

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	11-15 Mart 2024
Sınıf	9	Süre	6 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	ÜÇGENLER		
Konu	İki Üçgenin Benzer Olması İçin Gerekli Olan Asgari Koşullar		

BÖLÜM II

Kazanım	9.4.2.2. İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir.
Değerler	Empati
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

İKİ ÜÇGENİN BENZER OLMASI İÇİN GEREKLİ OLAN ASGARI KOŞULLAR

Karşılıklı köşeleri arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ve karşılıklı açılardan ölçüleri eşit olan üçgenlere **benzer üçgenler** denir.

Benzerlik sembolü " \sim " şeklindedir.

\widehat{ABC} ve \widehat{DEF} nin benzerliği $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ile gösterilir. Ayrıca $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere

$$\left. \begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{F}) \end{array} \right\} \text{ve } \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k \text{ olur.}$$

Eşitlikteki k ifadesine \widehat{ABC} nin \widehat{DEF} ne **benzerlik oranı** denir.

ÖRNEK

\widehat{ABC} nin \widehat{PRS} ne benzerlik oranı $\frac{2}{3}$ ise aşağıda verilenlerden hangisinin doğru ya da yanlış olduğunu belirtiniz.

- a) $m(\widehat{A}) = m(\widehat{R})$ b) $|CB| - |SR| = 0$ c) $\frac{|BC|}{|RS|} = \frac{2}{3}$ ç) $\widehat{CAB} \sim \widehat{SPR}$ d) $3 \cdot |AB| = 2 \cdot |PR|$

ÇÖZÜM

$\widehat{ABC} \sim \widehat{PRS}$ olduğundan $\frac{|AB|}{|PR|} = \frac{|BC|}{|RS|} = \frac{|AC|}{|PS|} = \frac{2}{3}$ olur.

Ayrıca karşılıklı açılardan ölçülerinin eşitliğinden $m(\widehat{A}) = m(\widehat{P})$, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{R})$ ve $m(\widehat{C}) = m(\widehat{S})$ olur.

- a) $\widehat{ABC} \sim \widehat{PRS}$ olduğundan \widehat{A} ve \widehat{R} karşılıklı eşlenemez. Bu durumda $m(\widehat{A}) \neq m(\widehat{R})$ olur.
- b) $\frac{|BC|}{|RS|} = \frac{2}{3}$ olduğundan $|BC| = 2k$ ve $|RS| = 3k$ diyelim.
 $|CB| - |SR| = 2k - 3k = -k$ olur.
 Benzerlik oranı olan k değeri pozitif gerçekte sayı olduğundan $-k \neq 0$ olur.
 Bu durumda $|CB| - |SR| \neq 0$ bulunur.
- c) $|BC|$ ile $|RS|$ karşılıklı orantılı olduğundan $\frac{|BC|}{|RS|} = \frac{2}{3}$ olur.

ç) $\widehat{ABC} \sim \widehat{PRS}$ ifadesinde herhangi bir üçgenin iki köşesi yer değiştirirse diğer üçgenin de karşılıklı köşeleri yer değiştirir. Aksi hâlde benzerlik bozulur. Bu durumda \widehat{ABC} yazıldığında C köşesini en sola alırsak \widehat{PRS} yazıldığında da karşılıklı köşe olan S köşesi en sola geçer ve benzerlik bozulmaz. Bu durumda $\widehat{ABC} \sim \widehat{PRS} \Rightarrow \widehat{CAB} \sim \widehat{SPR}$ yazılabilir.

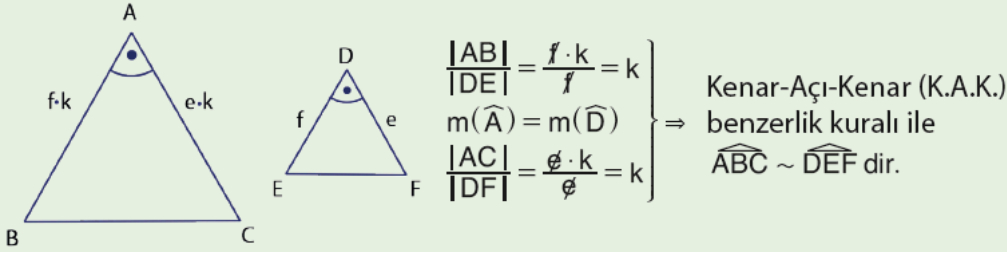
d) [AB] ile [PR] karşılıklı orantılı olduğundan

$$\frac{|AB|}{|PR|} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3 \cdot |AB| = 2 \cdot |PR| \text{ olur.}$$

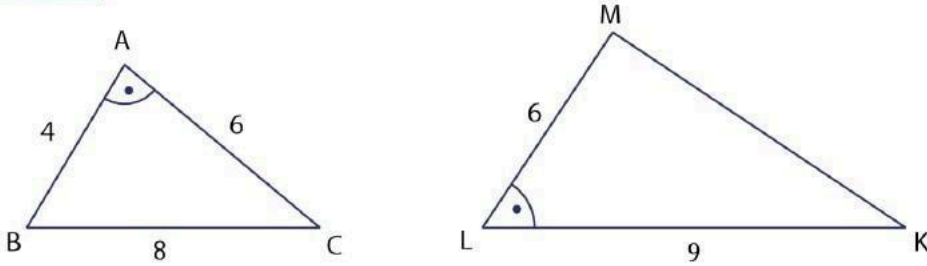
Sonuç olarak a ve b maddeleri yanlış iken c, ç ve d maddeleri doğrudur.

Kenar - Açık - Kenar (K.A.K.) Benzerlik Kuralı

Karşılıklı iki kenar uzunluğu orantılı ve bu kenarların oluşturduğu açılar ölçüleri eşit olan üçgenler benzer olur. Bu benzerliğe **Kenar — Açık — Kenar (K. A. K.) benzerlik kuralı** denir.



ÖRNEK



$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{MLK})$, $|AC| = |ML| = 6$ birim, $2 \cdot |AB| = |BC| = 8$ birim ve $|LK| = 9$ birim ise $|MK| = x$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

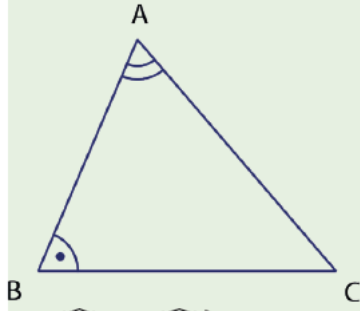
$\frac{|AB|}{|LM|} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $\frac{|AC|}{|LK|} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ ve $m(\widehat{A}) = m(\widehat{L})$ olduğundan K.A.K. benzerlik

kuralına göre $\widehat{BAC} \sim \widehat{MLK}$ olur. Bu durumda

$$\frac{|AB|}{|LM|} = \frac{|BC|}{|MK|} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{8}{x} \Rightarrow 4x = 48$$

$$\Rightarrow x = 12 \text{ olur.}$$

Açı - Açı (A.A) Benzerlik Kuralı

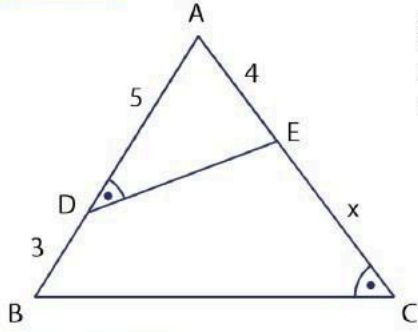


İki üçgen arasındaki bire bir eşlemede karşılıklı ikişer açının ölçüleri eşit ise bu üçgenlere **benzerdir** denir. Bu benzerliğe

Açı - Açı (A. A.) benzerlik kuralı denir.

$$\left. \begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Açı - Açı (A. A.) benzerlik kuralı ile } \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \text{ olur.}$$

ÖRNEK



Şekilde A, D ve B; A, E ve C noktaları doğrusaldır. $|AD| = 5$ birim, $|DB| = 3$ birim, $|AE| = 4$ birim ve $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{ACB})$ ise $|EC| = x$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

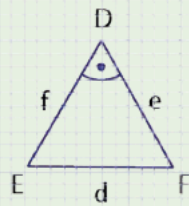
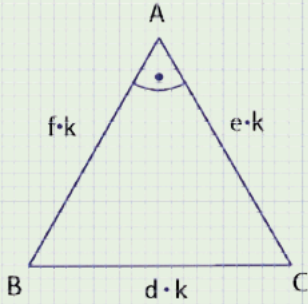
\widehat{ADE} ile \widehat{ACB} arasında bire bir eşleme yapılırsa

$$\left. \begin{array}{l} m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{ACB}) \\ m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{CAB}) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Açı - Açı benzerlik kuralı gereği } \widehat{ADE} \sim \widehat{ACB} \text{ olur.}$$

$$\text{Bu durumda } \frac{|AE|}{|AB|} = \frac{|AD|}{|AC|} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{5}{4+x} \Rightarrow 16 + 4x = 40 \Rightarrow 4x = 24 \Rightarrow x = 6 \text{ birim olur.}$$

Kenar - Kenar - Kenar (K.K.K.) Benzerlik Kuralı

Köşeleri arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı kenar uzunlukları orantılı olan üçgenler benzer olur. Bu benzerliğe **Kenar - Kenar - Kenar (K. K. K.) benzerlik kuralı** denir.



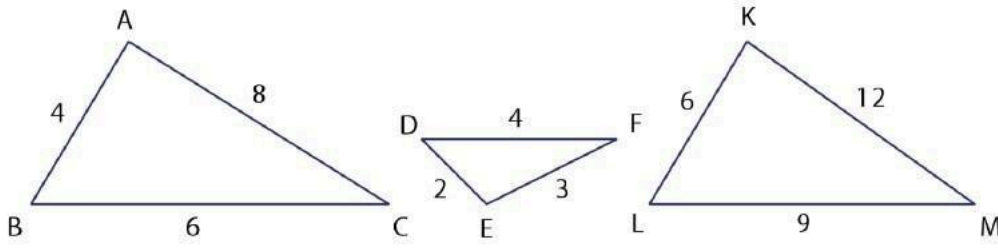
Yandaki şekilde

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k$$

olduğundan

Kenar - Kenar - Kenar (K.K.K.)

benzerlik kuralı ile $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ olur.

ÖRNEK

Yukarıda \widehat{ABC} nde $|AB| = 4$ cm, $|AC| = 8$ cm ve $|BC| = 6$ cm;
 \widehat{DEF} nde $|DE| = 2$ cm, $|EF| = 3$ cm ve $|FD| = 4$ cm; \widehat{KLM} nde
 $|KL| = 6$ cm, $|LM| = 9$ cm ve $|KM| = 12$ cm olarak veriliyor. Buna göre verilen
üçgenlerden hangilerinin benzer olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

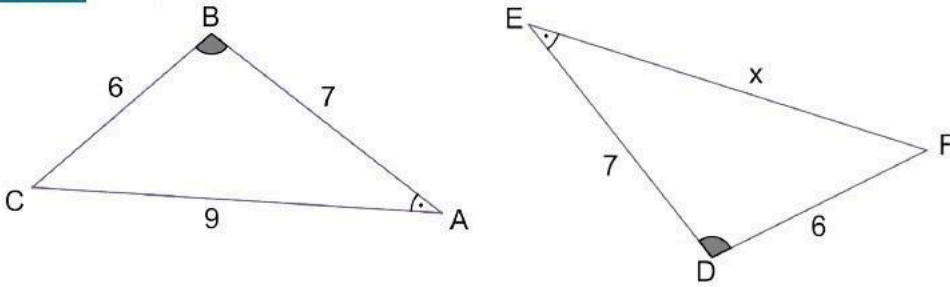
\widehat{ABC} ile \widehat{DEF} nin kenar uzunlukları oranı $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = 2$ olduğundan

K.K.K benzerlik kuralı ile $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ dir

\widehat{ABC} ile \widehat{KLM} nin kenar uzunlukları oranı $\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|BC|}{|LM|} = \frac{|AC|}{|KM|} = \frac{2}{3}$ olduğundan

K. K. K. benzerlik kuralı ile $\widehat{ABC} \sim \widehat{KLM}$ olur.

\widehat{ABC} , \widehat{DEF} ve \widehat{KLM} ile benzer olduğundan $\widehat{DEF} \sim \widehat{KLM}$ olur.

ÖRNEK

Yukarıdaki \widehat{ABC} nde $|AB| = 7$ cm, $|AC| = 9$ cm ve $|BC| = 6$ cm;

\widehat{EDF} nde $|DF| = 6$ cm, $|ED| = 7$ cm ve $|FE| = x$ cm tir.

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{EDF})$ ve $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DEF})$ olarak veriliyor.

Buna göre bu üçgenlerin

- Benzer olup olmadıklarını bulunuz.
- Eş olup olmadıklarını bulunuz.
- Eşlik ile benzerlik arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

a) Üçgenlerin ikişer açılarının ölçüleri eşit olduğundan A. A. benzerliği ile

$\widehat{ABC} \sim \widehat{EDF}$ olur.

Buradan $\frac{|AB|}{|ED|} = \frac{|AC|}{|EF|} = \frac{|BC|}{|DF|} = k \Rightarrow \frac{7}{7} = \frac{9}{x} = \frac{6}{6} = k \Rightarrow x = 9$ ve $k = 1$ olur.

b) $k = 1$ olduğundan $\left. \begin{array}{l} |AB| = |ED| \\ |AC| = |EF| \\ |BC| = |DF| \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{ABC} \cong \widehat{EDF}$ olur. (K. K. K. eşlik kuralı).

c) \widehat{ABC} ile \widehat{EDF} üçgenleri benzerlik oranı $k = 1$ olduğu için hem eş hem de benzer üçgenlerdir. O hâlde

- Benzerlik oranı $k = 1$ olan üçgenler aynı zamanda eştir.
- Eş üçgenler aynı zamanda benzerdir.
- Benzer üçgenler eş olmayabilir.

ÖRNEK

Benzerlik oranı $\frac{2}{5}$ olan iki üçgenden küçük olan üçgenin çevresi 36 cm ise büyük olan üçgenin çevresinin kaç cm olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Benzerlik oranı $\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{\text{Ç}(\widehat{ABC})}{\text{Ç}(\widehat{DEF})} = \frac{2}{5}$ olacak şekilde \widehat{ABC} ile \widehat{DEF} seçilir.

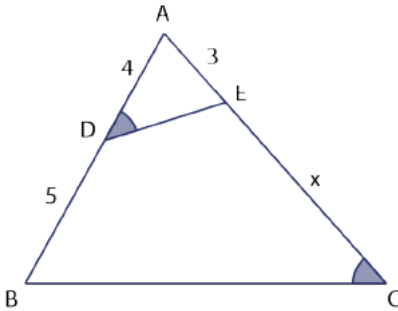
Bu durumda küçük olan üçgen \widehat{ABC} ve büyük olan üçgen ise \widehat{DEF} olur.

Dolayısıyla $\frac{36}{\text{Ç}(\widehat{DEF})} = \frac{2}{5} \Rightarrow \text{Ç}(\widehat{DEF}) = 90$ cm olur.

BÖLÜM IV

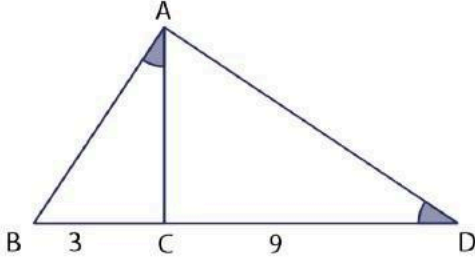
Ölçme ve Değerlendirme

1.



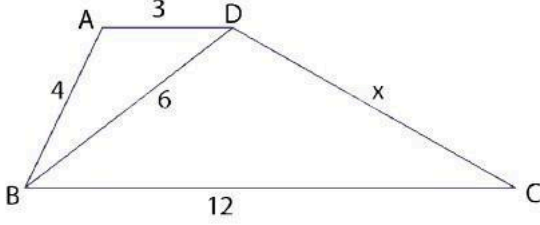
Yandaki şekilde A, D ve B; A, E ve C noktaları doğrusaldır.
 $|AE| = 3$ birim, $|AD| = 4$ birim,
 $|BD| = 5$ birim ve $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{ACB})$ ise $|EC| = x$ değerini bulunuz.

2.



Yandaki şekilde B, C ve D noktaları doğrusaldır.
 $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ADC})$,
 $|BC| = 3$ birim ve $|CD| = 9$ birim ise
 $|AB|$ nu bulunuz.

3.



Yandaki şekilde $[AD] \parallel [BC]$;

$|AD| = 3$ birim,

$|BC| = 12$ birim,

$|AB| = 4$ birim ve

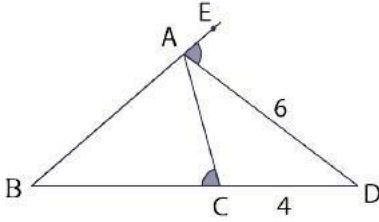
$|BD| = 6$ birim ise

$|DC| = x$ değerini bulunuz.

4.

$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ olmak üzere $2 \cdot |AB| = 3 \cdot |DE|$ veriliyor. \widehat{B} nin açıortay uzunluğu 12 birim ise \widehat{E} nin açıortay uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

5.



Yandaki şekilde B, C ve D; B, A ve E noktaları doğrusaldır. $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{ACB})$
 $|AD| = 6$ birim ve $|CD| = 4$ birim ise $|BC|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar

Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşmıştır.

.....
Matematik Öğretmeni

.../.../2024

UYGUNDUR

Okul Müdürü

.....