урок по теме «Формулы двойного угла» является не первым в серии уроков по изучению тригонометрических формул. На данном уроке обучающиеся, опираясь на знание и уже имеющийся определенный опыт в выведении и доказательстве формул, формулируют проблему, составляют алгоритм работы с формулами. В ходе групповой и индивидуальной работы, используя алгоритм, формируют умение выполнять преобразования тригонометрических выражений с использованием новых и ранее выученных формул. На этапе более «глубокого погружения» обучающимся предоставляется возможность применить формулы при решении более сложных заданий, связанных с преобразованием выражений и решением уравнений, а также осуществить самоконтроль и самооценку своих действий и умений, процесса решения заданий, вносить коррективы в работу, исправлять ошибки, тем самым совершенствовать навыки самоконтроля и самооценки. На этапе подведения итогов обучающиеся смогут осуществить рефлексию своих умений и действий, достигнутого результата, поставить задачи для домашней работы и на ближайший урок.

Урок ценен тем, что имеет место смена стиля общения между учителем и обучающимися: учитель – консультант, помощник, координатор, обеспечивающий индивидуальную траекторию обучения для каждого ученика.

Алгебра и начала математического анализа, 10 класс, УМК Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва

Тема урока. **Формулы двойного угла**

Цели урока: вывод формул двойного угла; формирование умений применять формулы при преобразовании выражений, доказательстве тождеств, решении простейших уравнений.

Планируемые результаты обучения

Личностные:

- мотивация учащихся, ответственное отношение к учению; устойчивый интерес к изучению математики;
- осознание важности математических знаний для решения жизненно важных задач;
- овладение простейшими навыками исследовательской деятельности;
- признание права каждого на ошибку, опыта других и умение учиться у других; овладение навыками рефлексии;
- готовность и способность к личностному самоопределению, саморазвитию.

Метапредметные:

- овладение универсальными познавательными действиями:

базовыми логическими действиями:

- умение сравнивать, анализировать, делать выводы, проводить аналогии, доказывать, аргументировать;
- выбирать способы решения учебных задач;

базовые исследовательские действия:

- проводить действия по составленному алгоритму;
- оценивать достоверность полученного результата;
- овладение универсальными коммуникативными действиями:

общение:

- воспринимать и формировать суждения, давать пояснения по ходу решения задач, комментировать результат; в ходе обсуждения задавать вопросы, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других;
- представлять результат решения заданий;

сотрудничеств:

- принимать цель совместной деятельности, распределять виды работ, договариваться;
- готовность выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами группы, к договорному регулированию отношений; сформированы компетенции сотрудничества со сверстниками, навыки совместной деятельности в группах, парах;
- желание оказывать помощь, принимать помощь от других и получать от этого удовольствие;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности;
- овладение универсальными регулятивными действиями:

самоорганизация:

- составлять самостоятельно план работы, алгоритм действий;
- определять самостоятельно цели, выстраивать цепочку действий по их достижению, сопоставлять результат с заранее поставленной целью;

самоконтроль:

-владеть способами самоконтроля; осуществлять контроль процесса решения задач;
- предвидеть трудности, вносить коррективы в деятельность;

- оценивать соответствие результата условию задания, находить и исправлять ошибки.

Предметные:

- знать формул двойного угла;
- уметь применять формулы при преобразовании выражений, доказательстве тождеств, решении простейших уравнений.

Тип урока. Урок первичного предъявления новых знаний.

Ход урока

Учитель. Здравствуйте, ребята! Давайте поприветствуем друг друга, подарим друг другу частичку добра и теплоты, пожелаем успехов в сегодняшнем дне и в дне грядущем.

«Здравствуйте», – ты скажешь человеку.
«Здравствуй», – улыбнется он в ответ.
И, наверно, не пойдет в аптеку,
А здоровым будет много лет.

Есть интересная мысль, высказанная одним мудрецом: «Лучше один раз зажечь звезду, чем…». Что имел в виду мудрец? Возможно, наш урок поможет найти ответ?

Как зажечь звезду? Как стать звездой?

Существует, как минимум, три пути.

1-ый. Чтобы стать звездой, надо гасить другие звезды.

Человека, который выбрал этот путь, будут подстерегать опасность и одиночество.

2-ой. Чтобы стать звездой, надо гореть ярко.

Человек, который избрал второй путь, может не рассчитать свои силы и сгореть.

3-ий. Чтобы быть звездой, нужно зажигать другие звезды.

Человек, избравший третий путь, будет всегда находиться на красивом звездном небосклоне. И, если у него закончится огонь, то кто-то обязательно вернет ему то, что он когда-то дал другим.

У вас есть удивительная возможность зажигать звезды – помогать стать звездами своим товарищам.

И прежде, чем мы сформулируем тему и обозначим цели дальнейшей работы, вернемся к домашнему заданию и проверим его по вариантам ответов. Вы их найдете в «Кейсе» (оформление титульного листа кейса в Приложении 4).

Несколько учеников делают самоанализ домашнего задания.

Возможные варианты ответов учеников.

Ученик. Я справился с домашним заданием и могу переходить к изучению новой темы.

Ученица. Я, в общем, справилась с домашним заданием; возникли некоторые сложности, но я вижу ошибки и смогу справиться сама. Могу переходить к изучению новой темы.

Учитель. Итак, мы можем переходить к новой теме, а сформулировать тему урока нам поможет таблица «Основные формулы тригонометрии» на форзаце учебника. Определите границу между знанием и незнанием и сформулируйте тему урока.

Ученики формулируют тему урока как «Формулы кратных углов».

Учитель. Как бы вы предложили распределить материал «Формул кратных углов», узнав, что на их изучение отводится 2 урока?

Учащиеся конкретизируют тему урока как «Формулы двойного угла».

Учитель. Определиться в целях данного урока и нескольких последующих уроков нам поможет «*Алгоритм работы с формулами»* (Приложение 1, алгоритм предлагается учащимся в «разобранном» виде).

Форма организации вашей деятельности на уроке – групповая. Вы будете работать в 3 группах: «Белая звезда», «Красная звезда», «Синяя звезда». Для этого в «Кейсе» найдите «*Ориентировочную карту действий»* (Приложение 2).

Распределите роли в группе и приступайте к выполнению первого пункта «*Ориентировочной карты действий».*

Учащиеся выполняют.

Учитель. Начинаем межгрупповое общение. Составленный *Алгоритм работы с формулами* представит группа «Синяя звезда».

Ученик (кому доверила группа). Мы составили следующий *Алгоритм работы с формулами*.

1. Вывести формулу, опираясь на ранее изученные формулы.
2. Приобрести умения первичного применения формулы.
3. Приобрести умения применения формулы в более сложных заданиях.
4. «Свободный полет над формулой».

Другие группы дают оценку составленному алгоритму. После принятия алгоритма всеми группами он размещается на «Звезде проблем и целей» на концах звезды по часовой стрелке. Одновременно каждый ученик определяется в личных целях, которые размещаются на «Звезде целей» каждой группы (они есть в индивидуальной папке группы, по цвету – совпадает с цветом звезды).

Группы приступают к выведению формул sin2a, cos2a, tg2a.

Результаты работы (вывод формулы и формула) фиксируются на доске. Спикеры групп докладывают о результатах работы.

Группы приступают к выполнению практической части «Ориентировочной карты действий». Проходит внутригрупповое общение.

Физкультминутка.

Учитель. Немного отдохнем.

Если вы согласны, что $sin2a = 2 \sin a \cos a$, похлопайте в ладоши.

Если вы уверены, что $sin60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, потопайте.

Если вы убеждены, что $tg2a = \frac{2tga}{1-tg^2a}$, то дотроньтесь до кончика носа.

Если вы не уверены, что сможете доказать формулу *sin3a,* то пожмите плечами.

Если вы полагаете, что $cos2a = sin^2 a - cos^2 a$, то кивните головой.

Ну, а, если вы считаете, что дружба превыше всего, улыбнитесь.

Учащиеся в группах продолжают работать над реализацией заданий практической части «Ориентировочной карты действий».

Учитель контролирует работу обучающихся в группах, оказывает помощь в случае затруднений. Задания, которые вызвали затруднения у большинства обучающихся, рассматриваются на доске.

Учитель. Урок подходит к концу. Домашнее задание является продолжением нашего пути к знаниям. Оно так и называется «Пути к знаниям», а найдете вы его в вашем «Кейсе».

Домашнее задание ***«Пути к знанию».***

Путь подражания: повторить § 25-28, выучить § 29, № 502, №503 (2), № 504 (2).

Путь размышления, путь опыта: № 508 (1, 2), 512 (2, 4)

Учитель. Ребята! По завершении урока я предлагаю вам провести рефлексию: еще раз осмыслить содержание и результаты работы, оценить степень достижения поставленных целей. Выполните рефлексивное задание «Я – сегодня… Я – завтра…» (*Приложение 3).* Оценивается достижение личных целей.

Учащиеся выполняют задание.

Учитель. Вернемся к высказыванию Мудреца «Лучше один раз зажечь звезду, чем…».

Учащиеся продолжают мысль, формулируя ее по-своему, как они ее понимают.

Учитель. Мудрец ее завершил так: «Лучше один раз зажечь звезду, чем все время ругать темноту».

Я уверена, что сегодня каждый почувствовал себя звездой на небосклоне нашего урока, а звездой какой величины каждый оценит себя сам по степени достижения цели (*обучающиеся выбирают свою звезду (малую, среднюю или большую) и прикрепляют на карте звездного неба*).

Учитель. У большого корабля должно быть солидное плавание. Творческая группа в составе … внесла очень заманчивое предложение… Слово ребятам!

Ученик. Предлагаем на карте звездного неба открыть новое созвездие с удивительным названием «Альфиус математикус». Созвездие имеет форму греческой буквы α, состоит из 6 звезд большой величины, 4 звезд – средней и 4 звезд малой величины.

Обучающиеся активно поддерживают это предложение, хлопая в ладоши (в течение многих лет – общепринятая форма одобрения чего-либо в классе).

Учитель. Так, зажигая звезды на одном уроке, затем в теме, далее и в предмете, помогая другим стать звездами, можно преодолеть любую проблему, открыть свое созвездие на небосклоне целой жизни, увидеть парад своих звезд побед, таланта и открытий. Я искренне желаю вам этого.

Список использованной литературы

1. Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни /. Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва и др. / 4-е изд. – М. Просвещение, 2017 – 463 с.: ил.
2. Карп А. П. Сборник задач по алгебре и началам анализа : учебное пособие для 10-11 классов с углубленным изучением математики. – М.: Просвещение, 2006.
3. Саакян С. М., Гольдман А. М., Денисов Д. В. Задачи по алгебре и началам анализа (пособие для учащихся 10-11 классов общеобразовательных учреждений). – М.: Просвещение, 2003.

Приложение 1

Вывести формулу, опираясь на ранее изученные формулы
Приобрести умения первичного применения формулы
Приобрести умения в применении формулы в более сложных заданиях
«Свободный полет над формулой»

Приложение 2

Ориентировочная карта действий группы «Белая звезда»

«Единственный путь, ведущий к знаниям – это деятельность»

Бернард Шоу

«Обучать – значит, вдвойне учиться»

Жорж Жубер

1 этап: аналитический.

1.1. В файле к уроку у Вас имеется Блок-схема «Алгоритм работы с формулами», но она в разобранном виде. Попытайтесь определить очередность каждого этапа в этом алгоритме.

1.2. Вывести формулу $sin2\alpha$

2 этап: практический.

2.1 *приобретение навыков первичного применения формул:*
решить № 499 (1,3,5), № 500 (1,3), № 501 (2,4).

2.2. *погружение:*
работа в группе: № 503 (1),
№ 510 (1).

2.3. *«свободный полет над формулой»:* решить № 512 (1-4).

3 этап: домашнее задание «Пути к знанию».

4 этап: рефлексия.

Осмысление содержания и результатов работы.
Оценка степени достижения поставленных целей

Ориентировочная карта действий группы «Красная звезда»

«Единственный путь, ведущий к знаниям – это деятельность»

Бернард Шоу

«Обучать – значит, вдвойне учиться»

Жорж Жубер

1 этап: аналитический.

1.3. В файле к уроку у Вас имеется Блок-схема «Алгоритм работы с формулами», но она в разобранном виде. Попытайтесь определить очередность каждого этапа в этом алгоритме.

1.4. Вывести формулу $cos2\alpha$

2 этап: практический.

2.1 *приобретение навыков первичного применения формул*:
решить № 499 (1,3,5), № 500 (1,3), № 501 (2,4).

2.2. *погружение:*
работа в группе: № 504 (1),
№ 510 (2).

2.3. *«свободный полет над формулой»*: решить № 512 (1-4).

3 этап: домашнее задание «Пути к знанию».

4 этап: рефлексия.

Осмысление содержания и результатов работы.
Оценка степени достижения поставленных целей.

Ориентировочная карта действий группы «Синяя звезда»

«Единственный путь, ведущий к знаниям – это деятельность»
Бернард Шоу

«Обучать – значит, вдвойне учиться»
Жорж Жубер

1 этап: аналитический.

1.5. В файле к уроку у Вас имеется Блок-схема «Алгоритм работы с формулами», но она в разобранном виде. Попытайтесь определить очередность каждого этапа в этом алгоритме.

1.6. Вывести формулу $tg2\alpha$

2 этап: практический.

2.1 *приобретение навыков первичного применения формул*:
решить № 499 (1,3,5), № 500 (1,3), № 501 (2,4).

2.2. *погружение:*
работа в группе: № 505
№ 510 (3).

2.3. *«свободный полет над формулой»:* решить № 512 (1-4).

3 этап: домашнее задание «Пути к знанию».

4 этап: рефлексия.

Осмысление содержания и результатов работы.
Оценка степени достижения поставленных целей.

Приложение 3

Рефлексивное задание «Я сегодня… Я завтра**…»**

Двигаясь по горизонтали и вертикали в таблице, определите, чего достигли Вы сегодня, чтобы успешным(ной) быть завтра!

	Варианты ответов	Варианты ответов		Варианты ответов	Варианты ответов
Я сегодня	открыл		Я завтра	смогу	
	узнал			создам	
	понял			освою	
	увидел			определю	
	научился			займусь	
	смог			исследую	

Приложение 4

Я
взрослею,
и это
ответственно!!!
Каким я
стану –
Зависит
только от
меня!

Кейс

ученика (цы) _____ класса

_____

(наименование ОО)

_____

(фамилия, имя, отчество ученика)