

Chapitre B1

Proportionnalité

I. Rappels

Deux suites de nombres ou deux grandeurs sont **proportionnelles** si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant toujours par le même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Par exemple, le périmètre P d'un cercle est proportionnel à son diamètre D . $P = D \times \pi$. π est le coefficient de proportionnalité.

Comment fait-on pour déterminer si deux suites de nombres sont proportionnelles ?

1^{ère} méthode : on fait les quotients des nombres correspondants dans chaque suite. Si ces quotients sont tous égaux, il s'agit d'une situation de proportionnalité.

6	4,5
4	3

$$\frac{6}{4} = \frac{4,5}{3} = 1,5$$

Il s'agit d'une situation de proportionnalité.

2^{ème} méthode : on fait les produits en croix. Si ces produits en croix sont tous égaux, il s'agit d'une situation de proportionnalité.

7	10,5
3	4,5

On calcule les produits en croix

$$7 \times 4,5 = 31,5$$

$$3 \times 10,5 = 31,5$$

Les produits en croix sont égaux donc c'est une situation de proportionnalité.

Une situation de proportionnalité est représentée par une **droite qui passe par l'origine du repère**.

II. Pourcentages

Un **pourcentage** est une fraction dont le dénominateur est 100.

53% s'écrit $\frac{53}{100}$ en mathématiques.

Appliquer un pourcentage revient donc à calculer une fraction d'une quantité, c'est-à-dire à **multiplier** le pourcentage par la quantité.

Exemples de calcul

Dans un collège, 32 élèves sur 58 sont demi-pensionnaires. Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires ?

Solution : $\frac{32}{58} \approx 0,55 \approx \frac{55}{100}$

55% des élèves sont demi-pensionnaires.

Calcul de pourcentage

Exemple 1

Dans un magasin, un pantalon à 40€ est soldé à 30%. Quel est son prix soldé ?

Solution :

$$\frac{100}{100} - \frac{30}{100} = \frac{70}{100} = 0,7$$

Le prix soldé est de $40 \times 0,7 = 28\text{€}$.

Exemple 2

Un prix subit une hausse de 10% puis une baisse de 10%. Le prix a-t-il augmenté ou baissé ?

Solution

$$\frac{100}{100} + \frac{10}{100} = \frac{110}{100} = 1,1$$

$$\frac{100}{100} - \frac{10}{100} = \frac{90}{100} = 0,9$$

Augmenter de 10% revient à multiplier par 1,1.

Diminuer de 10% revient à multiplier par 0,9.

Donc faire une hausse de 10% puis une baisse de 10% revient à multiplier par $1,1 \times 0,9 = 0,99 = \frac{99}{100} = \frac{100}{100} - \frac{1}{100}$, soit une baisse de 1%.

Exemple 3

Un article passe de 32€ à 35€. Quel pourcentage d'augmentation subit-il ?

Solution

$$\frac{35}{32} = 1,09375 = \frac{109,375}{100} = \frac{100}{100} + \frac{9,375}{100}$$

L'article a subi une hausse de 9,375%.

Exemple 4

On place 2000€ sur un compte bancaire. Le taux d'intérêt est de 3% par an. On veut connaître le capital au bout de 1 an, de 2 ans, de 5 ans.

Solution

$$\frac{100}{100} + \frac{3}{100} = \frac{103}{100} = 1,03$$

Le capital au bout d'un an est de : $2000 \times 1,03 = 2\,060\text{€}$

Le capital au bout de 2 ans est de : $2000 \times 1,03^2 = 2\,121,80\text{€}$

Le capital au bout de 5 ans est de : $2000 \times 1,03^5 = 2\,318,55\text{€}$

On peut se demander maintenant quel est le pourcentage d'augmentation du capital sur 5 ans.

$$1,03^5 = 1,1592740743 \approx \frac{115,9}{100} \approx \frac{100}{100} + \frac{15,9}{100}$$

Le capital a augmenté de 15,9%.

① 24 élèves sur 30 sont DP

$$\frac{24}{30} = 0,8 = \frac{80}{100}$$

80% des élèves sont DP.

② Le prix d'un pull passe de 30€ à 36€

$$\frac{36}{30} = 1,2 = \frac{120}{100}$$

Le prix a augmenté de 20%

③ Un pantalon à 80€ est soldé à 30%

$$\frac{100}{100} - \frac{30}{100} = \frac{70}{100} = 0,7$$

$$80 \times 0,7 = 56$$

Le pantalon coûte 56€

④ Une chemise est soldée à 20%. Son nouveau prix est de 96€.

$$\frac{100}{100} - \frac{20}{100} = \frac{80}{100} = 0,8$$

$$96 : 0,8 = 120$$

La chemise coûtait 120€.