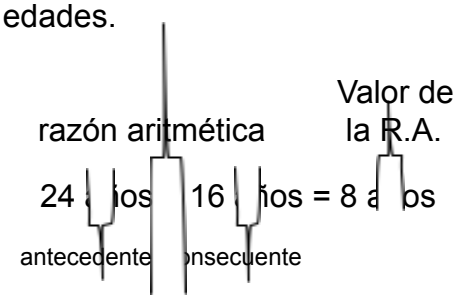
**RAZÓN**: Es la comparación que se establece entre dos cantidades mediante las operaciones de sustracción y división.

**RAZÓN ARIMÉTICA** (R. A.): Es la comparación entre dos cantidades mediante la sustracción.

*Ejemplo*: La edad de Ana es 24 años y la edad de María es 16 años; entonces podemos comparar sus edades.




**Interpretación**

- La edad de Ana excede a la edad de María en 8 años
- La edad de María es excedida por la edad de Ana en 8 años

En general para dos cantidades a y b se tiene:

$$a - b = r$$

a: antecedente b: consecuente
r: valor de la razón aritmética

**PRÁCTICA**

1) Indicar cuál es el antecedente, el consecuente, la razón aritmética y el valor de la razón aritmética: 5 – 3

RESOLUCIÓN
ANTECEDENTE = 5
CONSECUENTE = 3
RAZÓN ARITMÉTICA = 5 – 3
VALOR DE LA RAZÓN ARITMÉTICA = 2

2) Si la edad de Carlos es 32 años y la edad de Diana es 15 años.
Comparemos sus edades e interpretémoslo.

RESOLUCIÓN

**Interpretación**

- La edad de Carlos excede a la edad de Diana en 17 años
- La edad de Diana es excedida por la edad de Carlos en 17 años

3) Encontrar tres pares de números naturales cuyo valor de la razón aritmética es 10.

RESOLUCIÓN
15 – 5 = 10
17 – 7 = 10
23 – 13 = 10

**ACTIVIDAD DOMICILIARIA**

1) Indicar cuál es el antecedente, el consecuente, la razón aritmética y el valor de la razón aritmética de: 10 – 7

2) Los automóviles A y B se desplazan con rapideces de 24 m/s y 20 m/s respectivamente Comparemos sus rapideces e interpretémoslo.

2) Encontrar tres pares de números naturales cuyo valor de la razón aritmética es 12.

**RAZÓN GEOMÉTRICA** (R. G.): Es la comparación entre dos cantidades mediante la división.

*Ejemplo*: En un recipiente se tiene una mezcla de 30 L de vino y 10 L de agua; entonces podemos comparar los volúmenes de vino y agua.

razón geométrica

antecedente → $\frac{30\ L}{10\ L} = \frac{3}{1}$ ← valor de la R.G.
consecuente →

**Interpretación**

- La cantidad de vino es el triple de la cantidad de agua.
- Las cantidades de vino y agua están en la relación de 3 a1.
- La cantidad de vino es como 3 y la cantidad de agua es como 1.
- Por cada 3 L de vino hay 1 L de agua.
- La cantidad de vino es tres veces la cantidad de agua.
- La cantidad de vino es dos veces más a la cantidad de agua.

En general para dos cantidades a y b se tiene:

$$\frac{a}{b} = k$$

Equation.3

a: antecedente b: consecuente
k: valor de la razón geométrica

**PRÁCTICA**

1) Indicar cuál es el antecedente, el consecuente, la razón geométrica y el valor de la R.G. de $\frac{8\ kg}{2\ kg}$

RESOLUCIÓN
ANTECEDENTE = 8 kg
CONSECUENTE = 2 kg

RAZÓN GEOMÉTRICA = $\frac{8\,kg}{2\,kg}$
VALOR DE LA RAZÓN GEOMÉTRICA = 4/1

2) Los edificios M y N tienen una altura de 25 m y 5 m respectivamente, comparemos sus alturas (en ese orden) e interpretémoslo.

**RESOLUCIÓN**

25 m / 5 m = 5 / 1

**Interpretación**

- La altura del edificio M es el quíntuple de la altura del edificio N.
- La altura del edificio M y la altura del edificio N están en la relación de 5 a 1.
- La altura del edificio M es como 5 y la altura del edificio N es como 1.
- Por cada 5 m de altura del edificio M hay 1m de altura del edificio N.
- La altura del edificio M es cinco veces la altura del edificio N.
- 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5
- La altura del edificio M es cuatro veces más la altura del edificio N.

3) Encontrar tres pares de números naturales cuyo valor de la razón geométrica es $\frac{3}{4}$

**RESOLUCIÓN**

4) 6 / 8
5) 12 / 16
6) 15 / 20

## ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Indicar cuál es el antecedente, el consecuente, la razón geométrica y el valor de la R.G. de $\frac{10\,s}{2\,s}$
2) Los automóviles A y B se desplazan con rapideces de 30 m/s y 5 m/s respectivamente Comparemos sus rapideces e interpretémoslo.
3) Encontrar tres pares de números naturales cuyo valor de la razón geométrica es $\frac{2}{5}$.

## PROPORCIÓN

Es la igualdad de dos razones de la misma clase y tiene el mismo valor.

## PROPORCIÓN ARITMÉTICA

Es la igualdad de dos razones aritméticas.

**Ejemplo:**

Forme una proporción aritmética con cuatro artículos cuyos precios son: S/.15, S/.13, S/.9, S/.7.

Los cuales se comparan mediante la sustracción del siguiente modo:

S/.15 – S/.13 = S/.2
S/. 9 – S/.7 = S/.2

términos extremos

S/.15 – S/.13 = S/.9 – S/.7

términos medios

**Interpretación**

El precio S/. 15 excede a precio de S/. 13 tanto como el de S/. 9 excede al de S/.7.

Llevando los términos extremos y medios a un solo miembro de la igualdad se obtiene lo siguiente:

términos extremos  términos medios
S/.15 + S/.7 = S/.9 + S/.13

S/.22 = S/.22

De donde podemos concluir que en toda proporción aritmética:

| EMBED Equation.3 = EMBED Equation.3 |
|---|

**NOTA**: Convencionalmente se asumen los términos de la proporción aritmética en el orden como se presenta en el texto

$$\left(\begin{matrix}1er\\ término\end{matrix}\right) - \left(\begin{matrix}2do\\ término\end{matrix}\right) = \left(\begin{matrix}3er\\ término\end{matrix}\right) - \left(\begin{matrix}4to\\ término\end{matrix}\right)$$

Dependiendo del valor de los términos medios las proporciones aritméticas presentan dos tipos.

**A) Discreta**: Cuando los términos medios son diferentes.

términos extremos

a – b = c – d

términos medios

d: cuarta diferencial de a, b y c

***Ejemplo:*** Halle la cuarta diferencial de los precios de tres artículos que son: S/. 50, S/.34 y S/.29

**Resolución**

Sea d la cuarta diferencial de S/. 50, S/.34 y S/.29

S/.50 – S/.34 = S/.29 – d

d = S/.29 – S/.50 + S/.34

d = S/.13

+ 50 + 34 = + 84
- 50 - 34 = - 84
+ 50 - 34 = + 16
- 50 + 34 = - 16

## PRÁCTICA

1) Forme una proporción aritmética con las edades de 4 alumnos de: 18 años, 13 años, 15 años y 10 años. Interprételo e indique el 1er 2do 3er y 4to término.

**RESOLUCIÓN**

Se comparan mediante la sustracción del siguiente modo:

18 años – 13 años = 5 años

15 años – 10 años = 5 años

términos extremos

18 años – 13 años = 15 años – 10 años

términos medios

**Interpretación**

18 años **excede** a 13 años **tanto** como 15 años **excede** a 10 años

2) Determinar la cuarta diferencial de 72; 28 y 57
a) 13 b) 23 c) 33 d) 43 e) 53

**Resolución**

Sea d la cuarta diferencial de 72; 28 y 57

72 – 28 = 57 – d

d = 57 – 72 + 28

d = 85 – 72

d = 13

## ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Forme una proporción aritmética con 40, 15, 30 y 5. Interprételo e indique el 1er 2do 3er y 4to término.

2) Determinar la cuarta diferencial de: 18; 15 y 31.
a) 27 b) 30 c) 28 d) 22 e) 29

3) Determinar la cuarta diferencial de 85; 18 y 93.
a) 25 b) 26 c) 31 d) 37 e) 41

**B) Continua**: Cuando los términos medios son iguales.

términos extremos

a – b = b – c

términos medios

b: media diferencial de a y c
c: tercera diferencial de a y b

***Ejemplo:***

1) Determine la media diferencial de 35 y 17.

Resolución

Sea b la media diferencial de 35 y 17.

35 – b = b – 17

35 + 17 = 2b

52 = 2b

b = 26

2) Determine la tercera diferencial de 41 y 35.

Resolución

Sea c la tercera diferencial de 41 y 35.

41 – 35 = 35 – c

c = 35 – 41 + 35

c = 29

## PRÁCTICA

1) Determine la media diferencial de 49 y 25.

Resolución

Sea b la media diferencial de 49 y 25.

49 – b = b – 25

49 + 25 = 2b

74 = 2b

b = 37

2) Determine la tercera diferencial de 40 y 25

Resolución

Sea c la tercera diferencial de 40 y 25

40 – 25 = 25 – c

$$c = 25 - 40 + 25$$

$$c = 10$$

## ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Halla la media diferencial de: 47 y 13
   a) 24 b) 30 c) 28 d) 25 e) 27

2) Halla la media diferencial de: 50 y 30
   a) 10 b) 20 c) 35 d) 40 e) 45

3) Determine la tercera diferencial de 25 y 17.
   a) 8 b) 10 c) 12 d) 9 e) 11

4) Determine la tercera diferencial de 50 y 30.
   a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 40

## PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

Es la igualdad de dos razones geométricas.

***Ejemplo***: Se tiene cuatro recipientes cuyas capacidades son: 21L, 7L; 15L y 5L las cuales se comparan mediante la división del siguiente modo:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{21L}{7L}=3\\[2ex]\dfrac{15L}{5L}=3\end{array}\right\}\quad \frac{21L}{7L}=\frac{15L}{5L}=3$$

**Interpretación**

La capacidad de 21L es a la capacidad de 7L como la de 15L es al de 5L.

términos extremos: 21 L y 5 L
términos medios: 7 L y 15 L
Valor de cada razón geométrica: 3

Llevando los términos medios y extremos a un solo miembro de la igualdad se obtiene lo siguiente

términos extremos  términos medios

$$(21)\,(5) = (7)\,(15)$$

$$105 = 105$$

De donde podemos concluir que en toda proporción geométrica:

$$\boxed{\text{EMBED Equation.3} = \text{EMBED Equation.3}}$$

**NOTA**: Convencionalmente se asumen los términos de la proporción en el orden como se presentan en el texto.

$$\boxed{\frac{(1\text{er.término})}{(2\text{da.término})}=\frac{(3\text{er.término})}{(4\text{to.término})}}$$

Dependiendo del valor que asumen los términos medios, las proporciones geométricas presentan dos tipos:

**A) Discreta**: Cuando los términos medios son diferentes.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

d: Cuarta proporcional de a, b y c

***Ejemplo***:
Calcule la cuarta proporcional de 20; 16 y 15

Resolución

Sea d la cuarta proporcional de 20; 16 y 15

$$\frac{20}{16}=\frac{15}{d}$$

$$(20)\,(d) = (16)\,(15)$$

$$d = 12$$

## PRÁCTICA

1) Forme una proporción geométrica con 100, 25, 20 y 5. Interprételo e indique el 1er 2do 3er y 4to término.

2) Determinar la cuarta proporcional de 9, 6 y 12.
   a) 6 b) 8 c) 9 d) 10 e) 12

## ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Forme una proporción geométrica con 40, 10, 60 y 15. Interprételo e indique el 1er 2do 3er y 4to término.

2) Determinar la cuarta proporcional de: 12; 21 y 28.
   a) 14 b) 49 c) 63 d) 56 e) 84

3) Determinar la cuarta proporcional de: 18; 27 y 8.
   a) 6 b) 12 c) 18 d) 24 e) 30

**B) Continúa**: Cuando los términos medios son iguales.

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$$

b: media proporcional de a y c.
c: tercera proporcional de a y b.

***Ejemplos:***
1) Determine la media proporcional de 20 y 45.

**Resolución**
Sea b la media proporcional de 20 y 45

$$\frac{20}{b} = \frac{b}{45}$$

(20) (45) = (b) (b)

$900 = b^2$

b = 30

2) Determine la tercera proporcional de 16 y 24.

**Resolución**

Sea b la tercera proporcional de 16 y 24.

$$\frac{16}{24} = \frac{24}{c}$$

(16) (c) = (24) (24)

c = 36

## PRÁCTICA

1) Determine la media proporcional de 8 y 18.
a) 12 b) 16 c) 18 d) 10 e) 14

2) Determine la tercera proporcional de: 2 y 6.
a) 12 b) 18 c) 27 d) 25 e) 36

## ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Determine la media proporcional de: 27 y 12.
a) 18 b) 12 c) 36 d) 15 e) 24

2) Determine la media proporcional de 7 y 28.
a) 14 b) 21 c) 35 d) 18 e) 7

3) Determine la tercera proporcional de 3 y 21.
a) 144 b) 63 c) 126 d) 189 e) 147

4) Determine la tercera proporcional de 8 y 12.
a) 10 b) Entre 9 y 10 c) 18 d) 12 e) Más de 18

## IGUALDAD DE RAZONES GEOMÉTRICAS

Es aquella expresión que se obtiene al igualar tres o más razones geométricas que poseen el mismo valor.

***Ejemplo***: $\frac{24}{6} = \frac{16}{4} = \frac{28}{7} = 4$

donde: 4 es la constante de proporcionalidad

**En general**: Una igualdad de razones geométricas, o también llamada también serie de razones geométricas equivalentes (SRGE), es de la forma:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = ... = \frac{a_n}{b_n} = k$$

Donde se cumple que:

$a_1 = b_1k$ ; $a_2 = b_2k$ ; $a_3 = b_3k$ ; ;$a_n = b_nk$

**PROPIEDADES:**

I. $\frac{\text{suma de antecedentes}}{\text{suma de consecuentes}} = k$

II. $\frac{\text{producto de antecedentes}}{\text{producto de consecuentes}} = k^n$

k: constante de proporcionalidad
n = Número de razones geométricas que se multiplican

## SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES (SRGE) CONTINUAS

Es un caso particular de (SRGE) en el que cada antecedente es igual al consecuente de la razón anterior.

**Ejemplo**: $\frac{54}{18} = \frac{18}{6} = \frac{6}{2} = 3$

**En general**: La (SRGE), continua es de la forma

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k \qquad \begin{cases} c = dk \\ b = dk^2 \\ a = dk^3 \end{cases}$$

## PRÁCTICA

1) Sí: $\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5}$ Calcule: $\frac{A+B}{C}$
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

2) Si a.b.c = 1 008 Hallar: a + b + c en:
$\frac{a}{30} = \frac{b}{35} = \frac{c}{15} = k$

3) Si la suma del menor con el mayor de los números a, b, y c es 105. Determine el número intermedio. Si $\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = \frac{c}{11} = k$

4) Si: $\frac{a}{4} = \frac{6}{b} = \frac{c}{9}$ Además: b = $\sqrt{a \cdot c}$ Hallar: $\frac{a+c}{a \cdot c}$

5) Si : $\frac{32}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{4} = k$ halle el valor de M = b+ c

## ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Si: $\frac{a}{7} = \frac{b}{13} = \frac{c}{15} = \frac{d}{19}$
Además: a + b + c = 525. Determine “d”
a) 285 b) 280 c) 225 d) 105 e) 295

2) Si: $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}$ Determine: $\frac{3a+8b}{2c-a-b}$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) 6

3) Sí: $\frac{A}{4}=\frac{B}{5}=\frac{C}{6}$ y A x B x C = 960

Determine: A + B – C

4) Si: $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=5$ halle el valor de M = $\frac{a+b}{b+c}+\frac{a}{c}$