

כדאי לחדד

פונקציה רציונלית

1. נתונה הפונקציה: $f(x)$ המוגדרת לכל x המקיימת:

$$f(0) = 2$$

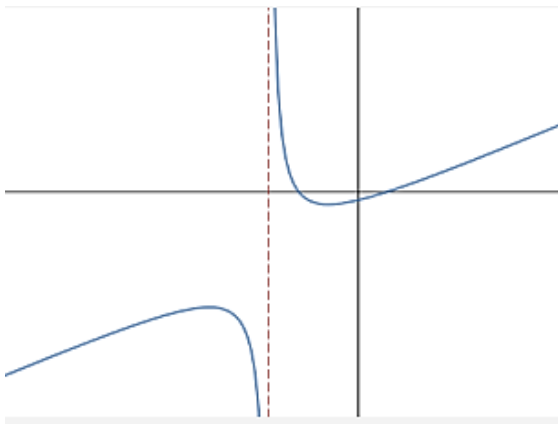
$$f'(0) = -3$$

נתונה פונקציה נוספת $g(x)$, המקיימת: $g(x) = (x - a)^2$.

$h(x)$ היא פונקצית המכפלה של $f(x)$ ו- $g(x)$:

$$h(x) = f(x) \cdot g(x)$$

הביעו באמצעות a את $h'(0)$.



2. לפניך גרף של פונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 3}$

מגדירים: $h(x) = (x - 3) \cdot f(x)$

א. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $h(x)$.

ב. ידוע שלפונקציה $h(x)$ יש נקודת מקסימום אחת בלבד. בחרו מבין התחומים הבאים את התחום בו

נמצאת נקודות המקסימום של הפונקציה $h(x)$ (אין צורך בגזירת הפונקציה על מנת לענות על סעיף זה):

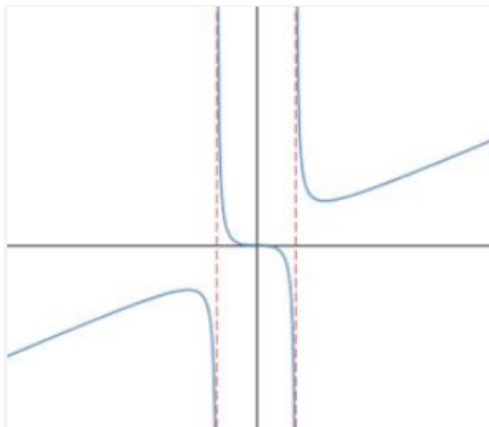
☐ $x > 1$

☐ $1 < x < 3$

☐ $-2 < x < 1$

☐ $-3 < x < -2$

☐ $x < -3$



3. לפניך גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}$

מהם ערכי x עבורם מתקיים $f(|x|) = f(x)$?

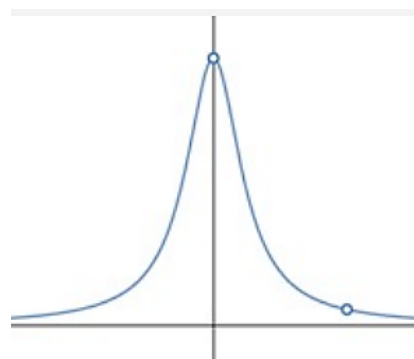
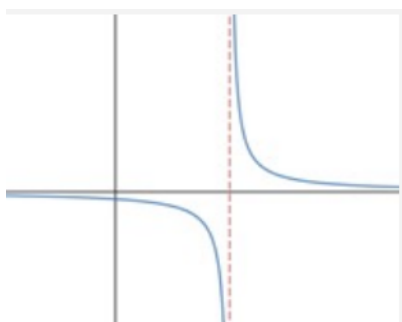
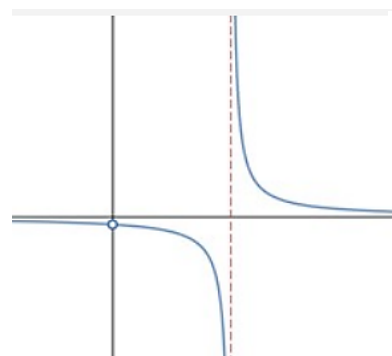
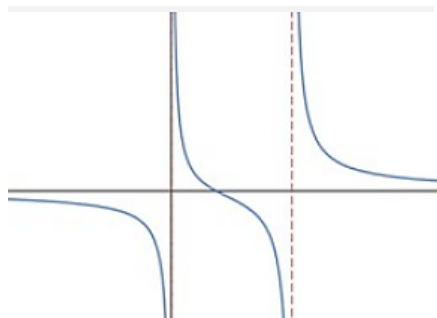
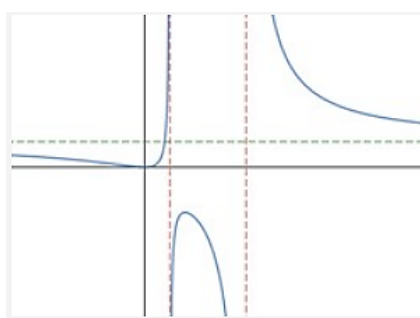
התרגילים לוקטו מאתר של "קמפוס il"

4. $v(x)$ הוא פולינום ממעלה שנייה שחותך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות. $u(x)$ היא פונקציה קווית.

קבעו לכל אחד מהגרפים הבאים האם ייתכן שהוא מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$ כך ש:

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$$

(בפתרון השאלה הניחו שכל נקודות הקיצון, נקודות החיתוך עם הצירים ונקודות אי ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ מופיעות בשרטוט).



נתונות הפונקציה: $f(x) = x^2 + 5x + 4$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.

5.

חשבו את k עבורו הפונקציה $h(x) = g(x) + k$ אי זוגית.

$$6. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{(x-1)(x-4)}{(x+1)(3x-2)}$$

ב. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

התרגילים לוקטו מאתר של "קמפוס il"

פונקציות טריגונומטריות

$$7. \text{ נתונות הפונקציות: } f(x) = \cos 2x - a \text{ ו- } g(x) = 2\sin 2x \text{ בתחום: } 0 \leq x \leq \pi$$

a הוא פרמטר חיובי.

הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה משיק גם לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת המינימום שלה. מצא את a

$$8. \text{ נתונה גם הפונקציה: } h(x) = k - \sin x - \cos^2 x$$

ידוע כי הגרף של $h(x)$ נוגע בציר ה- x פעם אחת בלבד בתחום: $0 \leq x \leq \pi$. מהו הערך של הפרמטר k ?

$$9. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos(ax)}$$

ידוע כי המרחק בין כל שתי אסימפטוטות אנכיות של $f(x)$ עם ציר ה- x הוא π . מהו הערך של a ?

קשר בין גרף הפונקציה לגרף הפונקציה הנגזרת

10. סמנו לכל משפט אם הוא נכון או לא. שימו לב, משפט שמסומן כנכון חייב להיות נכון תמיד.

א. אם בנקודה הנגזרת השנייה חיובית אז הנקודה בתחום קעירות כלפי מעלה.

ב. הנגזרת השנייה של פונקציה קווית היא תמיד אפס.

ג. נקודה שבה הנגזרת השנייה שלילית היא נקודת מקסימום.

ד. כאשר שיפוע המשיקים קטן ככל שה- x גדל, הפונקציה קעורה כלפי מעלה.

ה. אם נעביר משיק לפונקציה בנקודה הנמצאת בתחום קעירות כלפי מטה של הפונקציה, המשיק ימצא מעל הפונקציה.

אינטגרלים

נתונות הפונקציות:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5}, \quad g(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 21} \quad 11.$$

א. אדוע שקיים p עבורו: $g(x) = f(x - p)$, לכל ערך של x בתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$. מצאו את p .

ב. קבעו ערך אפשרי עבור הפרמטר a כך שיתקיים שוויון בביטוי הבא:

$$\int_5^8 f(x) dx = \int_a^{a+3} g(x) dx$$

התרגילים לוקטו מאתר של "קמפוס il"

$$12. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} \text{ שמוגדרת בתחום } x \neq -2.$$

היעזרו בגרף הפונקציה $f(x)$ וקבעו את ערך הפרמטר a כך שיתקיים השוויון: $(a \neq -1)$

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_a^{a+2} f(x) dx$$

$$13. \text{ נתון: } \int_0^3 f(x) dx = 7 \text{ ו- } \int_0^3 g(x) dx = 4$$

חשב, אם אפשר:

Ⓐ	Ⓑ
$\int_0^3 (f(x) + 2g(x)) dx$	$\int_0^3 f(x)g(x) dx$
Ⓒ	Ⓓ
$\int_0^6 f(x) dx$	$\int_0^3 (g(x) + 2) dx$

Ⓔ	$\int_3^0 f(x) dx \times \int_0^3 g(x) dx$	Ⓕ	$\int_{-3}^3 g(x) dx$
Ⓖ	$\int_{-3}^3 f(x) dx$	Ⓖ	$\int_{-1}^2 f(x+1) dx$

אילו מהאנטגרלים ניתן להעריך אם יש לנו את המידע הנוסף הבא?
 · גרף הפונקציה $f(x)$ מקיים: $f(3+x) = f(3-x)$.

2. הפונקציה $g(x)$ אי-זוגית

3. הפונקציה $f(x)$ זוגית

4. $g(x)$ היא פונקציה קבועה או הפונקציות הופכיות

14. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x+3}$ שמוגדרת בתחום $x \neq -3$.
 התרגילים לוקטו מאתר של "קמפוס il"

א. היעזרו בגרף הפונקציה $f(x)$ וקבעו את ערך הפרמטר a כך שיתקיים השוויון:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-5}^a f(x) dx$$

ב. נסמן: $S = \int_a^b f(x) dx$
 $(0 < a < b)$

בחרו בתשובה הנכונה:

$S = \frac{1}{3}(b-a)$ ○

$\frac{1}{3}(b-a) < S < \frac{1}{2}(b-a)$ ○

$S > \frac{1}{2}(b-a)$ ○

$$S = \frac{1}{2}(b - a) \circ$$

$$S < \frac{1}{3}(b - a) \circ$$

אינטגרל בתור פונקציית הצטברות

15. השלימו

- א. כאשר $f(x)$ חיובית, פונקציית ההצטברות היא פונקציה _____
- ב. כאשר $f(x)$ שלילית, פונקציית ההצטברות היא פונקציה _____
- ג. כאשר $f(x)$ מחליפה סימן מחיובי לשלילי, לפונקציית ההצטברות יש נקודת _____
- ד. כאשר $f(x)$ מחליפה סימן משלילי לחיובי, לפונקציית ההצטברות יש נקודת _____
- ה. כאשר הפונקציה $f(x)$ עולה, פונקציית ההצטברות היא פונקציה _____
- ו. כאשר הפונקציה $f(x)$ יורדת, פונקציית ההצטברות היא פונקציה _____
- ז. לפונקציית ההצטברות יש נקודת פיתול כאשר ל $f(x)$ _____
- ח. פונקציית ההצטברות מתאפסת:

בחרו בתשובה הנכונה:

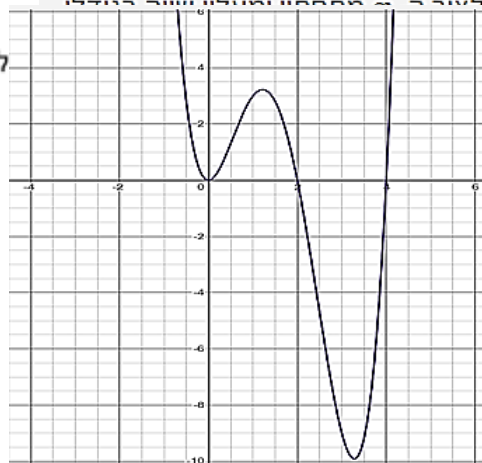
☐ בנקודות החיתוך של $f(x)$ עם ציר ה- x .

☐ כאשר השטח שכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x שלילי.

☐ כאשר השטח שכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x חיובי.

☐ כאשר האנוטורל הממוצע בין גרף הפונקציה $f(x)$ לציר ה- x חיובי.

לוקטו מאתר של "קמפוס או"



16.

כאשר $x = 3.2$ לפונקציה יש נקודת מינימום וכאשר $x = 1.2$ לפונקציה יש נקודת מקסימום.

$$F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt \text{ נגדיר פונקציה:}$$

א. מצאו את ערך הפונקציה $F(x)$ בנקודה $x = -1$.

ב. מצאו מהם תחומי העלייה והירידה של $F(x)$.

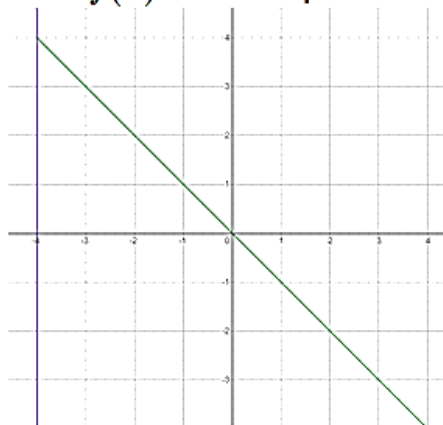
ג. עבור איזה ערך x הפונקציה $F(x)$ מקבלת מינימום?

ד. עבור איזה ערך x הפונקציה $F(x)$ מקבלת מקסימום?

ה. עבור אילו ערכי x לפונקציה $F(x)$ יש נקודות פיתול?

ו. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מטה של הפונקציה $F(x)$.

17. נתונה הפונקציה $f(x) = -x$ בתחום $[-4, x)$. (ראו ציור).



הפונקציה $F(x)$ מתארת את הפונקציה הצוברת של $f(x)$ בתחום $[-4, x)$.

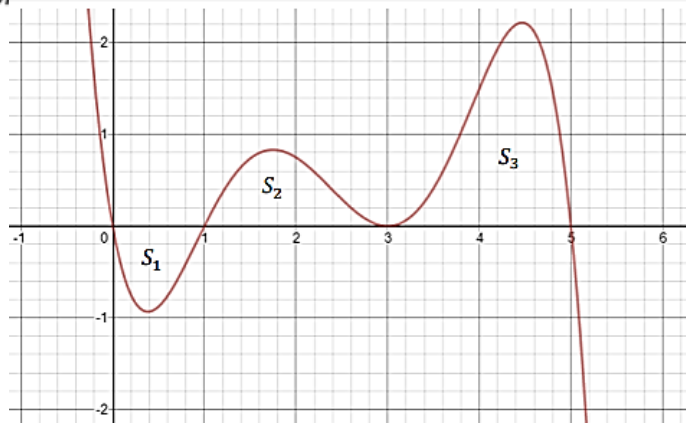
א. רשום ביטוי אלגברי עבור הפונקציה $F(x)$

ב. מצאו את ערך הפונקציה $F(x)$ כאשר $x = -4$.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $F(x)$

18. לפניכם גרף של הפונקציה $f(x)$.

החריטיליח לזהונו מאחר ועל "המפוס il"



מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ בתחום $x \geq 0$. הסתמכו על השרטוט וענו על השאלות הבאות:

א. מצאו מהו הסימן של הביטוי $g(1)$.

ב. מצאו מהו הסימן של הביטוי $g(3)$.

ג. מצאו מהם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $g(x)$ וקבעו את סוגן.

ד. נתון: $g(3) = 0$.

$$S_1 = S_2 \quad \circ$$

$$S_2 = S_3 \quad \circ$$

$$S_1 = S_3 \quad \circ$$

ה. לפניכם כמה טענות. קבעו לגבי כל אחת מהן אם היא נכונה בהכרח, שגויה בהכרח או שאי אפשר לדעת.

ה.1. לפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול ששיפוע המשיק בה הוא 0.

ה.2. לפונקציה $g(x)$ יש 4 נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

ה.3. $g(0) = 0$.

ה.4. בתחום $x > 5$ הפונקציה $g(x)$ יורדת.

ה.5. בתחום $0 < x < 2$ הפונקציה $g(x)$ חיובית.

ה.6. בתחום $0.5 < x < 1.75$ הפונקציה $g(x)$ קעורה כלפי מעלה.

בהצלחה!