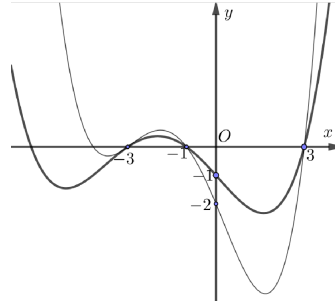


Câu 1. [2D1-6.7-4] (CHUYÊN THÁI BÌNH LẦN V NĂM 2019) Cho hai hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới, trong đó đường **đậm hơn** là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hai đồ thị này tiếp xúc với nhau tại điểm có hoành độ là -3 và cắt nhau tại hai điểm nữa có hoành độ lần lượt là -1 và 3 . Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f(x) \geq g(x) + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-3; 3]$.



A. $\left(-\infty; \frac{12-8\sqrt{3}}{9}\right]$

B. $\left[\frac{12-10\sqrt{3}}{9}; +\infty\right)$

C. $\left(-\infty; \frac{12-10\sqrt{3}}{9}\right]$

D. $\left[\frac{12-8\sqrt{3}}{9}; +\infty\right)$

Lời giải

Tác giả: Trương Quang Trung; Fb: Trương Trung

Chọn A

Xét $f(x) - g(x) = k(x+3)^2(x+1)(x-3)$.

$$\Rightarrow f(0) - g(0) = k \cdot 9 \cdot 1 \cdot (-3) \Rightarrow k = \frac{-1}{27}$$

Do đó $f(x) - g(x) = \frac{-1}{27}(x+3)^2(x+1)(x-3)$.

Theo đề bài: $f(x) \geq g(x) + m \Leftrightarrow f(x) - g(x) \geq m, \forall x \in [-3; 3]$.

Gọi $u(x) = f(x) - g(x) \Leftrightarrow u(x) \geq m, \forall x \in [-3; 3]$ hay $m \leq \min_{x \in [-3; 3]} u(x)$. (1)

Xét hàm $u(x)$ ta có:

$$u'(x) = \left(\frac{-1}{27}(x+3)^2(x+1)(x-3)\right)' = \frac{-1}{27}(4x^3 + 12x^2 - 12x - 36)$$

$$u'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = -3 \end{cases}$$

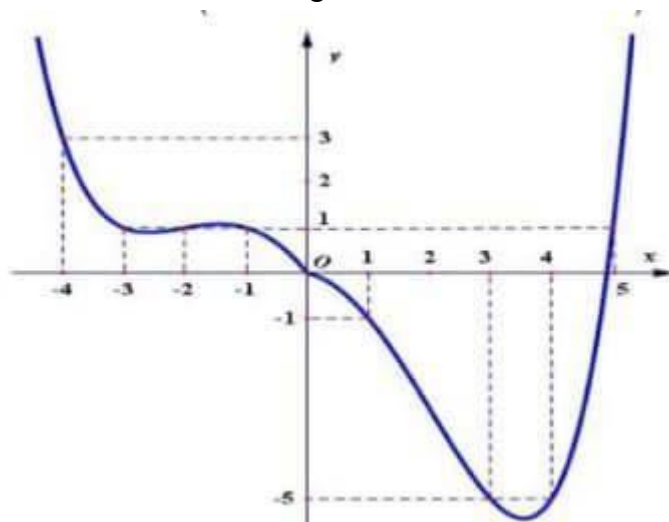
BBT:

x	-3	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	3			
$u'(x)$	$\diagup$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\diagup$
$u(x)$	$\diagup$	$\diagup$	$\diagup$	$\diagup$	$\diagup$	$\diagup$	$\diagup$

$\frac{12-8\sqrt{3}}{9}$ 0

Do đó (1) $\Leftrightarrow m \leq \frac{12-8\sqrt{3}}{9}$.

Câu 2. [2D1-6.7-4] (NGUYỄN TRUNG THIÊN HÀ TĨNH) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2 \cdot f\left(3 - 3\sqrt{-9x^2 + 30x - 21}\right) = m - 2019$ có nghiệm.



A. 15.

B. 14.

C. 10.

D. 13.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Hồng Gấm; **Fb:** Nguyễn Thị Hồng Gấm

Phản biện: Lê Mai Hương; **Fb:** Lê Mai Hương

Chọn D

Ta có $-9x^2 + 30x - 21 = -(3x - 5)^2 + 4 \leq 4$ nên $\sqrt{-9x^2 + 30x - 21} \in [0; 2]$.

Đặt $t = 3 - 3\sqrt{-9x^2 + 30x - 21}$ thì $t \in [-3; 3]$. Ta cần tìm số các giá trị nguyên của m để

phương trình $f(t) = \frac{m - 2019}{2}$ có nghiệm $t \in [-3; 3]$.

Từ đồ thị suy ra đường thẳng $y = \frac{m - 2019}{2}$ cắt đồ thị $y = f(t); t \in [-3; 3]$ khi và chỉ khi

$-5 \leq \frac{m - 2019}{2} \leq a; a = \max_{[-3; 3]} f(t)$, và cũng từ đồ thị ta có $1 < a < 1,5$.

Do đó $2009 \leq m \leq 2a + 2019$ và $2021 < 2a + 2019 < 2022$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $2009 \leq m \leq 2021$.

Vậy có tất cả $2021 - 2009 + 1 = 13$ giá trị nguyên của m thỏa mãn.