INSTITUTO EMPRESARIAL GABRIELA MISTRAL
MATEMATICAS 9

III PERIODO

NOMBRE:____CURSO:_______FECHA:______________

GUIA N°2: METODOS PARA RESOLVER SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES 2X2

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2X2

Un sistema de ecuación lineal 2x2 es una expresión de la forma:

$$ax + by = c$$
$$dx + ey = f$$

Contiene dos ecuaciones con dos incógnitas (x,y). Hallar la solución es encontrar los valores de las incógnitas que satisfagan (solución común) las ecuaciones del sistema.

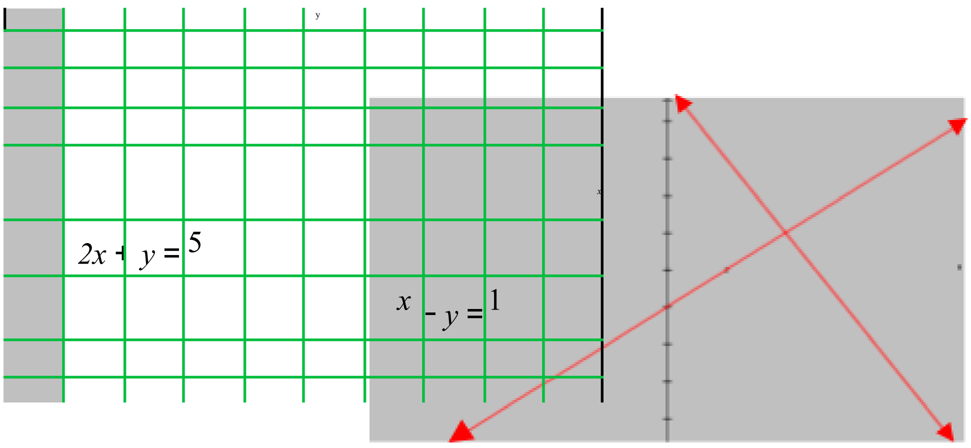
1. METODO GRAFICO

Procedimiento

a. Las soluciones del sistema de ecuaciones serán los puntos de intersección entre las dos gráficas.
b. Construir la gráfica de cada ecuación

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el *método gráfico*

$$2x + y = 5$$
$$x - y = 1$$



2. METODO POR SUSTITUCION

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 22 \\ 2x + 5y = 18 \end{cases}$$

Solución : □2 ,□

Procedimiento

Despejamos una de las variables en una de las ecuaciones (en este caso elegimos y en la primera ecuación):

$$y = \frac{22 - 4x}{3}$$

$$2x + 5\left(\frac{22 - 4x}{3}\right) = 18$$

Y la reemplazamos en la otra ecuación:

Operamos para despejar la única variable existente ahora:

$$2x + \frac{110 - 20x}{3} = 18$$
$$2x + \frac{110}{3} - \frac{20x}{3} = 18$$
$$2x - \frac{20x}{3} = 18 - \frac{110}{3}$$
$$-\frac{14x}{3} = -\frac{46}{3}$$
$$14x = 56$$
$$x = \frac{56}{14}$$
$$\mathbf{x = 4}$$

Reemplazamos el valor de x obtenido en alguna de las ecuaciones (elegimos arbitrariamente la primera):

$$4(4) + 3y = 22$$
$$16 + 3y = 22$$
$$3y = 22 - 16$$
$$3y = 6$$
$$y = \frac{6}{3}$$
$$\mathbf{y = 2}$$

Hallamos la respuesta x=4, y = 2, obviamente igual que en el caso anterior. No verificaremos, dado que ya sabemos que esta respuesta es correcta.

3. METODO POR IGUALACION

Resuelve el siguiente sistema por el método de igualación:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 22 \\ 2x + 5y = 18 \end{cases}$$

esto significa, encontrar el punto de intersección entre las rectas dadas, de las cuales se conoce su ecuación.

Procedimiento

Despejamos una de las dos variables en las dos ecuaciones, con lo cual tenemos un sistema equivalente (en este caso elegimos y):

$$\begin{cases} y = \dfrac{22-4x}{3} \\ y = \dfrac{18-2x}{5} \end{cases}$$

Recordamos que al tener dos ecuaciones, si los primeros miembros son iguales los segundos también lo son, por lo tanto:

$$\frac{22-4x}{3} = \frac{18-2x}{5}$$

Luego:

$$\begin{aligned} 5(22-4x) &= 3(18-2x) \\ 110-20x &= 54-6x \\ -20x+6x &= 54-110 \\ -14x &= -56 \\ x &= \frac{-56}{-14} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Reemplazamos el valor de x obtenido en alguna de las ecuaciones (elegimos la segunda): Operamos para

hallar el valor de y:

$$y = \frac{18-2(4)}{5}$$

$$y = \frac{18-8}{5}$$

$$y = \frac{10}{5}$$

y=2

Verificamos, en ambas ecuaciones, para saber si realmente (x ; y) = (4;2):

$$\begin{aligned} 4(4)+3(2) &[=] 22 \qquad & 2(4)+5(2) &[=] 18 \\ 16+16 &[=] 22 & 8+10 &[=] 18 \\ 22 &= 22 & 18 &= 18 \end{aligned}$$

Ahora sí, podemos asegurar que **x= 4 e y = 2**

4. METODO POR REDUCCION

Resuelve el siguiente sistema por el método de reducción:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 22 \\ 2x + 5y = 18 \end{cases}$$

Procedimiento

El objetivo es eliminar una de las incógnitas, dejándolas inversas aditivas, sabiendo que una igualdad no cambia si se la multiplica por un número.

También sabemos que una igualdad no se cambia si se le suma otra igualdad.

Si se quiere eliminar la x, ¿por qué número debo multiplicar a la segunda ecuación, para que al sumarla a la primera se obtenga cero?

La respuesta es -2. Veamos:

$$\begin{aligned} 4x+3y &= 22 \\ (-2) \rightarrow \quad 2x+5y &= 18 \end{aligned}$$

Con lo que obtenemos:

$$\begin{aligned} 4x+3y &= 22 \\ -4x-10y &= -36 \end{aligned}$$

Y la sumamos la primera obteniéndose:

$$-7y = -14$$

y = 2

Reemplazar el valor obtenido de y en la primera ecuación:

$$\begin{aligned} 4x+3(2) &= 22 \\ 4x+6 &= 22 \end{aligned}$$

Y finalmente hallar el valor de x:

$$\begin{aligned} 4x &= 22-6 \\ 4x &= 16 \\ x &= \frac{16}{4} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

6. METODO POR DETERMINANTES

Sabemos que un determinante se representa como:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Este se calcula de la siguiente manera: $\boxed{a\cdot d - b\cdot c}$

Sea el sistema: a1x + b1y = c1 ; a2x + b2y = c2

El valor de x, y está dado por:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Resuelve el siguiente sistema por el método de determinantes

$$\begin{cases} 4x + 3y = 22 \\ 2x + 5y = 18 \end{cases}$$

Procedimiento

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 22 & 3 \\ 18 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{110 - 54}{20 - 6} = \frac{56}{14} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 22 \\ 2 & 18 \end{vmatrix}}{14} = \frac{72 - 44}{14} = \frac{28}{14} = 2$$

El punto de intersección de las rectas dadas es {(4, 2)}

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones por el método gráfico y de sustitución.

a. $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ -4x + y = -8 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 6x + 3y = 12 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x + 3 = y \\ 3x + 4 = y \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones por el método igualación y reducción.

a. $\begin{cases} x - 5y = -14 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 5x - y = 8 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$

3. Resuelve los sistemas de ecuaciones por el método de determinantes:

a. $\begin{cases} 3x - 7y = 5 \\ 9x + 2y = 7 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 5x - y = 8 \end{cases}$ c. $\begin{cases} -5x + 2y = 1 \\ 10x - 4y = -2 \end{cases}$

4. Resuelve los sistemas de ecuaciones por el método que más se le facilitó:

a. $\begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{7}{5}y = 2 \\ -\frac{5}{3}x + \frac{4}{3}y = 1 \end{cases}$ b. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 5 \\ \frac{1}{5}x + \frac{3}{2}y = 2 \end{cases}$ c. $\begin{cases} -\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 4 \\ -2 + \frac{1}{4}x = \frac{1}{2}y \end{cases}$

Aplicaciones.

El precio de un boleto para cierto evento es de \$2.25 para adultos y \$1.50 para niños. Si se venden 450 boletos para un total de \$ 777.75; ¿cuántos boletos de cada tipo se vendieron?

Solución :

Sea x el número de boletos vendidos de adultos. Sea y el número de boletos vendidos de niños. Obtenemos el sistema :

$$\begin{cases} x + y = 450 \\ 2.25x + 1.50\,y = 777.75 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos

$x = 137$ boletos de adultos

$y = 313$ boletos de niños

Resuelve los siguientes problemas

a. La suma de las dos cifras de un número es 8. Si el número se disminuye en 10, el resultado es 25. Hallar el número.

b. La edad de Claudia excede en 4 años la edad de Andrea. Si ambas edades suman 32 años. Hallar las edades de Claudia y Andrea.

c. El mayor de dos números es el doble del menor más 16. Si la diferencia entre ½ del mayor y ¼ del menor es 11. ¿Cuáles son los números?.

d. Hace 20 años la edad de José era el triple de la de Antonio, y dentro de 16 años, la edad de Antonio será los siete novenos de la edad de José. ¿Cuál es la edad actual de José y cuál es la de Antonio?.