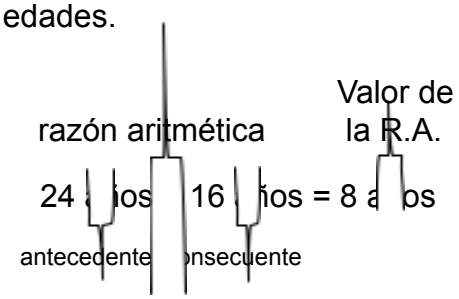
RAZÓN: Es la comparación que se establece entre dos cantidades mediante las operaciones de sustracción y división.

RAZÓN ARIMÉTICA (R. A.): Es la comparación entre dos cantidades mediante la sustracción.

Ejemplo: La edad de Ana es 24 años y la edad de María es 16 años; entonces podemos comparar sus edades.



Interpretación

- La edad de Ana excede a la edad de María en 8 años
- La edad de María es excedida por la edad de Ana en 8 años

En general para dos cantidades a y b se tiene:

$$a - b = r$$

a: antecedente b: consecuente
r: valor de la razón aritmética

PRÁCTICA

1) Indicar cuál es el antecedente, el consecuente, la razón aritmética y el valor de la razón aritmética: 5 – 3

RESOLUCIÓN
ANTECEDENTE = 5
CONSECUENTE = 3
RAZÓN ARITMÉTICA = 5 – 3
VALOR DE LA RAZÓN ARITMÉTICA = 2

2) Si la edad de Carlos es 32 años y la edad de Diana es 15 años.
Comparemos sus edades e interpretémoslo.

RESOLUCIÓN

Interpretación

- La edad de Carlos excede a la edad de Diana en 17 años
- La edad de Diana es excedida por la edad de Carlos en 17 años

3) Encontrar tres pares de números naturales cuyo valor de la razón aritmética es 10.

RESOLUCIÓN
15 – 5 = 10
17 – 7 = 10
23 – 13 = 10

ACTIVIDAD DOMICILIARIA

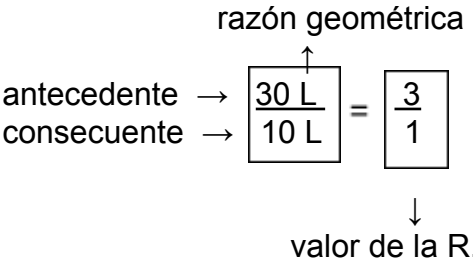
1) Indicar cuál es el antecedente, el consecuente, la razón aritmética y el valor de la razón aritmética de: 10 – 7

2) Los automóviles A y B se desplazan con rapideces de 24 m/s y 20 m/s respectivamente Comparemos sus rapideces e interpretémoslo.

2) Encontrar tres pares de números naturales cuyo valor de la razón aritmética es 12.

RAZÓN GEOMÉTRICA (R. G.): Es la comparación entre dos cantidades mediante la división.

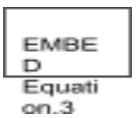
Ejemplo: En un recipiente se tiene una mezcla de 30 L de vino y 10 L de agua; entonces podemos comparar los volúmenes de vino y agua.



Interpretación

- La cantidad de vino es el triple de la cantidad de agua.
- Las cantidades de vino y agua están en la relación de 3 a1.
- La cantidad de vino es como 3 y la cantidad de agua es como 1.
- Por cada 3 L de vino hay 1 L de agua.
- La cantidad de vino es tres veces la cantidad de agua.
- La cantidad de vino es dos veces más a la cantidad de agua.

En general para dos cantidades a y b se tiene:



a: antecedente b: consecuente
k: valor de la razón geométrica

PRÁCTICA

1) Indicar cuál es el antecedente, el consecuente, la razón geométrica y el valor de la R.G. de

$$\frac{8\,kg}{2\,kg}$$

RESOLUCIÓN
ANTECEDENTE = 8 kg
CONSECUENTE = 2 kg

RAZÓN GEOMÉTRICA = $\frac{8\,kg}{2\,kg}$
VALOR DE LA RAZÓN GEOMÉTRICA = 4/1

2) Los edificios M y N tienen una altura de 25 m y 5 m respectivamente, comparemos sus alturas (en ese orden) e interpretémoslo.

RESOLUCIÓN

25 m / 5 m = 5 / 1

Interpretación

- La altura del edificio M es el quíntuple de la altura del edificio N.
- La altura del edificio M y la altura del edificio N están en la relación de 5 a 1.
- La altura del edificio M es como 5 y la altura del edificio N es como 1.
- Por cada 5 m de altura del edificio M hay 1m de altura del edificio N.
- La altura del edificio M es cinco veces la altura del edificio N.
- 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5
- La altura del edificio M es cuatro veces más la altura del edificio N.

3) Encontrar tres pares de números naturales cuyo valor de la razón geométrica es $\frac{3}{4}$

RESOLUCIÓN

4) 6 / 8
5) 12 / 16
6) 15 / 20

ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Indicar cuál es el antecedente, el consecuente, la razón geométrica y el valor de la R.G. de $\frac{10\,s}{2\,s}$
2) Los automóviles A y B se desplazan con rapideces de 30 m/s y 5 m/s respectivamente Comparemos sus rapideces e interpretémoslo.
3) Encontrar tres pares de números naturales cuyo valor de la razón geométrica es $\frac{2}{5}$.

PROPORCIÓN

Es la igualdad de dos razones de la misma clase y tiene el mismo valor.

PROPORCIÓN ARITMÉTICA

Es la igualdad de dos razones aritméticas.

Ejemplo:

Forme una proporción aritmética con cuatro artículos cuyos precios son: S/.15, S/.13, S/.9, S/.7.

Los cuales se comparan mediante la sustracción del siguiente modo:

S/.15 – S/.13 = S/.2
S/. 9 – S/.7 = S/.2

términos extremos

S/.15 – S/.13 = S/.9 – S/.7

términos medios

Interpretación

El precio S/. 15 excede a precio de S/. 13 tanto como el de S/. 9 excede al de S/.7.

Llevando los términos extremos y medios a un solo miembro de la igualdad se obtiene lo siguiente:

términos extremos términos medios
S/.15 + S/.7 = S/.9 + S/.13

S/.22 = S/.22

De donde podemos concluir que en toda proporción aritmética:

EMBED Equation.3 = EMBED Equation.3

NOTA: Convencionalmente se asumen los términos de la proporción aritmética en el orden como se presenta en el texto

$$(1er\ término) - (2do\ término) = (3er\ término) - (4to\ término)$$

Dependiendo del valor de los términos medios las proporciones aritméticas presentan dos tipos.

A) Discreta: Cuando los términos medios son diferentes.

términos extremos

a – b = c – d

términos medios

d: cuarta diferencial de a, b y c

Ejemplo: Halle la cuarta diferencial de los precios de tres artículos que son: S/. 50, S/.34 y S/.29

Resolución

Sea d la cuarta diferencial de S/. 50, S/.34 y S/.29

S/.50 – S/.34 = S/.29 – d

d = S/.29 – S/.50 + S/.34

d = S/.13

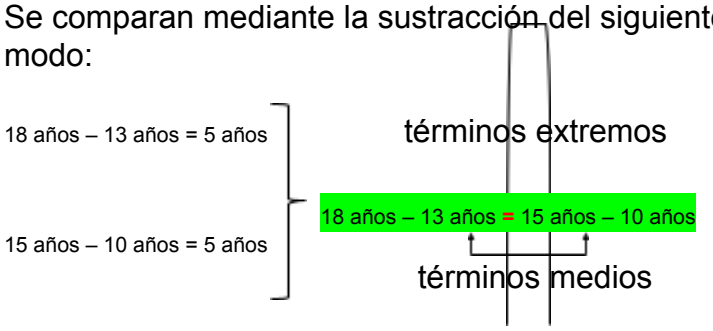
\+ 50 + 34 = + 84
- 50 - 34 = - 84
\+ 50 - 34 = + 16
- 50 + 34 = - 16

PRÁCTICA

1) Forme una proporción aritmética con las edades de 4 alumnos de: 18 años, 13 años, 15 años y 10 años. Interprételo e indique el 1er 2do 3er y 4to término.

RESOLUCIÓN

Se comparan mediante la sustracción del siguiente modo:



Interpretación

18 años **excede** a 13 años **tanto** como 15 años **excede** a 10 años

2) Determinar la cuarta diferencial de 72; 28 y 57
a) 13 b) 23 c) 33 d) 43 e) 53

Resolución

Sea d la cuarta diferencial de 72; 28 y 57

72 – 28 = 57 – d

d = 57 – 72 + 28

d = 85 – 72

d = 13

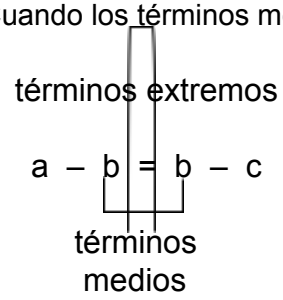
ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Forme una proporción aritmética con 40, 15, 30 y 5. Interprételo e indique el 1er 2do 3er y 4to término.

2) Determinar la cuarta diferencial de: 18; 15 y 31.
a) 27 b) 30 c) 28 d) 22 e) 29

3) Determinar la cuarta diferencial de 85; 18 y 93.
a) 25 b) 26 c) 31 d) 37 e) 41

B) Continua: Cuando los términos medios son iguales.



b: media diferencial de a y c
c: tercera diferencial de a y b

Ejemplo:

1) Determine la media diferencial de 35 y 17.

Resolución

Sea b la media diferencial de 35 y 17.

35 – b = b – 17

35 + 17 = 2b

52 = 2b

b = 26

2) Determine la tercera diferencial de 41 y 35.

Resolución

Sea c la tercera diferencial de 41 y 35.

41 – 35 = 35 – c

c = 35 – 41 + 35

c = 29

PRÁCTICA

1) Determine la media diferencial de 49 y 25.

Resolución

Sea b la media diferencial de 49 y 25.

49 – b = b – 25

49 + 25 = 2b

74 = 2b

b = 37

2) Determine la tercera diferencial de 40 y 25

Resolución

Sea c la tercera diferencial de 40 y 25

40 – 25 = 25 – c

$$c = 25 - 40 + 25$$

$$c = 10$$

ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Halla la media diferencial de: 47 y 13
   a) 24 b) 30 c) 28 d) 25 e) 27

2) Halla la media diferencial de: 50 y 30
   a) 10 b) 20 c) 35 d) 40 e) 45

3) Determine la tercera diferencial de 25 y 17.
   a) 8 b) 10 c) 12 d) 9 e) 11

4) Determine la tercera diferencial de 50 y 30.
   a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 40

PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

Es la igualdad de dos razones geométricas.

Ejemplo: Se tiene cuatro recipientes cuyas capacidades son: 21L, 7L; 15L y 5L las cuales se comparan mediante la división del siguiente modo:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{21L}{7L}=3\\ \frac{15L}{5L}=3\end{array}\right\} \quad \frac{21L}{7L}=\frac{15L}{5L} = 3$$

Interpretación

La capacidad de 21L es a la capacidad de 7L como la de 15L es al de 5L.

términos extremos: 21 L y 5 L
términos medios: 7 L y 15 L
Valor de cada razón geométrica: 3

Llevando los términos medios y extremos a un solo miembro de la igualdad se obtiene lo siguiente

términos extremos términos medios
(21) (5) = (7) (15)

105 = 105

De donde podemos concluir que en toda proporción geométrica:

EMBED Equation.3 = EMBED Equation.3

NOTA: Convencionalmente se asumen los términos de la proporción en el orden como se presentan en el texto.

$$\frac{(1er.término)}{(2da.término)}=\frac{(3er.término)}{(4to.término)}$$

Dependiendo del valor que asumen los términos medios, las proporciones geométricas presentan dos tipos:

A) Discreta: Cuando los términos medios son diferentes.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

d: Cuarta proporcional de a, b y c

***Ejemplo*:**
Calcule la cuarta proporcional de 20; 16 y 15

Resolución

Sea d la cuarta proporcional de 20; 16 y 15

$$\frac{20}{16}=\frac{15}{d}$$

(20) (d) = (16) (15)

d= 12

PRÁCTICA

1) Forme una proporción geométrica con 100, 25, 20 y 5. Interprételo e indique el 1er 2do 3er y 4to término.

2) Determinar la cuarta proporcional de 9, 6 y 12.
   a) 6 b) 8 c) 9 d) 10 e) 12

ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Forme una proporción geométrica con 40, 10, 60 y 15. Interprételo e indique el 1er 2do 3er y 4to término.

2) Determinar la cuarta proporcional de: 12; 21 y 28.
   a) 14 b) 49 c) 63 d) 56 e) 84

3) Determinar la cuarta proporcional de: 18; 27 y 8.
   a) 6 b) 12 c) 18 d) 24 e) 30

B) Continúa: Cuando los términos medios son iguales.

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$$

b: media proporcional de a y c.
c: tercera proporcional de a y b.

Ejemplos:
1) Determine la media proporcional de 20 y 45.

Resolución
Sea b la media proporcional de 20 y 45

$$\frac{20}{b} = \frac{b}{45}$$

(20) (45) = (b) (b)

$$900 = b^2$$

b = 30

2) Determine la tercera proporcional de 16 y 24.

Resolución

Sea b la tercera proporcional de 16 y 24.

$$\frac{16}{24} = \frac{24}{c}$$

(16) (c) = (24) (24)

c = 36

PRÁCTICA

1) Determine la media proporcional de 8 y 18.
a) 12 b) 16 c) 18 d) 10 e) 14

2) Determine la tercera proporcional de: 2 y 6.
a) 12 b) 18 c) 27 d) 25 e) 36

ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Determine la media proporcional de: 27 y 12.
a) 18 b) 12 c) 36 d) 15 e) 24

2) Determine la media proporcional de 7 y 28.
a) 14 b) 21 c) 35 d) 18 e) 7

3) Determine la tercera proporcional de 3 y 21.
a) 144 b) 63 c) 126 d) 189 e) 147

4) Determine la tercera proporcional de 8 y 12.
a) 10 b) Entre 9 y 10 c) 18 d) 12 e) Más de 18

IGUALDAD DE RAZONES GEOMÉTRICAS

Es aquella expresión que se obtiene al igualar tres o más razones geométricas que poseen el mismo valor.

Ejemplo: $\frac{24}{6} = \frac{16}{4} = \frac{28}{7} = 4$

donde: 4 es la constante de proporcionalidad

En general: Una igualdad de razones geométricas, o también llamada también serie de razones geométricas equivalentes (SRGE), es de la forma:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = ... = \frac{a_n}{b_n} = k$$

Donde se cumple que:

$a_1 = b_1k$; $a_2 = b_2k$; $a_3 = b_3k$; ; $a_n = b_nk$

PROPIEDADES:

I. $\frac{\text{suma de antecedentes}}{\text{suma de consecuentes}} = k$

II. $\frac{\text{producto de antecedentes}}{\text{producto de consecuentes}} = k^n$

k: constante de proporcionalidad
n = Número de razones geométricas que se multiplican

SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES (SRGE) CONTINUAS

Es un caso particular de (SRGE) en el que cada antecedente es igual al consecuente de la razón anterior.

Ejemplo: $\frac{54}{18} = \frac{18}{6} = \frac{6}{2} = 3$

En general: La (SRGE), continua es de la forma

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k \qquad \begin{cases} c = dk \\ b = dk^2 \\ a = dk^3 \end{cases}$$

PRÁCTICA

1) Sí: $\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5}$ Calcule: $\frac{A+B}{C}$
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

2) Si a.b.c = 1 008 Hallar: a + b + c en:
$\frac{a}{30} = \frac{b}{35} = \frac{c}{15} = k$

3) Si la suma del menor con el mayor de los números a, b, y c es 105. Determine el número intermedio. Si $\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = \frac{c}{11} = k$

4) Si: $\frac{a}{4} = \frac{6}{b} = \frac{c}{9}$ Además: b = $\sqrt{a \cdot c}$ Hallar: $\frac{a+c}{a \cdot c}$

5) Si : $\frac{32}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{4} = k$ halle el valor de M = b+ c

ACTIVIDAD DOMICILIARIA

1) Si: $\frac{a}{7} = \frac{b}{13} = \frac{c}{15} = \frac{d}{19}$
Además: a + b + c = 525. Determine “d”
a) 285 b) 280 c) 225 d) 105 e) 295

2) Si: $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}$ Determine: $\frac{3a+8b}{2c-a-b}$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) 6

3) Sí: $\frac{A}{4}=\frac{B}{5}=\frac{C}{6}$ y A x B x C = 960

Determine: A + B – C

4) Si: $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=5$ halle el valor de M = $\frac{a+b}{b+c}+\frac{a}{c}$