

Exercice 1 :

Dans un repère orthonormé, on considère les points suivants : $A(2, 1)$, $B(4, 3)$ et $C(3 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$:

- 1- Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ puis en déduire $\cos(\vec{AC}, \vec{AB})$ et $\sin(\vec{AC}, \vec{AB})$,
- 2- Déduire la nature du triangle ABC,
- 3- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB),
- 4- Soit (C) le cercle défini par l'équation cartésienne suivante : $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$:
Puis on considère (Δ) la droite défini par $() : mx + 2\sqrt{2}y + 2m = 0$, avec m est un paramètre :
 - a- Déterminer les coordonnées du centre Ω et le rayon R du cercle (C),
 - b- Déterminer la valeur de m pour que $()$ soit perpendiculaire à (AB),
 - c- Calculer $d(\Omega, ())$, puis déduire les valeurs de m pour que la droite $()$ soit tangente à (C) aux points F et G à déterminer,
- 5- Déterminer une équation cartésienne du cercle (C') de diamètre [AB],
- 6- Vérifier que le point C est à l'extérieur du cercle (C'),
- 7- Donner les équations cartésiennes des tangentes à (C') passant par le point C.

Exercice 2 :

ABCD est un parallélogramme tel que $AB=4$, $AD=5$ et $AC=7$:

- 1- Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$, puis calculer en développant $\|\vec{AB} - \vec{AD}\|^2$, puis déduire la valeur de BD.

Exercice 3 :

ABCD est un rectangle de longueur $AB = L$ et largeur $AD = l$, et H et K les projetés orthogonaux des sommets B et D sur la diagonale (AC) :

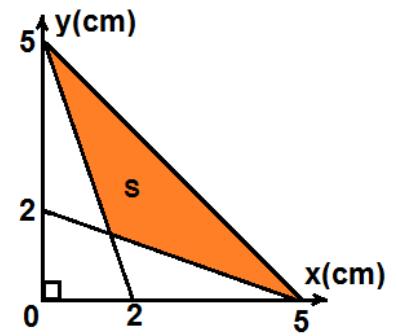
- 1- Montrer que $\vec{CA} \cdot \vec{BD} = L^2 - l^2$,
- 2- Déduire HK en fonction de L et l ,
- 3- Calculer la distance HK pour $L = l$,
- 4- Comment choisir L et l pour avoir $AC = 2KH$.

Exercice 4 :

- 1- Calculer $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$, puis Calculer $\cos(\frac{5\pi}{12})$ et $\sin(\frac{5\pi}{12})$,
- 2- Montrer que $\cos(x) = \cos(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(x - \frac{\pi}{3})$,
- 3- Montrer que $\sin(x + \frac{2\pi}{3}) + \sin(x - \frac{2\pi}{3}) + \sin(x) = 0$,
- 4- Montrer que $\forall x \in R : (\frac{5x}{2}) - (\frac{3x}{2}) = -\sin \sin(4x) \times \sin(x)$,
- 5- Montrer que $\forall x \in R : \sin(4x) = 4 \sin \sin(x) [2\cos^3(x) - \cos(x)]$,

Exercice 5 :

On considère la figure ci-contre :
Calculer S la surface de la partie colorée.



<https://spbiof.blogspot.com/>