<u>FUNCIÓN A TROZOS Y ESTUDIO DE FUNCIONES</u>

<u>EJERCICIO 1.</u>

El estudio de la periodicidad en este ejercicio no se ha dado. La continuidad se mira en el eje X y es sólo observar si se realiza la función de un solo trazo (Sin levantar el bolígrafo).

Representa y describe las características de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < 2 \\ x-5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{si } x < 3 \\ 6 & \text{si } x = 3 \\ -x+3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

c) $h(x) = \begin{cases} \dfrac{6}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ 2x+1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

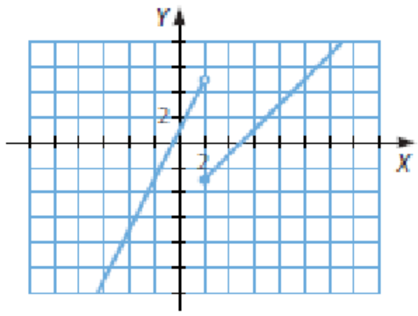
a) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = \mathbb{R}$

La función es creciente en $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$.

No es continua en $x = 2$, y este es un punto de discontinuidad inevitable de salto finito.

No tiene asíntotas.

No es simétrica ni periódica.

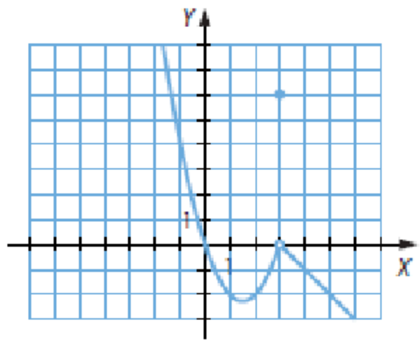


b) Dom $g = \mathbb{R}$ Im $g = \left[-\dfrac{9}{4}, +\infty\right)$

La función es creciente en $\left(\dfrac{3}{2}, 3\right) \cup (3, +\infty)$

y es decreciente en $\left(-\infty, \dfrac{3}{2}\right)$.

Tiene un mínimo absoluto en $x = \dfrac{3}{2}$.



No es continua en $x = 3$, y este es un punto de discontinuidad evitable.

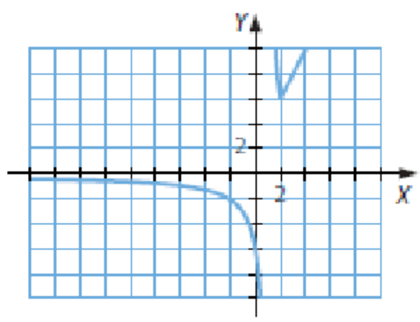
No tiene asíntotas. No es simétrica ni periódica.

c) Dom $h = \mathbb{R} - \{1\}$ Im $h = (-\infty, 0) \cup [6, +\infty)$

La función es decreciente en $(-\infty, 1) \cup (1, 2)$ y es creciente en $(2, +\infty)$.

Tiene un mínimo relativo en $x = 2$.

No es continua en $x = 1$, y este es un punto de discontinuidad inevitable de salto infinito.



Tiene una asíntota vertical en $x = 1$ y una asíntota horizontal en $y = 0$.

No es simétrica ni periódica.

EJERCICIO 2.

(PAU) El precio de un artículo que ha estado los últimos 6 años en el mercado, en función del tiempo t (en años), ha seguido la siguiente función:

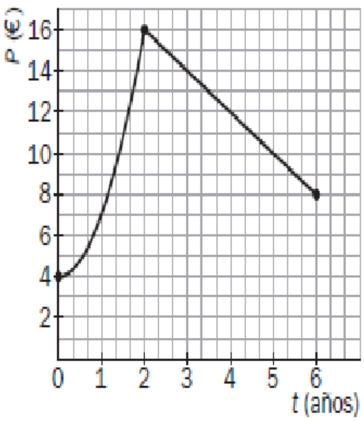
$$P(t) = \begin{cases} 3t^2 + 4 & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ -2t + 20 & \text{si } 2 < t \leq 6 \end{cases}$$

a) Representa la función precio en los últimos 6 años.

b) Estudia cuándo ha sido creciente y cuándo decreciente el precio del artículo.

c) ¿Cuál fue el precio máximo que alcanzó el artículo? ¿Cuál es el precio actual?

a)



b) Creciente los 2 primeros años y decreciente el resto.

c) El precio máximo es $P(2) = 16$ €. El precio actual es $P(6) = 8$ €.

EJERCICIO 3.

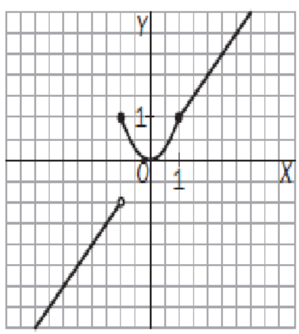
Dada la función: $g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) Represéntala gráficamente.

b) Calcula $g(-2)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$.

c) Estudia su continuidad.

a)

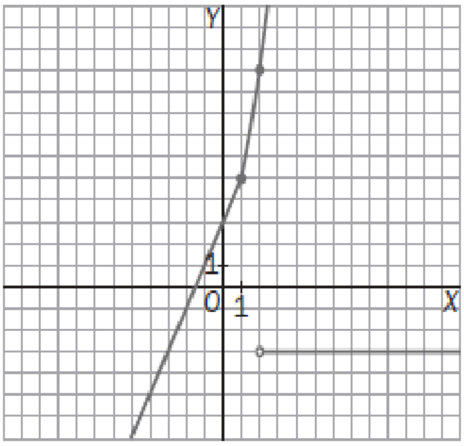


b) $g(-2) = -2$, $g(-1) = 1$, $g(0) = 0$, $g(1) = 1$, $g(2) = 2$

c) La función es continua en $\mathbb{R} - \{-1\}$.

EJERCICIO 4.

Representa la gráfica de la función $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x < 1 \\ x^2 + 2x + 2 & 1 \leq x \leq 2 \\ -3 & x > 2 \end{cases}$



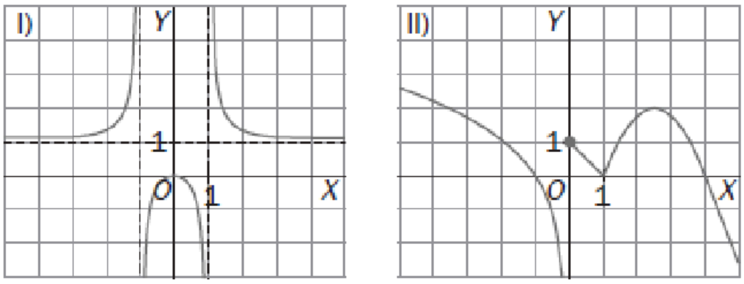
EJERCICIO 5.

Dadas las gráficas de las funciones de la derecha, indica:

a) Si son continuas o, en caso contrario, en qué puntos presentan discontinuidades.

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y si tienen máximos y mínimos relativos.

c) La tendencia en $+\infty$ y en $-\infty$.



a) Continua en R $-$ $\{-1, 1\}$.

b) Crece en $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$.

Decrece en $(0, 1) \cup (1, +\infty)$.

Máximo en $(0, 0)$.

No tiene mínimos.

c) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$.

a) Continua en R $-$ $\{0\}$.

b) Crece en $\left(1, \frac{5}{2}\right)$.

Decrece en $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$.

Máximos en $(0, 1)$ y $\left(\frac{5}{2}, 2\right)$.

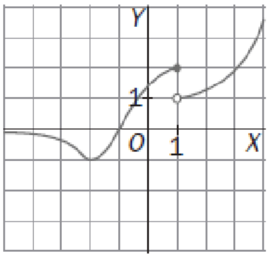
Mínimos en $(1, 0)$.

c) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

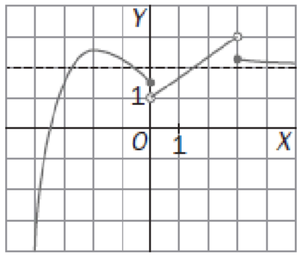
EJERCICIO 6.

Estudia la continuidad de las siguientes funciones. Da sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, y las coordenadas de sus máximos y mínimos relativos. Estudia su tendencia diciendo cuál es el comportamiento de la función cuando x tiende a más infinito y a menos infinito.

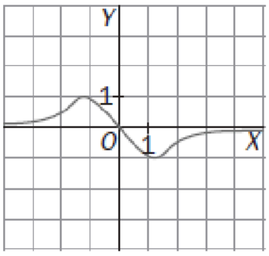
a)



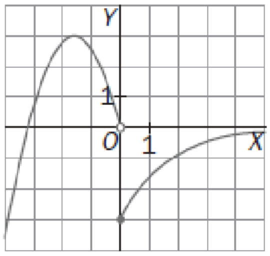
c)



b)



d)



a) Continua en $\mathbf{R} - \{1\}$.

Crece en $\left(-2, \frac{1}{2}\right) \cup (1, +\infty)$. Decrece en $(-\infty, -2) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

Máximo en $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$. Mínimo en $(-2, -2)$.

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$.

b) Continua en $\mathbf{R} - \{0, 3\}$.

Crece en $(-\infty, -2) \cup (0, 3)$. Decrece en $(-2, 0) \cup (3, +\infty)$.

Máximos en $(-2; 3{,}2)$, $(3, 4)$. Mínimos no tiene.

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

c) Continua en $\mathbf{R}$.

Crece en $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$. Decrece en $(-1, 1)$.

Máximo en $(-1, 1)$. Mínimos en $(1, -1)$.

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$.

d) Continua en $\mathbf{R} - \{0\}$.

Crece en $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (0, +\infty)$. Decrece en $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$.

Máximo en $\left(-\frac{3}{2}, 3\right)$. Mínimos en $(0, -3)$.

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.