

國立高師大附中108學年第二學期高二數學第一次段考(自然組)

注意: 請將答案作答於另張(答案卷)中

一、多選題(每題全對得6分, 只錯一選項得4分, 錯兩選項得2分, 不作答與其他不給分)

- 給定向量 $u = (2, -2, 1)$, 則下列何者正確? (1)
 - 找不到向量 v 使得 $u \cdot v = -3\sqrt{2}$
 - 可找到向量 v 使得 $u \times v = (1, 0, -4)$
 - 若非零向量 v 滿足 $|u \cdot v| = 3|v|$, 則 $u \times v = 0$
 - 若非零向量 v 滿足 $|u \times v| = 2|v|$, 則 $u \cdot v = 0$
 - 若 $v \neq 0$, 則 $u \cdot v \neq 0$ 或 $u \times v \neq 0$
- 考慮向量 $u = (a, b, 0)$, $v = (c, d, \sqrt{2})$, 其中 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 2$, 下列何者正確? (2)
 - 向量 v 與 z 軸正向的夾角恆為定值(與 c, d 之值無關)
 - $u \cdot v$ 的最大值為 $\sqrt{2}$
 - u 與 v 夾角的最大值為 120°
 - $ad - bc$ 的值可能為 $\frac{5}{4}$
 - $|u \times v|$ 的最大值為 $\sqrt{2}$
- 坐標空間中, 有 a, b, c, d 四個向量, 滿足外積 $a \times b = c, a \times c = d$, 且 a, b, c 的向量長度均為 6. 設向量 a 與 b 的夾角為 θ , 則下列何者正確? (3)
 - $\cos \theta = \frac{\pm\sqrt{35}}{6}$
 - a, c, d 兩兩互相垂直
 - c 與 $(a - b)$ 不垂直
 - d 的長度等於 16
 - a, b, c 所張出的平行六面體的體積為 64

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	8	16	24	32	40	46	52	58	62	66	70	74	76	78	80	82

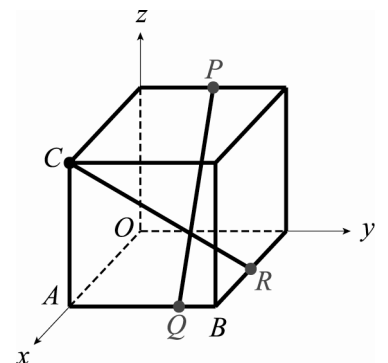
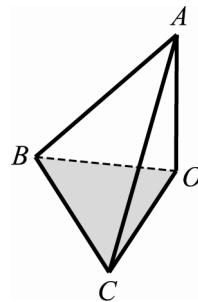
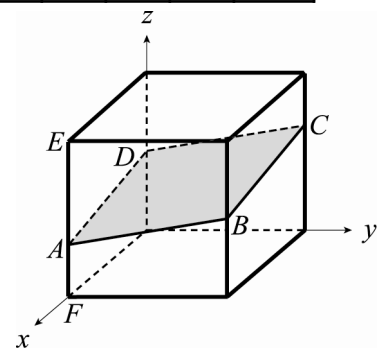
- 設三實數 x, y, z 滿足 $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 49$, 求 $2x - 3y + 6z$ 的最大值為 (1)

- 右圖是坐標空間中一個邊長為 6 的正立方體, 其三個邊分別落在坐標軸上. 現一平面將正立方體截出一個四邊形 $ABCD$, 其中 B, D 分別為邊的中點, 且

$$\overline{EA} : \overline{AF} = 2 : 1, \text{ 求 } \cos(\angle DAB) \text{ 的值為 } \underline{(2)}$$

- 右圖是一個四面體, $\overline{AO}$ 與平面 OBC 垂直, 且 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{BC} = 4$. 已知側面 ABC 與底面 OBC 所夾的二面角為 θ , 求 $\cos \theta$ 的值為 (3)

- 右圖是空間坐標中的一個正立方體. 已知點 C 的標為 $(4, 0, 4)$, P, R 分別為正立方體邊上的中點, Q 為 $\overline{AB}$ 上一



點，且 $\overline{CR}$ 與 $\overline{PQ}$ 相交於一點，則 Q 點坐標為 (4)

5. 已知平面 E 通過點 $(5, 1, -1)$ 且與二平面

$E_1: 2x + y - z = 3$, $E_2: x + 2y + z = 0$ 均垂直，求 E 的方程式為 (5)

--P1--

國立高師大附中108學年第二學期高二數學第一次段考(自然組)

6. $a = (0, 1, -3)$, $b = (1, 0, 2)$, $v = a + kb$, v 平分 a , b 之夾角，試求 k 值為 (6)

7. 空間四點 A , B , C , D 中， $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 2\sqrt{2}$, $\overline{CD} = 2\sqrt{2}$, $\angle ABC = 135^\circ$,

$\angle BCD = 90^\circ$, AB 與 CD 的夾角為 45° , 求 $|\overline{AD}| =$ (7)

8. 坐標空間中， O 為原點，向量 $\mathbf{v} = (1, \sqrt{2}, 1)$, $\mathbf{u}$ 是長度為 2 的向量，且與 $\mathbf{v}$ 之夾角為 60° , 已知滿足此條件的所有點 P 均落在一直平面 E 上，試求 E 的方程式為 (8)

9. 四面體 $OABC$ 中， $\triangle OAB$ 和 $\triangle OAC$ 均為正三角形， $\angle BOC = 30^\circ$ 。平面 OAB 和

平面 OAC 的夾角（以銳角計）為 θ , 求 $\cos \theta$ 的值為 (9)

10. 在空間中，一個斜面的「坡度」定義為斜面與水平面夾角 θ 的正切值 $\tan \theta$ 。若一金字塔

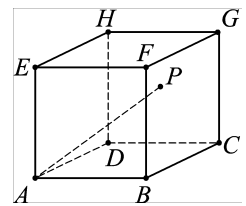
（底部為一正方形，四個斜面為等腰三角形）的每一個斜面的坡度皆為 $\frac{3}{5}$, 則相鄰斜面的夾角的餘弦值為 (10) 。

11. 空間中，以 $\overline{AB}$ 為共同邊的正方形 $ABCD$ 、 $ABEF$, 其邊長皆為 6 。已知內積

$\overline{AD} \cdot \overline{AF} = 11$, 則 $\overline{AC} \cdot \overline{AE} =$ (11) 。

12. 如圖所示， $ABCD-EFGH$ 為邊長等於 2 之正立方體。若 P 點在立方

體之內部且滿足 $\overline{AP} = \frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AD} + \frac{2}{3}\overline{AE}$, 則 P 點至直線 AB 之距離為 (12)



13. 坐標空間中，設 P 、 Q 為平面 $3x - 2y - 2z = 1$ 上兩點且滿足 $\overline{PQ} = 7$ 。另取空間中兩點 P'

、 Q' 滿足向量 $\overline{PP'} = \overline{QQ'} = (-3, 4, 6)$ 。當向量 $\overline{PQ} =$ (13) 時，會使得平行四邊形 $PQQ'P'$ 面積最大。

14. 坐標空間中，若平面 $E: ax + by + cz = 1$ 滿足(1)平面 E 與平面 $F: x + y + z = 1$ 有一夾角為 30° ,

(2)點 $A(1, 1, 1)$ 到平面 E 的距離等於 6 , (3) $a + b + c > 0$, 則 $a + b + c$ 的值為 (14)

15. 已知三向量 $a = (1, 2, 2)$, $b = (2, 1, k)$, $c = (r, s, t)$ 張出一個體積為27的長方體，且 $t > 0$, 求向量 $c =$ (15)

16. 若 $a^2 + b^2 + c^2 = 16$, $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, 求 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix}$ 的最大值為 (16)

--P2--

(答案卷)國立高師大附108學年第二學期高二數學第一次段考(自然組)

考試時間: 80分鐘 班級: 座號: 姓名:

一、多選題 (每題全對得6分，只錯一選項得4分，錯兩選項得2分，不作答與其他不給分)

(1)	(2)	(3)
(CE)	(AD)	(AB)

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	8	16	24	32	40	46	52	58	62	66	70	74	76	78	80	82

(1)	(2)	(3)	(4)
42	$\frac{1}{37}$	$\frac{\sqrt{21}}{7}$	(4, 3, 0)
(5)	(6)	(7)	(8)
$x - y + z = 3$	$\sqrt{2}$	6	$x + \sqrt{2}y + z = 2$
(9)	(10)	(11)	(12)
		47	

$\frac{2\sqrt{3}-1}{3}$	$\frac{-25}{34}$		$\frac{5}{3}$
(13)	(14)	(15)	(16)
$\pm(2,6,-3)$	$\frac{1}{5}$	$(2,-2,1)$	24