Câu 1. **[2D1-1.9-2] (Lê Quý Đôn Điện Biên Lần 3)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=3x+m\left(\sin x+\cos x+m\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Diệu; Fb:dieuptnguyen

Chọn D

Ta có $y'=3+m.\left(\cos x-\sin x\right)=3-\sqrt{2}.m.\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$.

Hàm số $y=3x+m.\left(\sin x+\cos x+m\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y'=3-\sqrt{2}.m.\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \sqrt{2}.m.\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\leq 3,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \max_{\mathbb{R}}\left[\sqrt{2}.m.\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]\leq 3\Leftrightarrow \sqrt{2}|m|\leq 3 \Leftrightarrow -\frac{3}{\sqrt{2}}\leq m\leq\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Do m nguyên nên $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.