

Câu 1. [2D1-1.9-2] (Lê Quý Đôn Điện Biên Lần 3) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = 3x + m(\sin x + \cos x + m)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3 .

B. Vô số.

C. 4 .

D. 5 .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Diệu; Fb:dieuptnguyen

Chọn D

Ta có
$$y' = 3 + m(\cos x - \sin x) = 3 - \sqrt{2}.m.\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Hàm số $y = 3x + m(\sin x + \cos x + m)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' = 3 - \sqrt{2}.m.\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sqrt{2}.m.\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \max_{\mathbb{R}} \left[\sqrt{2}.m.\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right] \leq 3 \Leftrightarrow \sqrt{2}|m| \leq 3 \Leftrightarrow -\frac{3}{\sqrt{2}} \leq m \leq \frac{3}{\sqrt{2}}$$

Do m nguyên nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.