الأعداد المركبة

1- تعريف : كل عدد مركب z يكتب بطريقة وحيدة على الشكل $x+iy$ مع $(x\,;y)\in\mathbb{R}^2$ وَ i عدد مركب يحقق: $i^2=-1$

نرمز بالرمز $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة وَ $\mathbb{C}^*=\mathbb{C}-\{0\}$

- هذا الشكل يسمى: الشكل الجبري.
- العدد الحقيقي x يسمى: الجزء الحقيقي للعدد z وَ نرمز له بالرمز: $Re(z)$ و العدد الحقيقي y يسمى: الجزء التخيلي للعدد z وَ نرمز له بالرمز: $Im(z)$ و العدد المركب iy يسمى: العدد التخيلي البحت أو الصرف أو المحض. نرمز لمجموعة هذه الأعداد بالرمز: $i\mathbb{R}$

- **نتائج:**
  - قواعد الحساب في $\mathbb{C}$ هي نفسها في $\mathbb{R}$
  - $z_1=z_2$ يكافئ $Re(z_1)=Re(z_2)$ وَ $Im(z_1)=Im(z_2)$
  - $z=0$ يكافئ $Re(z)=0$ وَ $z\in R$ $Im(z)=0$ ✸ $z\in R$ $Im(z)=0$ يكافئ $z\in iR$ $Re(z)=0$
- **ملاحظات:** العلاقة $"<"$ المعرفة في $\mathbb{R}$ لا وُجود لها في $\mathbb{C}$ وبالتالي عدد مركب ليس له إشارة.
- **قوى العدد المركب i:** من أجل كل عدد صحيح n ؛ $i^{4n}=1$ ؛ $i^{4n+1}=i$ ؛ $i^{4n+2}=-1$ ؛ $i^{4n+3}=-i$
- **التفسير الهندسي:** المستوي مزود بمعلم متعامد وَ متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. $z=x+iy$ عدد مركب مع $(x\,;y)\in\mathbb{R}^2$
- بكل عدد مركب z نرفق نقطة وحيدة $M(x\,;y)$ من المستوي. نقول أن z لاحقة النقطة M و أن M صورة z نكتب $M(z)$ أو M_z
- بكل عدد مركب z نرفق شعاع وحيد $\vec{w}(x\,;y)$ من المستوي. نقول أن z لاحقة الشعاع $\vec{w}$ و أن $\vec{w}$ صورة z و نكتب $\vec{w}(z)$ أو $z_{\vec{w}}$
- المحور $(O;\vec{u})$ يسمى: المحور الحقيقي وَ المحور $(O;\vec{v})$ يسمى: المحور التخيلي.
- المستوي يسمى: المستوي المركب.

- **نتائج:** $A(z_A)$ ، $B(z_B)$ و $C(z_C)$ نقط من المزود بمعلم متعامد وَ متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$
  - $\vec{AB}(z_B-z_A)$ ✸ $W(z_W)$ منتصف القطعة $[AB]$ يكافئ $z_W=\frac{z_A+z_B}{2}$
  - $G(z_G)=Bary\{(A\,;\alpha)\,;(B\,;\beta)\,;(C\,;\gamma)\}$ يكافئ $z_G=\frac{\alpha z_A+\beta z_B+\gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ مع $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$
  - $I(z_I)$ مركز ثقل المثلث ABC يكافئ $z_I=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}$

2- مرافق عدد مركب: نسمي مرافق العدد المركب $z=x+iy$ ، العدد المركب $\overline{z}=x-iy$

- **ملاحظات:** في المستوي (P) المزود بمعلم متعامد وَ متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، النقطتان $M(z)$ وَ $M'(\overline{z})$ متناظرتان بالنسبة إلى $(x'x)$
- **خواص:** من أجل كل عددين مركبين z و z' و من أجل كل عدد صحيح n
  - $\overline{z}=z$ ، $\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$ ، $\overline{z.z'}=\overline{z}.\overline{z'}$ ، $\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$
  - إذا كان $z\neq 0$ فإن $\overline{z^n}=\overline{z}^n$ ✸ إذا كان $z'\neq 0$ فإن $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$
  - $z=z'$ يكافئ $\overline{z}=\overline{z'}$ و $z=0$ يكافئ $\overline{z}=0$
  - $z\times\overline{z}=[Re(z)]^2+[Im(z)]^2$ ، $z+\overline{z}=2\,Re(z)$ ، $z-\overline{z}=2i\,Im(z)$
  - $z\in R$ يكافئ $z=\overline{z}$ و $z\in iR$ يكافئ $z=-\overline{z}$
- **نتائج:** $z=x+iy$ عدد مركب مع $(x\,;y)\in\mathbb{R}^2$
  - $z+\overline{z}=2x$ ، $z-\overline{z}=2iy$ ، $z\times\overline{z}=x^2+y^2$ ✸ $z\times\overline{z}$ عدد حقيقي موجب. ✸ $\frac{a+ib}{x+iy}=\frac{(a+ib)(x-iy)}{x^2+y^2}$

3- طويلة عدد مركب: نسمي طويلة العدد المركب z ، العدد الحقيقي الموجب؛ الذي نرمز له بالرمز $||z||$؛ والمعرف كما يلي: $|z|=\sqrt{z\overline{z}}$

- **نتيجة:** $z=x+iy$ عدد مركب مع $(x\,;y)\in\mathbb{R}^2$) $|z|=\sqrt{x^2+y^2}$
- **ملاحظات:** ✸ طويلة عدد حقيقي هي القيمة المطلقة له ✸ $|z|^2=x^2+y^2$
- **التفسير الهندسي:** المستوي (P) مزود بمعلم متعامد وَ متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. M نقطة من المستوي (P) لاحقتها z

  $|z|$ هي المسافة بين النقطة M و المبدأ O $|z|=OM$.
- **ملاحظات:** ✸ $\|\vec{w}\|=|z_{\vec{w}}|$ ✸ $AB=|z_A-z_B|$
- **خواص:** من أجل كل عددين مركبين z و z' و من أجل كل عدد صحيح n
  - $|\overline{z}|=|z|$ ۞ ۞ $|z^n|=|z|^n$ $|zz'|=|z|.|z'|$ ۞ إذا كان $z'\neq 0$ فإن $\left|\frac{z}{z'}\right|=\frac{|z|}{|z'|}$ ۞ $|z|=0$ يكافئ $z=0$
- **حالات خاصة:** ليكن α عدد حقيقي موجب تمامًا. $|\alpha|=|-\alpha|=|\alpha i|=|-\alpha i|$

4- الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم: M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب الغير معدوم z

1) **عمدة عدد مركب غير معدوم:** نسمي عمدة للعدد المركب z كل قيس بالراديان للزاوية الموجهة $\left(\vec{u}\ ;\ \vec{OM}\right)$. نرمز لها بالرمز $arg(z)$

- **ملاحظات:**
  - إذا كان θ قيس للزاوية الموجهة $\left(\vec{u}\ ;\ \vec{OM}\right)$ ، نكتب $[2\pi]$ $arg(z)\equiv\theta$ أو $arg(z)=\theta+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$
  - إذا كان $\theta\ni]-\pi\ ;\ \pi]$ ، نكتب $Arg(z)=\theta$
  - العدد المركب 0 ليس له عمدة و كل عدد مركب غير معدوم له ما لا نهاية من العمد.
  - نضع: $OM=|z|=r$ و $arg(z)\equiv\left(\vec{u}\ ;\ \vec{OM}\right)\equiv\theta[2\pi]$. الثنائية $(r\ ;\ \theta)$ تسمى إحداثيات قطبية للنقطة M
- **مبرهنة :** من أجل كل عدد مركب غير معدوم $z=x+iy$ ، صورته $M(x;y)$ وإحداثياته القطبية $(r\ ;\theta)$ لدينا:

$\{x=r\cos\theta\ y=r\sin\theta$ تكافئ $\{r=\sqrt{x^2+y^2}\ \cos\theta=\frac{x}{r}$ و $\sin\theta=\frac{y}{r}$. الكتابة $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

θ ; r [=] تسمى الشكل المثلثي للعدد z

- **نتيجة:** $(z=r(\cos\theta+i\sin\theta$ مع $r>0$ معناه $|z|=r$ و $[2\pi]$ $arg(z)\equiv\theta$]
- **مبرهنة :** عددان مركبان غير معدومان متساويان إذا وَ فقط إذا كان لهما نفس الطويلة وَ عمدتيهما متوافقتان بتردد 2π

2) **الشكل الأسي لعدد مركب:**

- **تعريف:** من أجل كل عدد حقيقي θ ، نضع: $\cos\theta+i\sin\theta=e^{i\theta}$
  - من أجل كل عدد مركب غير معدوم z طويلته r و θ عمدة له، نضع: $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)=re^{i\theta}$
  - الكتابة $z=re^{i\theta}$ تسمى الشكل الأسي للعدد z
- **نتيجة:** $z=re^{i\theta}$ مع $r>0$ معناه $|z|=r$ و $[2\pi]$ $arg(z)\equiv\theta$]
  - مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $z=z_\omega+z_0e^{i\theta}$ لما θ يمسح $]-\pi\ ;\ \pi]$ هي الدائرة التي مركزها $\Omega(z_\omega)$ و نصف قطرها $|z_0|$

3) **حالات خاصة:** ليكن α عدد حقيقي موجب تماماً.

- $1=[0\ ;\ 1]$ $\quad i=\left[1\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]=e^{i\frac{\pi}{2}}$ $\quad \alpha=[\alpha\ ;\ 0]=\alpha e^{i(0)}$
- $-1=[1\ ;\ \pi]=e^{i\pi}$ $\quad -i=\left[1\ ;\ -\frac{\pi}{2}\right]=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ $\quad \alpha i=\left[\alpha\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]=\alpha e^{i\frac{\pi}{2}}$ $\quad -\alpha=[\alpha\ ;\ \pi]=\alpha e^{i\pi}$
- $-\alpha i=\left[\alpha\ ;\ -\frac{\pi}{2}\right]=\alpha e^{-i\frac{\pi}{2}}$

4) **خواص العمد:** من أجل كل عددين مركبين غير معدومين z و z' ومن أجل كل عدد صحيح n

- $arg(zz')\equiv arg(z)+arg(z')[2\pi]$ $\quad arg(\bar{z})\equiv -arg(z)[2\pi]$ $\quad arg(z^n)\equiv n\,arg(z)[2\pi]$
- $arg\left(\frac{z}{z'}\right)\equiv arg(z)-arg(z')[2\pi]$

5) **نتائج:** من أجل كل عددين حقيقيين θ و θ' و كل عددين حقيقيين موجبين r و r' و كل عدد صحيح n

- $re^{i\theta}\times r'e^{i\theta'}=rr'e^{i(\theta+\theta')}$ $\quad \overline{re^{i\theta}}=re^{-i\theta}$ $\quad \theta\equiv\theta'[2\pi]$ و $r=r'$ يكافئ $re^{i\theta}=r'e^{i\theta'}$
- $\left(re^{i\theta}\right)^n=r^ne^{in\theta}$ $\quad \frac{re^{i\theta}}{r'e^{i\theta'}}=\frac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$

6) **قوانين أولر:** من أجل كل عدد حقيقي θ : $\cos\theta=\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$ ، $\sin\theta=\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$

5- **دستور دو موافر:** من أجل كل عدد حقيقي θ و من أجل كل عدد صحيح n : $(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$

6- **معادلات من الدرجة الثانية:**

1) **الجذرين التربيعيين لعدد مركب:** يكون العدد المركب Z جذرًا تربيعيا للعدد المركب Z إذا وَ فقط إذا كان: $z^2=Z$

- **ملاحظات:** $Z=0$ يكافئ $z=0$ ؛ $z\neq0$ يكافئ $(-z)^2=z^2$: ومنه كل عدد مركب غير معدوم له جذران تربيعيان متناظران.
- الرمز " $\sqrt{\ }$ " المستعمل في $\mathbb{R}$ ؛ لا وُجْدَ له في $\mathbb{C}$
- **مبرهنة :** يكون عددان مركبان غير حقيقيان متساويان إذا وَ فقط إذا كان لهما نفس الطويلة وَ نفس الجزء الحقيقي وَ جزئيهما التخيليان لهما نفس الإشارة.

2) **البحث عن الجذرين التربيعيين لعدد مركب غير معدوم:** ليكن α عدد حقيقي موجب تماماً.

- $\alpha=\left(\sqrt{\alpha}\right)^2$: الجذران التربيعيان للعدد α هما: $\sqrt{\alpha}$ وَ $-\sqrt{\alpha}$
- $-\alpha=\left(i\sqrt{\alpha}\right)^2$: الجذران التربيعيان للعدد $-\alpha$ هما: $i\sqrt{\alpha}$ وَ $-i\sqrt{\alpha}$
- $2i=(1+i)^2$ و $-2i=(1-i)^2$

$2\alpha i=\left[(1+i)\sqrt{\alpha}\right]^2$ الجذران التربيعيان للعدد $2\alpha i$ هما: $(1+i)\sqrt{\alpha}$ وَ $-(1+i)\sqrt{\alpha}$

$-2\alpha i=\left[(1-i)\sqrt{\alpha}\right]^2$ الجذران التربيعيان للعدد $2\alpha i$ هما: $(1-i)\sqrt{\alpha}$ وَ $-(1-i)\sqrt{\alpha}$

3) **معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية:**

a ، $az^2+bz+c=0$ عدد حقيقي غير معدوم و b و c عددان حقيقيان. $\Delta=b^2-4ac$

- **$\Delta > 0$:** للمعادلة حلين حقيقي متمايزين $z_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $z_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
- **$\Delta = 0$:** للمعادلة حل حقيقي مضاعف $z_0 = \frac{-b}{2a}$
- **$\Delta < 0$:** للمعادلة حلين مركبين مترافقين $z_1 = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ و $z_2 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

- **ملاحظات:** مجموع الحلين: $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a}$ ، جداء الحلين: $z_1 z_2 = \frac{c}{a}$ ؛ $a z^2 + b z + c = a(z-z_1)(z-z_2)$

7- الجذور النونية لعدد مركب: n عدد طبيعي أكبر تماما من 1 . يكون العدد المركب z جذرًا نونيا للعدد المركب Z إذا وَ فقط إذا كان: $z^n = Z$

- **ملاحظات:** $Z = 0$ يكافئ $z \neq 0$. $z = 0$ يكافئ $z \neq 0$. الرمز " $\sqrt[n]{}$ " المستعمل في $\mathbb{R}$ ؛ لا وُجْدَ له في $\mathbb{C}$

1) **مبرهنة:** $z^n = Z = |Z| e^{i\theta}$ تكافئ $z = z_k = \sqrt[n]{|Z|}\, e^{i\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)}$ مع $k \in \{0\,;\,1\,;..;\,n-1\}$

2) **الجذور النونية للعدد مركب *1*:** هي: $u_k = e^{i\left(\frac{2k\pi}{n}\right)}$ مع $k \in \{0\,;\,1\,;\,...;\,n-1\}$

3) **مبرهنة *2* :** Z عدد مركب غير معدوم. نحصل على الجذور النونية للعدد المركب Z ؛ بضرب أحدهم بالجذور النونية للعدد 1

- **نتيجة:** إذا كان z_k جذر نوني للعدد Z فإن الجذور النونية للعدد Z هي: z_k؛ $z_k u_1$؛ $z_k u_{n-1}$ ؛ .....

التحويلات النقطية عموميات

1- **تعريف:** نسمي تحويل نقطي في المستوي (π)، كل تطبيق من (π) في (π)

2- **النقطة الصامدة:** M نقطة صامدة بالتحويل T يكافئ $T(M) = M$

3- **التقايس:** نسمي تقايس من المستوي (π) *(أو تساوي قياس)*، كل تحويل نقطي يحافظ على المسافات

الانسحاب

1- **تعريف:** نسمي انسحاب شعاعه $\vec{w}$ ، التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ، النقطة M' من (π) حيث: $M\vec{M'} = \vec{w}$

2- **الميزة الأساسية :** A ، B ، C و D أربع نقط من المستوي و t انسحاب.

$\{t(A) = B\ t(C) = D$ يكافئ $\vec{BD} = \vec{AC}$

3- **صور بعض الأشكال الهندسية:**

- صورة مستقيم بانسحاب هي مستقيم موازي له.
- صورة الدائرة التي مركزها A و نصف قطرها R بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{w}$ ، هي الدائرة التي مركزها A' حيث: $A\vec{A'} = \vec{w}$ و لها نفس نصف القطر R

4- **العبارة المركبة:** $t(M) = M'$ يكافئ $z' = z + z_{\vec{w}}$

5- **نتيجة :** T تحويل نقطي معرف بـ: $a = 1$. $z' = a z + b$ يكافئ T انسحاب شعاعه $\vec{w}(b)$

التحاكي

1- **تعريف:** نسمي تحاكي من المستوي (π)، مركزه W و نسبته k ، التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ، النقطة M' حيث: $W\vec{M'} = kW\vec{M}$ k مع k عدد حقيقي غير معدوم و لا يساوي 1

- **ملاحظات:**
  - *(1* التحاكي الذي مركزه 1 هو الحويل المطابق. لذا فيما تبقى نأخذ $k \neq 1$
  - *(2* التحاكي الذي نسبته -1 هو التناظر المركزي.
  - *(3* W مركز التحاكي هي النقطة الصامدة.
  - *(4* النقط M ، W و M' على استقامة واحدة

2- **الميزة الأساسية :** A ، B ، C و D أربع نقط من المستوي و h تحاكي نسبته $k \neq 1$.

$\{h(A) = B\ h(C) = D$ يكافئ $\vec{BD} = k.\vec{AC}$

3- **صور بعض الأشكال الهندسية:**

- صورة مستقيم بتحاك هي مستقيم موازي له.
- صورة الدائرة التي مركزها A و نصف قطرها R بالتحاكي h الذي نسبته k، هي الدائرة التي مركزها $A' = h(A)$ ونصف قطرها $R' = |a|\,R$

4- **العبارة المركبة:** $h(M) = M'$ يكافئ $z' - z_W = a(z - z_W)$

5- **نتيجة :** T تحويل نقطي معرف بـ: $a \in R - \{0; 1\}$. $z' = a z + b$ يكافئ T تحاكي مركزه $\Omega\left(\frac{b}{1-a}\right)$ و نسبته a

الدوران

1- **التعريف الهندسي:** نسمي دوران من المستوي (π) ، مركزه W و قيس لزاويته θ ، التحويل النقطي الذي يترك W صامدة و يرفق بكل نقطة M متمايزة مع W من المستوي (π)، النقطة M' من (π) حيث: $\left(\vec{WM}\,;\,\vec{WM'}\right) \equiv \theta[2\pi]$ $\{WM' = WM$

- **ملاحظات:**

1) الدوران الذي قيس لزاويته يوافق 0 بترديد 2π هو التطبيق المطابق. لذا فيما تبقى نأخذ $\theta\neq 0[2\pi]$

2) الدوران الذي قيس لزاويته يوافق π بترديد 2π هو التناظر المركزي.

3) W مركز الدوران هي النقطة الصامدة.

4) $AB=AC$ يكافئ C صورة B بدوران مركزه A و زاويته $\left(\vec{AB};\vec{AC}\right)$

5) ليكن r دوران مركزه W و يحول M إلى M' ، و ليكن θ قيس لزاوية الدوران $r\ (\theta\neq 0[\pi])$

● WMM' مثلث متساوي الساقين في W .

$\theta\equiv\frac{\pi}{2}[\pi]$: WMM' مثلث قائم و متساوي الساقين في W . $\theta\equiv\pm\frac{\pi}{3}[2\pi]$: WMM' مثلث متقايس الأضلاع.

-2 <u>الميزة الأساسية</u>: $\{r(A)=B\ r(C)=D$ يكافئ $\{BD=AC\ \left(\vec{AC};\vec{BD}\right)\equiv\theta[2\pi]$

-3 <u>صور بعض الأشكال الهندسية:</u>

- صورة مستقيم بدوران هي مستقيم.
- صورة الدائرة التي مركزها A و نصف قطرها R بالدوران r ، هي الدائرة التي مركزها $A'=r(A)$ ونصف قطرها R

-4 <u>العبارة المركبة:</u> $r(M)=M'$ يكافئ $z'-z_W=e^{i\theta}\left(z-z_W\right)$

-5 <u>نتيجة :</u> T تحويل نقطي معرف بـ: $z'=az+b$. $a\neq 1$ و $|a|=1$ يكافئ T دوران مركزه $\Omega\left(\frac{b}{1-a}\right)$ و زاويته $arg(a)$

التشابه المباشر

-1 <u>التعريف الهندسي:</u> نسمي تشابه مباشر S مركزه Ω نسبته $k>0$ و زاويته θ ، التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ،النقطة M' حيث:

$$\begin{cases}\Omega M'=k.\Omega M\\ \left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}\right)\equiv\theta[2\pi]\end{cases}$$

<u>ملاحظات :</u> $k\neq 1$

📖 $\theta\equiv\frac{\pi}{2}[\pi]$: $\Omega MM'$ مثلث قائم في Ω

📖 $\theta\equiv\pm\frac{\pi}{4}[2\pi]$ و/ $k=\sqrt{2}$ أو $k=\frac{1}{\sqrt{2}}$: $\Omega MM'$ مثلث قائم وَ متساوي الساقين.

-2 <u>الميزة الأساسية :</u> A ، B ، C و D أربع نقط من المستوي و S تشابه مباشر نسبته $k>0$ زاويته θ.

$$\begin{cases}S(A)=B\\ S(C)=D\end{cases}$$ يكافئ $$\begin{cases}BD=k.AC\\ \left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BD}\right)\equiv\theta[2\pi]\end{cases}$$

-3 <u>صور بعض الأشكال الهندسية:</u> صورة مستقيم بتشابه مباشر هي مستقيم و صورة دائرة بتشابه مباشر هي دائرة.

-4 <u>العبارة المركبة:</u> $S(M)=M'$ يكافئ $z'-z_W=\lambda e^{i\theta}(z-z_W)$

-5 <u>نتيجة :</u> S تشابه مباشر من معرف بـ: $z'=a\,z+b$ مع a عدد مركب غير معدوم و b عدد مركب

	الطبيعة الهندسية	العناصر المميزة
a =1	انسحاب	شعاع الانسحاب $\vec{(b)}$
a∈ℝ -{0;1}	تحاكي	النسبة: a ، المركز:$w\left(\frac{b}{1-a}\right)$
$a\neq 1$ و $\lvert a\rvert=1$	دوران	الزاوية: arg(a) ، المركز:$w\left(\frac{b}{1-a}\right)$
$a\notin R$ و $\lvert a\rvert\neq 1$	تشابه مباشر	الزاوية: arg(a) ، النسبة: $\lvert a\rvert$ ، المركز:$w\left(\frac{b}{1-a}\right)$
a = -1	تناظر مركزي	المركز:$w\left(\frac{b}{2}\right)$

-6 <u>مركب تشابهين مباشرين:</u>

- مركب تشابهين مباشرين هو تشابه مباشر مركزه النقطة الصامدة ، نسبته جداء النسبتين و زاويته مجموع الزاويتين.
- مركب تشابهين مباشرين لهما نفس المركز ω هو تشابه مباشر مركزه ω ، نسبته جداء النسبتين و زاويته مجموع الزاويتين.
- مركب تحاكي h مركزه Ω و نسبته $k>0$ و دوران مركزه Ω و زاويته θ هو تشابه مباشر مركزه Ω ، نسبته k و زاويته θ
- مركب تحاكي h مركزه Ω و نسبته $k<0$ و دوران مركزه Ω و زاويته θ هو تشابه مباشر مركزه Ω ، نسبته $-k$ و زاويته $\theta+\pi$
- مركب تحاكي h مركزه Ω و نسبته $k>0$ و دوران مركزه Ω' و زاويته θ (أو العكس) هو تشابه مباشر نسبته k و زاويته θ
- مركب تحاكي h مركزه Ω و نسبته $k<0$ و دوران مركزه Ω' و زاويته θ (أو العكس) هو تشابه مباشر نسبته k و زاويته θ

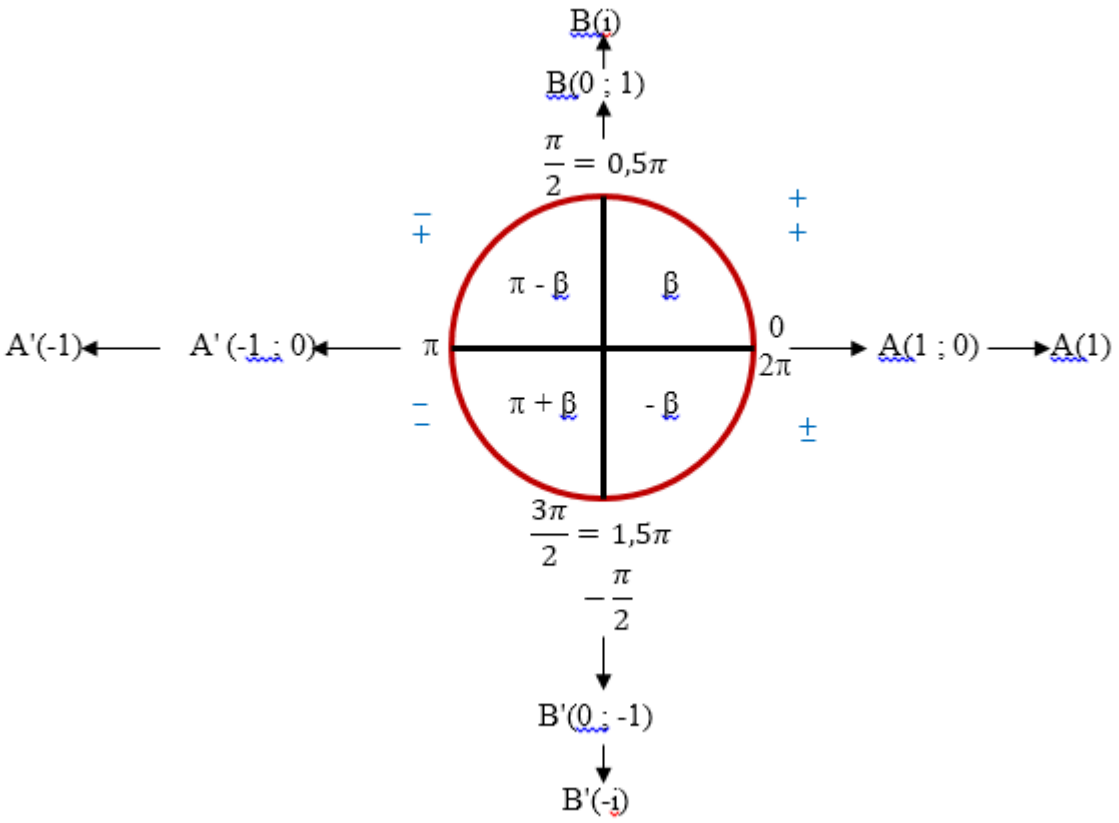
-8 <u>الأعداد المركبة وَ الأشكال الهندسية:</u> المستوي المزود بمعلم متعامد وَ متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

- لتكن $A(z_A)$ ؛ $B(z_B)$ و $C(z_C)$ ثلاث نقط متمايزة من المستوي. نضع: $Z = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$
  - $AB = |z_B - z_A|$ و $AC = |z_C - z_A|$ و $(\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AC}) \equiv arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)[2\pi]$
  - $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$ يكافئ $Z \in \mathbb{R}$ ، $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ يكافئ $Z \in i\,\mathbb{R}$
  - ABC مثلث متساوي الساقين في A يكافئ $|Z| = 1$ و $arg(Z) \not\equiv 0[\pi]$
  - ABC مثلث قائم في A يكافئ $arg(Z) \equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$
  - ABC مثلث متقايس الأضلاع يكافئ $Z = e^{i\frac{\pi}{3}}$ أو $Z = e^{-i\frac{\pi}{3}}$
  - ABC مثلث قائم وَ متساوي الساقين في A يكافئ $Z = e^{i\frac{\pi}{2}} = i$ أو $Z = e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$
- لتكن $A(z_A)$ ؛ $B(z_B)$ ، $C(z_C)$ و $D(z_D)$ نقط متمايزة من المستوي. نضع: $Z = \frac{z_B - z_A}{z_D - z_C}$
  - $|Z| = \frac{AB}{CD}$ و $arg(Z) \equiv (\overrightarrow{CD}\ ;\ \overrightarrow{AB})[2\pi]$
  - Z عدد حقيقي يكافئ $\overrightarrow{AB}\ //\ \overrightarrow{CD}$ ، Z تخيلي صرف يكافئ $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$
  - $Z=1$ يكافئ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يكافئ $ABDC$ متوازي أضلاع أو $(AB) = (CD)$
  - $Z=-1$ يكافئ $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$ يكافئ $ABCD$ متوازي أضلاع أو $(AB) = (CD)$
  - $|Z|=1$ يكافئ $AB = CD$
- لتكن $A(z_A)$ و $B(z_B)$ نقطتين متمايزتين من المستوي. نضع: $Z = \frac{z - z_A}{z - z_B}$
  - مجموعة النقط $M(z)$ حيث Z عدد حقيقي هي المستقيم (AB) ماعدا B
  - مجموعة النقط $M(z)$ حيث Z عدد تخيلي صرف هي الدائرة التي قطرها $[AB]$ ماعدا B
  - مجموعة النقط $M(z)$ حيث $|Z|=1$ هي محور القطعة $[AB]$

دساتير التحويل

- $sin\theta = 2sin\frac{\theta}{2}cos\frac{\theta}{2}$ ، $cos\theta = cos^2\frac{\theta}{2} - sin^2\frac{\theta}{2} = 1 - 2sin^2\frac{\theta}{2} = 2cos^2\frac{\theta}{2} - 1$
- $sin\theta = cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ ، $cos\theta = sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ ، $tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}$
- $cos^2\theta + sin^2\theta = 1$ ، $1 + cos\theta = 2cos^2\frac{\theta}{2}$ ، $1 - cos\theta = 2sin^2\frac{\theta}{2}$

β	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$-\frac{\pi}{2}$
$cos\,\beta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	-1	0
$sin\,\beta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	1	0	-1
$tan\,\beta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	0		0	



الأعداد المركبة ـ تمارين ـ

التمرين01: أكتب الأعداد المركبة التالية على الشكل الجبري: $(1-i)^4$-2) ، 5i)(3+i) ؛ $\frac{1-3i}{3-i}$ ؛ $\frac{1+2i}{3+i}$ ؛ $\frac{1+\sqrt{3}-i}{1+\sqrt{3}+i}$

التمرين02: حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية: 2iz-3+2i=0 ؛ 2i)z-i=iz-4+1) ؛ $\left(1-2i\sqrt{3}\right)z = 5-3i\sqrt{3}$

التمرين03: حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية: $iz^2 - 2\bar{z} + 2 - i = 0$ ؛ $z^2 - \bar{z} + 2 = 0$ ؛ $|z|^2 - 3\bar{z} + (1+i)z - 4i = 0$

المستوي مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$

التمرين04: عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق:

1) $|(1+i)z + 2 - i| = 3$ 2) $|2\bar{z} - 3 + 2i| = 4$ 3) $|(1+i)z + 1 - i| = |z - 3 + i|$ 4) $|z - i| = |\bar{z} - 2i|$ 5) $|i\bar{z} - 1| = 2|z - 1|$ 6) $|z^2| + z + \bar{z} + i(z - \bar{z}) = 0$ 7)

التمرين05: عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها: أ) $Z \in \mathbb{R}$ ب) $Z \in i\mathbb{R}$ ج) $|Z| = 1$

1) $Z = \frac{z+1-2i}{z-3+4i}$ ؛ 2) $Z = \frac{1-iz}{1+iz}$ ؛ 3) $Z = \frac{2z+1-i}{z-2i}$ ؛ 4) $Z = \frac{z-2-i}{z+i}$ ؛ 5) $Z = \frac{z-4i}{z-2}$

التمرين06: أكتب z على الشكل المثلثي و على الشكل الأسي: 1) $z = 1 - i\sqrt{3}$ 2) $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $z = i - \sqrt{3}$ 4)

5) $z = 2 + 2i$ 6) $z = 3 + i\sqrt{3}$ 7) $z = -5\left(-i + \sqrt{3}\right)(2 + 2i)$ 8) $z = -\frac{3i}{2+2i\sqrt{3}}$ 9) $z = -2\left(\frac{i+\sqrt{3}}{1-i}\right)^{2009}$

$z = (2 + 2i)^5$

التمرين07: أكتب z على الشكل الجبري: 1) $z = 5e^{i\frac{\pi}{3}}$ 2) $z = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$ 3) $z = e^{i\frac{7\pi}{4}}$ 4) $z = \frac{5}{3}e^{i\frac{11\pi}{4}}$ 5) $z = 3e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

التمرين08: أكتب z على الشكل الأسي: 1) $z = -2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ 2) $z = -e^{i\frac{2\pi}{5}} \times e^{-i\frac{\pi}{3}}$ 3) $z = \frac{e^{i\frac{7\pi}{4}}}{-2}$ 4) $z = \sqrt{2}\frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{e^{i\frac{\pi}{3}}}$

التمرين09: أكتب z على الشكل المثلثي: $\left(\theta \in [0\,;\, \frac{\pi}{2}[\right)$ 1) $z = 1 + \cos\theta - i\sin\theta$ 2) $z = 1 - \sin\theta - i\cos\theta$

3) $z = 1 + \cos\theta + i\sin\theta$ 4) $z = \cos\theta - i(1 - \sin\theta)$ 5) $z = 1 + \sin\theta - i\cos\theta$ 6)

$z = -\sin\sin 2\theta + i(1 + \cos\cos 2\theta)$

التمرين10: ليكن z_1؛ z_2 و z_0 أعداد مركبة معرفة كما يلي: $z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{2}$ ؛ $\sqrt{3}\, z_2 = 1 - i$ ؛ $z_0 = \frac{z_1}{z_2}$

1- أكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي و الأسي و استنتج الطويلة و عمدة للعدد z_0.

2- أكتب z_0 على الشكل الجبري

3- استنتج القيم المضبوطة للأعداد $\cos\frac{\pi}{12}$ ؛ $\sin\frac{\pi}{12}$ ؛ $\tan\frac{\pi}{12}$

4- أحسب z_0^{2010} و z_0^{2012}

5- عين الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها z_0^n تخيلي صرف.

التمرين11: z_2 ، z_1 و z_0 أعداد مركبة معرفة كما يلي: $z_1 = -\sqrt{3} + i$ ؛ $z_2 = 1+i$ ؛ $z_0 = \frac{z_1}{z_2}$

-1 أكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي و الأسي و استنتج الطويلة و عمدة للعدد z_0.

-2 أكتب z_0 على الشكل الجبري

-3 استنتج القيم المضبوطة للأعداد $\cos\frac{7\pi}{12}$ ؛ $\sin\frac{7\pi}{12}$ ؛ $\tan\frac{7\pi}{12}$

-4 أحسب العدد المركب $\left(\frac{z_0}{\sqrt{6}}\right)^{2014}$

التمرين12:

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^3 = 4\sqrt{2}(1-i)$ (1) (تكتب الحلول على الشكل الأسي)

-2 أكتب الجذور التكعيبية للعدد 1 على الشكل الأسي و الجبري. 2) استنتج حلول المعادلة (1) على الشكل الجبري.

-3 استنتج قيم: $\cos\frac{7\pi}{12}$ ؛ $\sin\sin\frac{7\pi}{12}$ ؛ $\tan\tan\frac{7\pi}{12}$

التمرين13:

-1 أكتب الجذور السداسية للعدد 1 على الشكل الأسي و الجبري.

-2 أحسب العدد المركب $(1+i)^6$. 3) استنتج الجذور السداسية للعدد $-8i$ على الشكل الجبري و الشكل الأسي.

التمرين14: ليكن العدد المركب $z = -\sqrt{3} + i$

عين بطريقتين مختلفتين الجذرين التربيعيين للعدد z و استنتج القيم المضبوطة للأعداد التالية: $\cos\frac{5\pi}{12}$ ؛ $\sin\sin\frac{5\pi}{12}$ ؛ $\tan\tan\frac{5\pi}{12}$

التمرين15: نعتبر في $\mathbb{C}$ العدد المركب $Z = \sqrt{2-\sqrt{2}} + i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

-1 أحسب Z^2 ثم Z^4 وأكتب Z^4 على الشكل المثلثي و الأسي. 2) استنتج الطويلة و عمدة للعدد 3 . . Z) استنتج $\cos\frac{3\pi}{8}$ ؛ $\sin\sin\frac{3\pi}{8}$ ؛ $\tan\tan\frac{3\pi}{8}$

-2 عين أصغر عدد طبيعي n يكون من أجله Z^n عددا تخيليا صرفا.

التمرين16: نعتبر في $\mathbb{C}$ العدد المركب $Z = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right) + i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$

-1 أحسب Z^2 وأكتبه على الشكل المثلثي و الأسي. . 2) استنتج الطويلة و عمدة للعدد Z

-2 استنتج القيم المضبوطة للأعداد التالية: $\cos\frac{\pi}{12}$ ؛ $\sin\sin\frac{\pi}{12}$ ؛ $\tan\tan\frac{\pi}{12}$

التمرين17: *Baccalauréat S Antilles, Juin 2004*

جواب واحد صحيح فقط، أذكر الجواب الصحيح. التبرير غير مطلوب.

نضع $z = -\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}$

-1 الشكل الجبري للعدد z^2 هو: أ) $2\sqrt{2}$ ، ب) $2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}$ ، ج) $2 + \sqrt{2} + i\left(2-\sqrt{2}\right)$ ، د) $2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$

-2 الشكل الأسي للعدد z^2 هو: أ) $4e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، ب) $4e^{-i\frac{\pi}{4}}$ ، ج) $4e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، د) $4e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

-3 الشكل الأسي للعدد z هو: أ) $2e^{i\frac{7\pi}{8}}$ ، ب) $2e^{i\frac{\pi}{8}}$ ، ج) $2e^{i\frac{5\pi}{8}}$ ، د) $2e^{i\frac{3\pi}{8}}$

-4 $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ - و $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ هما على التوالي *cosinus* و *sinus* العدد: أ) $\frac{7\pi}{8}$ ، ب) $\frac{5\pi}{8}$ ، ج) $\frac{3\pi}{8}$ ، د) $\frac{\pi}{8}$

التمرين18: المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

A ، B ، C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A = -1$ ؛ $z_B = 1-i$ ؛ $z_C = 2+i$

-1 أكتب العدد المركب $Z = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الجبري و الأس ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

-2 عين لاحقة G مرجح الجملة $\{(A;3);(B;1);(C;1)\}$. 3) عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $MA^2+MB^2+MC^2 = 90$

التمرين19:

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z ، التالية: $z^2 - 6z + 12 = 0$ و أكتب حلي المعادلة على الشكل الأسي.

-2 لتكن A و B نقطتان من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. لاحقتاهما على الترتيب $z_A = 3 - i\sqrt{3}$ و

$z_B = 3 + i\sqrt{3}$

1) علم النقطتين A و B في شكل نُتممه فيما بعد. ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسي. استنتج طبيعة المثلث OAB

ج) عين z_G ، لاحقة G مركز ثقل المثلث OAB . علم النقطة G

-3 ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة D ذات اللاحقة $z_D = 1+i$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1) عين z_C لاحقة النقطة C ، صورة A بالدوران R . علم النقطتين D و C . ب) تحقق أن $R(O) = G$ و استنتج أن المستقيمين (OA) و (GC) متعامدين.

ج) ماذا يمكن قوله بالنسبة للنقط C ، B ، G ؟ د) استنتج طبيعة المثلث CAO . هـ) أنشئ ، مع التوضيح، صورة المثلث OAB بالدوران R

التمرين20: لتكن (E) المعادلة: $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0$ حيث z مجهول مركب.

-1 أ- تحقق أن 8 حل للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

-2 B ، A و C نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها على الترتيب $z_A = 2 - 2i\sqrt{3}$ و $z_B = 2 + 2i\sqrt{3}$ و $z_C = 8$

1) علم النقط B ، A و C ب) أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي.

-3 أ) أكتب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسي . ب) استنتج طبيعة و عناصر التحويل النقطي T الذي يحول B إلى A و يترك C صامدة. ج) استنتج طبيعة المثلث ABC

-4 بكل نقطة M لاحقتها z حيث $z \neq z_A$ و $z \neq z_B$ ، نرفق العدد المركب z' حيث: $z' = \frac{z-2+2i\sqrt{3}}{z-2-2i\sqrt{3}}$

أ) فسر بيانيا الطويلة و عمدة للعدد المركب z' . ب) عين مجموعة النقط M حيث $|z'| = 1$. ج) عين مجموعة النقط M حيث $arg(z') \equiv 0[2\pi]$

التمرين21: نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ،المعادلة ذات المجهول المركب z التالية: $(z^3+z^2-2=0)$ 1)

-1 بين أن 1 هو حل للمعادلة (1) ثم حل هذه المعادلة. أكتب الحلول على الشكل الأسي.

-2 المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) علم النقط B ، A و D ذات اللاحقات على الترتيب: $z_D = -1 + i$ ، $z_B = 1$ ، $z_A = -1 - i$

2) أحسب اللاحقة z_C للنقطة C حتى يكون $ABCD$ متوازي أضلاع. علم C.

-3 لتكن E صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{2}$ – وَ L صورة النقطة C بالدوران R' الذي مركزه D و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أحسب z_L وَ z_E لاحقتي L وَ E على الترتيب. علم النقطتين L وَ E.

-4 أحسب $\frac{z_L - z_A}{z_E - z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEL

التمرين22:

-1 حل في مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة ذات المجهول المركب z: $z^2 - 4z + 8 = 0$

-2 A و B نقطتان من المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقتاهما على الترتيب:

$z_A = 2\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B = 2\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و الشعاع $\vec{w}$ ذو اللاحقة $z_{\vec{w}} = 1 + 2i$

1) أكتب z_A و z_B على الشكل الجبري. ب) عين اللاحقة z_C للنقطة C صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{w}$.

3) عين اللاحقة z_D للنقطة D صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته $-\frac{\pi}{2}$. استنتج طبيعة المثلث CAD .

4) عين اللاحقة z_Ω للنقطة Ω منتصف القطعة $[AD]$.

-3 عين اللاحقة z_E للنقطة E صورة Ω بالتحاكي الذي مركزه C و نسبته 2. 4 . علم النقط A ؛ E ، D ، C ، B و Ω.

-5 أكتب العدد $Z = \frac{z_A - z_E}{z_D - z_E}$ على الشكل الجبري و الأسي. استنتج طبيعة المثلث EAD و طبيعة الرباعي $ACDE$

-6 استنتج أن النقط A ؛ C ؛ D ؛ E تنتمي إلى دائرة (Γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها. أنشئ (Γ)

التمرين23:

-1 حل في مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة ذات المجهول المركب z: $z^2 - 6z + 13 = 0$

-2 A ؛ B ؛ Ω نقط من المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها على الترتيب : $z_\Omega = 2$ ، $z_B = 3-2i$ ، $z_A = 3+2i$ و الشعاع $\vec{w}$ ذو اللاحقة $z_{\vec{w}} = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

1) علم النقط A ؛ B ؛ Ω. ب) أكتب $z_{\vec{w}}$ على الشكل الجبري. ج) عين اللاحقة z_E للنقطة E صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{w}$

د) عين اللاحقة z_D للنقطة D صورة Ω بالتحاكي الذي مركزه A و نسبته 2.

هـ) عين اللاحقة z_C للنقطة C صورة E بالدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ – ثم علم النقط E ، D ، C

-3 أ) بين أن $ACDE$ متوازي أضلاع. ب) أكتب العدد المركب $Z = \frac{z_A - z_E}{z_D - z_E}$ على الشكل الجبري و الأسي. استنتج طبيعة المثلث EAD .

ج) ما هي طبيعة متوازي الأضلاع $ACDE$. د) استنتج أن النقط A ؛ C ؛ D ؛ E تنتمي إلى دائرة (Γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

هـ) أنشئ الدائرة (Γ)

التمرين24: نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z^3-4z^2+6z-4=0)$ 1)

-1 تحقق أن 2 حل للمعادلة (1) ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1)

-2 A؛ B؛ C صور: 2 ؛ $1+i$؛ $1-i$ على التوالي في مستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

T تحويل نقطي من المستوي يحول النقطة $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث: $z' = az + b$ يحول B إلى C و مركزه A.

1) عين a وَ b . ب) ما هي طبيعة و عناصر T ج) استنتج طبيعة المثلث ABC

-3 عين العدد الحقيقي m حتى يكون المبدأ O مرجحا للجملة $\{(A;1);(B;m);(C;-1)\}$

-4 ما هي طبيعة الرباعي $OBAC$ 5) عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $MA^2 - MB^2 - MC^2 = -4$

التمرين25:

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 + 2\sqrt{2}z + 6 = 0$

-2 A و B نقطتان من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، لاحقتاهما: $z_A = 2 + i\sqrt{2}$ و $z_B = 2 - i\sqrt{2}$

1) علم النقطتين A و B . ب) بين أن النقطتين A و B تنتميان إلى الدائرة (Γ) التي مركزها O و نصف قطرها $\sqrt{6}$

3- لتكن النقط K ، J ، I ذات اللاحقات $z_I = 2i$ ، $z_J = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z_K = -z_J$ على التوالي.

1) أكتب z_J و z_K على الشكل الجبري. ب)ما هي طبيعة المثلث IJK ؟ ج) عين مركز و نصف قطر الدائرة (Γ') المحيطة بالمثلث IJK

2) أرسم الدائرتين (Γ) و (Γ') ثم شطب على E مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $2 < |z| < \sqrt{6}$

التمرين26:

1- أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-4)(z^2-2z+4)=0$. نسمي z_1 ، z_0 و z_2 حلول هذه المعادلة حيث z_0 هو الحل حقيقي، z_1 الحل الذي جزؤه التخيلي موجب

ب) اكتب الحلول على الشكل الأسي.

ج)عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون من أجلها z_1^n عددا حقيقيا سالبا تماما.

د)بين انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $z_1^n+z_2^n = 2^n$ عدد حقيقي ثم استنتج قيم n التي تحقق :

2- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط C ، B ، A لواحقها على الترتيب $z_A = 4$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 1 - i\sqrt{3}$

1) علم النقط A ، B و C ب) عين العدد الحقيقي θ الذي يحقق: $z_B = e^{i\theta}z_C$.أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) اكتب العدد $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي.

3) استنتج أن C هي صورة B بتحويل نقطي مركزه A ، يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

التمرين27: المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، الوحدة البيانية: $1\ cm$.

ضع شكلا تتممه في سياق التمرين.

1- علم النقط C ، B ، A ذات اللاحقات على الترتيب: $z_C=5+4i$ ، $z_B=-3-4i$ ، $z_A=-11+4i$

2- أحسب الطويلة و عمدة للعدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC

3- عين z_E لاحقة E صورة C بالدوران R ذو المركز B والزاوية $\frac{\pi}{4}$. علم E

4- عين z_D لاحقة D صورة E بالتحاكي H الذي مركزه B و نسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ثم بين أن D هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . علم D

5- ليكن Δ المستقيم الموازي للمستقيم (EC) و الذي يشمل D و F نقطة تقاطع المستقيم Δ و المستقيم $(I$ ، $BC)$ منتصف $[EC]$ و J منتصف $[DF]$. بين أن I ، B و J على استقامة واحدة.

التمرين28:

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $\bar{z}z^2 + 2i - 6 = 0$

2- A و B نقطتان من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها على الترتيب : $z_A = 3-i$ و $z_B = -3 - i$

1) علم النقطتين A و B في شكل نتممه فيما بعد. ب) أكتب العدد المركب z حيث $z = z_A + z_B - 2$ على الشكل الأسي ثم بين أن العدد z^{2010} تخيلي صرف.

3- ما هي طبيعة المثلث OAB . 4) عين z_C لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي $OACB$ معين.

التمرين29:

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 10z + 50 = 0$

2- المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = 5+5i$ و $z_B = 5-5i$

1) علم النقطتين A و B . ب) أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي.

3) استنتج الطويلة و عمدة للعدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$. استنتج قيس زاوية الدوران r الذي مركزه O و يحول B إلى A . استنتج طبيعة المثلث OAB

3- ليكن C مرجح الجملة $\{(A;1) ; (B;-1);(O;1)\}$.

1) ما هي طبيعة الرباعي $ABOC$ ؟ استنتج z_C لاحقة C. علم C

2) عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MO}\| = 5\sqrt{2}$

4- عين z_D لاحقة D ، صورة A بالتحاكي h الذي مركزه C و نسبته 2 . علم D

5- أكتب $\frac{z_O - z_A}{z_D - z_A}$ على الشكل الأسي . ما هي طبيعة المثلث ADO و استنتج طبيعة الرباعي $OBDA$

التمرين30: المستو ي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1- علم النقط B، A و C نقط لاحقتها على الترتيب $z_B = 1 - 2i$ ، $z_A = -2 - 3i$ و $z_C = -3$

2- $f(z)$ عدد مركب معرف بـ: $f(z) = \frac{z_C - z}{z_B - z}$ مع $z \neq z_B$ و $z \neq z_C$

أ) أكتب $f(z_A)$ على الشكل الأسي. ب) استنتج طبيعة وعناصر التحويل النقطي T الذي مركزه A و يحول B إلى C . ما هو نوع المثلث ABC .

3- M نقطة لاحقتها z .أعط تفسيراً هندسياً لطويلة وعمدة للعدد $f(z)$

4- لتكن (Δ) مجموعة النقط M حيث : $|f(z)| = 1$. تحقق أن A نقطة من (Δ) ثم عين و أشئ المجموعة (Δ)

5- لتكن (γ) مجموعة النقط M حيث : $arg[f(z)] \equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$. تحقق أن A نقطة من (γ) ثم عين و أشئ المجموعة (γ)

6- عين و أشئ المجموعة (D) مجموعة النقط M حيث : $arg[f(z)] \equiv \pi[2\pi]$

الأستاذ بن علو

التمرين31: *Baccalauréat S France, Septembre 1998*

-1 نعتبر كثير الحدود P المعرف بـ: $P(z)=z^3-6z^2+12z-16$. أحسب $P(4)$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

-2 A ، B ، C نقط من المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ ذات اللاحقات: $z_B=1+i$ ، $\sqrt{3}z_A=4$ ، $\sqrt{3}z_C=1-i$
علم النقط A ، B ، C على شكل ، يُتمم خلال التمرين. بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

-3 K نقطة لاحقتها $i+=-\sqrt{3}z_K$ و F صورة K بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و G صورة K بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{OB}$

أ) عين z_F و z_G لاحقتي F و G . علم F و G ب) بين أن المستقيمين (OC) و (OF) متعامدان.

1) ليكن H الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع $COFH$. بين أن الرباعي $COFH$ مربع. أحسب z_H لاحقة النقطة H . هل المثلث AGH متقايس الأضلاع ؟

التمرين32: *Baccalauréat S Pondichéry, mai 1999*

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z\sqrt{2}+4=0$. نرمز بـ z_1 للحل الذي جزءه التخيلي موجب و z_2 الحل الآخر.

-2 أ) عين الطويلة و عمدة لكل من الحلين z_1 و z_2 . ب) عين الطويلة و عمدة للعدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$

-3 في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة: $1\ cm$)،
نعتبر النقطة B ذات اللاحقة $z_B=\sqrt{2}(1+i)$ ، النقطة C ذات اللاحقة $z_C=\sqrt{2}(1-i)$ و النقطة A ذات اللاحقة $z_A=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

1) عين اللاحقة z_D للنقطة D صورة C بالتحاكي h الذي مركزه A و نسبته (-3).

2) عين اللاحقة z_E للنقطة E صورة C بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$. ج) علم في نفس المعلم النقط D ، C ، B ، A و E .

-4 أحسب $\frac{z_D-z_B}{z_E-z_B}$. استنتج طبيعة المثلث BDE

-5 ليكن I منتصف القطعة $[DE]$ و F نظيرة B بالنسبة إلى I . بين أن $BDFE$ مربع.

التمرين33: *Baccalauréat S Antilles-Guyane, juin 2000*

-1 من أجل كل عدد مركب z نضع : $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

1) أحسب $P(-1)$ ثم عين عددين حقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z ، لدينا: $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$

2) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z)=0$

-2 A ، B ، C و G نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ذات اللاحقات $z_B=2+i$ ، $\sqrt{3}z_A=-1$ ، $\sqrt{3}z_C=2-i$ و $z_G=3$

1) علم النقط A ، B ، C و G ثم أحسب المسافات BC ، AB و AC . استنتج طبيعة المثلث ABC .

2) أحسب عمدة للعدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$. استنتج طبيعة المثلث GAC .

-3 لتكن (D) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left(-\vec{MA}+2\vec{MB}+2\vec{MC}\right)\vec{CG}=12$ (1)

1) بين أن G مرجح الجملة $\{(A;-1);(B;2);(C;2)\}$

2) بين أن العلاقة (1) تكافئ العلاقة $\vec{GM}.\vec{CG}=-4$ (2) ثم تحقق أن A تنتمي إلى (D)

-4 بين أن العلاقة (2) تكافئ العلاقة $\vec{AM}.\vec{CG}=0$. استنتج المجموعة (D) وأرسمها

التمرين34: *Baccalauréat S Antilles-Guyane, septembre 2000*

-1 نعتبر كثير الحدود $f(z)=z^4-10z^3+38z^2-90z+261$ المعرف في $\mathbb{C}$ كما يلي:

1) b عدد حقيقي. عبر بدلالة b عن الجزأين الحقيقي و التخيلي للعدد $f(bi)$. استنتج أن المعادلة $f(z)=0$ تقبل حلان تخيليان صرفيان.

2) برهن أنه يوجد عددين حقيقيين α و β حيث من أجل كل عدد مركب z: $f(z)=(z^2+9)(z^2+\alpha z+\beta)$ ثم حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $f(z)=0$

-2 المستوي P منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) علم في المستوي P النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات $5+2i$ ، $-3i$ ، $3i$ و $2i-5$ على التوالي.

2) عين لاحقة مركز المسافات المتساوية G للنقط A ، B ، C و D

3) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي P حيث: $\|\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD}\|=10$ و أنشئها.

التمرين35: *Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie, Décembre 2000*

-1 أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$. عين الطويلة و عمدة لكل حل. ب) استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة : $(iz+3i+3)^2-2(-iz+3i+3)+2=0$

-2 A ، B و C نقط من المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ذات اللاحقات على الترتيب ، $z_B=\overline{z_A}z_A=1+i$ ، $z_C=2z_B$.

1) عين الشكل الجبري للعددين z_B و z_C ثم علم النقط A ، B و C . ب) بين أن A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (γ) ذات المركز I لاحقته 3 و نصف قطرها $\sqrt{5}$

-3 أحسب $\frac{z_C-3}{z_A-3}$ ؛ استنتج طبيعة المثلث IAC .

-4 عين z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة O بالإنسحاب الذي شعاعه $2\vec{IC}$

-5 عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة E بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

-6 برهن أن المستقيمين (AB) و (CD) متعامدين

التمرين36: *Baccalauréat S Amérique du Sud, Novembre 2001*

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

الأستاذ بن علو

-1 أ) عين الكتابة الجبرية للعدد المركب الذي طويلته 2 و عمدة له $\frac{\pi}{2}$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z - 2 = 4i - iz$. نكتب الحل على الشكل الجبري.

-2 نرمز بـ A ، I و B النقط ذات اللاحقات على الترتيب 1 ، $2i$ و $3+i$. ضع شكلا يُتمم فيما بعد.

(1 أحسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة A بالتناظر الذي مركزه I .

(2 أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ و استنتج الطويلة و عمدة لهذا العدد (z_A و z_B لاحقتي A و B)

(3 لتكن D النقطة التي لاحقتها z_D حيث $z_D - z_C = z_A - z_B$. بين أن $ABCD$ مربع.

-3 من أجل كل نقطة M من المستوي، نعتبر الشعاع $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$.

(1 عبر عن الشعاع $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$ بدلالة الشعاع $\vec{MI}$ ب) بين أن النقطة K المعرفة بـ $\vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} + \vec{KD} = 2\vec{AB}$ هي منتصف القطعة $[AD]$. ج) عين المجموعة Γ للنقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\| = \|2\vec{AB}\|$. أنشئ Γ .

التمرين37: Baccalauréat S Antilles, Septembre 2001

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 + 8z\sqrt{3} + 64 = 0$.

-2 A و B و C نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لاحقاتها $z_A = -4\sqrt{3} - 4i$ و $z_B = -4\sqrt{3} + 4i$ و $z_C = \sqrt{3} + i$

أحسب المسافات OB ، OA و AB . استنتج طبيعة المثلث OAB .

-3 عين اللاحقة z_D للنقطة D صورتها بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{}{3}$

-4 عين اللاحقة z_G للنقطة G مرجح الجملة $\{(O;-1);(D;1);(B;1)\}$.

-5 علم النقط D ، C ، B ، A و G على الشكل (الوحدة البيانية : $1\ cm$). بين أن الرباعي $OBGD$ متوازي أضلاع.

-6 أ) تحقق أن : $\frac{z_C - z_G}{z_A - z_G} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ب) استنتج بالراديان قيس للزاوية $(\vec{GA}\ ;\ \vec{GC})$ ، و قيمة النسبة $\frac{GC}{GA}$. ما ذا يمكن استنتاجه بالنسبة للمثلث AGC ؟

التمرين38: Baccalauréat S Polynésie, septembre 2002

-1 z_1 و z_2 عددان مركبان؛ حل جملة المعادلتين التالية: $\{z_1\sqrt{3} - z_2 = -2\ z_1 - z_2\sqrt{3} = -2i$

-2 نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (الوحدة البيانية: $4\ cm$) النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A = -\sqrt{3} + i$ و $z_B = -1 + i\sqrt{3}$. أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي. علم النقطتين A و B

-3 أحسب الطويلة و عمدة للعدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$. استنتج طبيعة المثلث ABO و قيس للزاوية $(\vec{OA}; \vec{OB})$

-4 عين لاحقة النقطة C حيث $ACBO$ معين . علم C . أحسب مساحة المثلث ABC بـ cm^2

-5 f التحويل الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z ، النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' = e^{-i\frac{\pi}{3}}z$. عين طبيعة و عناصر التحويل f .

-6 عين على الشكل الأسي لاحقات النقط B ، A' و C' صور B ، A و C بالتطبيق f . ما هي مساحة المثلث $A'B'C'$ بـ cm^2 ؟

التمرين39: Baccalauréat S Nouvelle - Calédonie, novembre 2002

-1 نعتبر كثير الحدود P المعرف في $\mathbb{C}$ كما يلي: $P(z) = z^3 + (14 - i\sqrt{2})z^2 + (74 - 14i\sqrt{2})z - 74i\sqrt{2}$

(1 عين العدد الحقيقي y حتى يكون iy حل للمعادلة $P(z)=0$

(2 أوجد عددان حقيقيان a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z ، $P(z) = (z - i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$

(3 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

-2 المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (الوحدة البيانية: $1\ cm$)

(1 علم النقط B ، A و I ذات اللاحقات $z_A = -7 + 5i$ ، $z_B = -7 - 5i$ ، $z_I = i\sqrt{2}$.

(2 عين لاحقة صورة I بالدوران الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{4}$.

(3 علم النقطة C ذات اللاحقة $z_C = 1+i$. عين لاحقة النقطة N بحيث $ABCN$ متوازي أضلاع.

(4 علم النقطة D ذات اللاحقة $z_D = 1+11i$. أحسب العدد $Z = \frac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ على الشكل الجبري و الشكل المثلثي.

(5 تحقق أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدين و استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

التمرين40: Baccalauréat S Pondichéry, mars 2003

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(1): z^3 + 2z^2 - 16 = 0$

-1 بين أن 2 حل المعادلة (1) ثم بين أن (1) تكتب على الشكل $(z-2)(az^2 + bz + c) = 0$ مع a ، b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها. استنتج حلول المعادلة (1) على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي.

-2 المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$

علم النقط A ، B و D ذات اللاحقات على الترتيب $z_A = -2 - 2i$ ، $z_B = 2$ و $z_D = -2 + 2i$

-3 أحسب اللاحقة z_C للنقطة C حيث $ABCD$ متوازي أضلاع. علم C .

4- لتكن E صورة C بالدوران الذي مركزه B و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ و F صورة C بالدوران الذي مركزه D و زاويته $\frac{\pi}{2}$
أحسب z_E و z_F لاحقتي E و F على الترتيب. علم E و F .

5- تحقق أن : $i = \frac{z_F - z_A}{z_E - z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث AEF .

6- ليكن I منتصف القطعة $[EF]$. أ) بين أن IBD مثلث قائم و متساوي الساقين في I ثم

1) عين صورة المثلث EBA بالدوران الذي مركزه I و زاويته $-\frac{\pi}{2}$

التمرين41: Baccalauréat S Liban, juin 2003

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $4z^2 - 12z + 153 = 0$

2- A ، B ، C و P نقط من المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ذات اللاحقات على الترتيب:
$z_A = \frac{3}{2} + 6i$ ؛ $z_B = \frac{3}{2} - 6i$ ، $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ ، $z_P = 3 + 2i$ ، و الشعاع $\vec{\omega}$ ذو اللاحقة $z_{\vec{\omega}} = -1 + \frac{5}{2}i$

1) عين اللاحقة z_Q للنقطة Q ، صورة B بالإنسحاب t الذي شعاعه $\vec{\omega}$.

2) عين اللاحقة z_R للنقطة R ، صورة P بالتحاكي h الذي مركزه C و نسبته $-\frac{1}{3}$.

3) عين اللاحقة z_S للنقطة S ، صورة P بالدوران r الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

4) علم النقط R ، Q ، P و S و بين أن الرباعي $PQRS$ متوازي أضلاع.

3- أحسب $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$. استنتج طبيعة متوازي الأضلاع $PQRS$.

4- بين أن النقط R ، Q ، P و S تنتمي إلى نفس الدائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها. هل المستقيم (AP) مماس للدائرة (γ) ؟

التمرين42: Baccalauréat S France, juin 2004

B ، A و C نقط من المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لواحقها على الترتيب: $z_A = 2$ ؛ $z_B = 1 - i$ و $z_C = 1 + i$.

1- أ . علم النقط B ، A و C. ب . أحسب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. استنتج أن ABC مثلث قائم و متساوي الساقين.

2- أ . عين زاوية الدوران r الذي مركزه A و يحقق $r(B) = C$ و احسب اللاحقة z_D للنقطة D حيث $D = r(C)$.
ب . لتكن Γ الدائرة التي قطرها $[BC]$. عين و أنشئ Γ' صورة Γ بالدوران r .

3- لتكن M نقطة من Γ لاحقتها z ، متمايزة مع C و $M' = r(M)$ لاحقتها z'

أ . بين أنه يوجد عدد حقيقي θ ينتمي إلى $[0; \frac{\pi}{2}[\cup]\frac{\pi}{2}; 2\pi[$ حيث $z = 1 + e^{i\theta}$. ب . عبر عن z' بدلالة θ . ج . بين أن $\frac{z' - z_C}{z - z_C}$ عدد حقيقي.

د . استنتج أن النقط M، C و M' على استقامية. هـ . علم على الشكل النقطة M ذات اللاحقة $1 + e^{i\frac{2\pi}{3}}$ و أنشئ صورتها M' بالدوران r

التمرين43: Baccalauréat S Polynésie, juin 2004

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (الوحدة البيانية: $cm\ 1$)

1- نعتبر النقط B ، A و I ذات اللاحقات على الترتيب: $z_A = 3 + 2i$ ؛ $z_B = -3$ و $z_I = 1 - 2i$

1) ضع شكلا يُتمم خلال التمرين.

2) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $Z = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$. ما يمكن استنتاجه بالنسبة للمثلث IAB ؟

3) أحسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة I بالتحاكي الذي مركزه A و نسبته 2

2- ليكن D مرجح الجملة $\{(A; 1); (B; -1); (C; 1)\}$ ؛ أحسب اللاحقة z_D للنقطة D

3- بين أن $ABCD$ مربع.

4- عين و أنشئ المجموعة Γ_1 للنقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{Mc}\| = \frac{1}{2}\|\vec{MA} + \vec{MC}\|$.

5- نعتبر المجموعة Γ_2 للنقط M حيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 4\sqrt{5}$. بين أن B تنتمي إلى Γ_2 . عين و أنشئ Γ_2

التمرين44: Baccalauréat S Liban, juin 2004

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z - 2)(z^2 - 2z + 2) = 0$. أكتب الحلول على الشكل الجبري و الأسي.

2- B ، A و I نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لواحقها على الترتيب: ، $z_B = 2i$ ، $z_A = 1 + i$
$z_I = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

بكل عدد مركب z مختلف عن z_A ، نرفق العدد المركب $z' = \frac{z - 2i}{z - 1 - i}$

1) لتكن (E) مجموعة النقط $M(z)$ حيث z' تخيلي بحت. بين أن B تنتمي إلى (E). عين وأنشئ (E)

2) لتكن (F) مجموعة النقط $M(z)$ حيث $|z'| = 1$. عين و أنشئ (F)

3- ليكن R الدوران الذي مركزه $\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

1) عين لواحق A' ، I' ، B' صور A ، I ، B على الترتيب بالدوران R . ب) ما هما صورتا (E) و (F) بالدوران R ؟

التمرين45: Baccalauréat S France, septembre 2004

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (الوحدة البيانية: $cm\ 1$)

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 8z\sqrt{3} + 64 = 0$.

-2 نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين على الترتيب: $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$ ؛ $z_B = 4\sqrt{3} + 4i$

(1 أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي. ب) أحسب المسافات AB، OB، OA . استنتج طبيعة المثلث OAB .

-3 C نقطة لاحقتها i $-\sqrt{3} + =z_C$. عين z_D لاحقة D صورة C بالدوران الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{3}$

-4 G مرجح الجملة $\{(O;-1);(D;1);(B;1)\}$. بين أن لاحقته $z_G = 4\sqrt{3} + 6i$

-5 علم النقط D ، C ، B ، A و G و بين أن النقط D ، C و G على استقامية.

-6 برهن أن الرباعي $OBGD$ متوازي أضلاع. ما هي طبيعة المثلث AGC ؟

التمرين46: Baccalauréat S Asie, juin 2005

نعتبر المعادلة $(E): z^3 + (-8+i)z^2 + (17-8i)z + 17i = 0$ حيث z هو المجهول.

-1 بين أن العدد i - هو حل لهذه المعادلة ثم احل في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة (E)

-2 C ، B ، A و Ω نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب: $z_C = -i$ ، $z_B = 4-i$ ، $z_A = 4+i$ و $z_\Omega = 2$

(1 علم النقط B ، A و C في شكل نُتممه في سياق التمرين

(2 نسمي S صورة A بالدوران الذي مركزه Ω و زاوية له $\frac{\pi}{2}$. عين لاحقة S

(3 برهن أن النقط S، A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة Γ التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها. أنشئ Γ

-3 T تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M لاحقتها $z \neq 2$ ، النقطة M' ذات اللاحقة $z' = \frac{iz+10-2i}{z-2}$

(1 عين لاحقات النقط B ، A' و C' صور النقط B ، A و C بالتحويل T على التوالي

(2 تحقق أن النقط B ، A' و C' تنتمي إلى نفس الدائرة Γ' مركزها P لاحقتها i . عين نصف قطرها.

-4 أ) z عدد مركب حيث $z \neq 2$ ، عبر عن $|z'-i|$ بدلالة z . ب) لتكن $M(z)$ نقطة من الدائرة Γ . برهن أن $|2\sqrt{5}z'-i| = |$

ج) استنتج صورة الدائرة Γ بالتحويل T.

التمرين47: Baccalauréat S Polynésie, septembre 2006

-1 المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

A، B و C نقط لاحقاتها على الترتيب $z_A = 3$، $z_B = 5-2i$ و $z_C = 5+2i$ و $M(z)$ نقطة من المستوي متمايزة مع A، B .

(1 بين أن ABC مثلث قائم و متساوي الساقين. ب) أعط تفسيراً بيانيا لعمدة للعدد المركب $\frac{z-3}{z-5+2i}$

ج) عين إذن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $\frac{z-3}{z-5+2i}$ عدد حقيقي سالب تماماً.

-2 لتكن Γ الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و Ω النقطة ذات اللاحقة $i-2$

(1 عين الكتابة المركبة للدوران r ذو المركز Ω و الزاوية $-\frac{\pi}{2}$ ب) عين Γ' صورة الدائرة Γ بالدوران r . عين معادلة للدائرة Γ' .

التمرين48: Baccalauréat S Amérique du Nord, juin 2007

A و B نقطتان من المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقتاهما $z_A = i$ و $z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$ على الترتيب (الوحدة $4\ cm$)

-1 ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ و C صورة B بالدوران r .

(1 عين الكتابة المركبة للدوران r . ب) بين أن لاحقة C هي $z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$. ج) أكتب z_B و z_C على الشكل الجبري. علم B ، A و C .

-2 ليكن D مرجح النقط B ، A و C مرفوقة على الترتيب بالمعاملات 2 ، -1 و 2

(1 بين أن لاحقة D هي $z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$. علم D . ب) بين أن C ، B ، A و D تنتمي إلى نفس الدائرة.

-3 ليكن h التحاكي الذي مركزه A و نسبته 2 و E صورة D بالتحاكي h .

(1 عين الكتابة المركبة للتحاكي h . ب) بين أن لاحقة E هي $z_E = \sqrt{3}$. علم E .

-4 أكتب العدد $\frac{z_D - z_C}{z_E - z_C}$ على الشكل الأسي. استنتج طبيعة المثلث CDE

التمرين49: Baccalauréat S France, juin 2007

-1 نعتبر المعادلة $(E): z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0$ حيث z هو المجهول.

بين أن العدد i هو حل لهذه المعادلة ثم احل في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة (E)

-2 B ، A و C نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب: $z_C = 2-3i$ ، $z_B = 2+3i$ ، $z_A = i$

-3 ليكن r الدوران الذي مركزه B و زاوية له $\frac{\pi}{4}$. عين لاحقة A' صورة A بالدوران r

-4 بين أن النقط B ، A' و C على استقامة واحدة و عين الكتابة المركبة للتحاكي الذي مركزه B و يحول C إلى A'

التمرين50: Baccalauréat S La Réunion, juin 2007

C ، B ، A نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب: $z_A = -2\sqrt{3}$ ، $z_B = \sqrt{3} - 3i$ و $z_C = 2i$

-1 أ) أكتب z_B على الشكل الأسي.

ب) علم النقط B ، A و C .

-2 ليكن E مرجح الجملة $\{(A;1);(C;3)\}$ و F مرجح الجملة $\{(A;2);(B;1)\}$. عين z_E و z_F لاحقتي E و F .

-3 أ) أكتب العدد $\frac{z_E-z_C}{z_E-z_B}$ على الشكل الجبري و الأسي. استنتج أنه في المثلث (BE) ، (ABC) هو ارتفاع مرسوم من B

ب) علم E ثم بين أن النقطة F لها نفس الخاصية . علم F .

-4 ليكن H مرجح الجملة $\{(A;2);(B;1);(C;6)\}$. بين أن H هي نقطة تقاطع المستقيمين (BE) و (CF). ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطة H ؟

التمرين51: Baccalauréat S La Réunion, juin 2008

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، (γ) دائرة مركزها O ونصف قطرها 1 و A نقطة من (γ) لاحقتها $z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}$

-1 أ) عين اللاحقة z_B للنقطة B صورة A بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$. ب) عين z_C لاحقة C صورة B بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$

-2 أ) تحقق أن (γ) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . علم النقط C ، B ، A . ب) ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

-3 ليكن h التحاكي الذي مركزه O و نسبته -2 . أتمم الشكل بتعليم النقط R ، Q ، P صور C ، B ، A على الترتيب بالتحاكي h . ما هي طبيعة المثلث PQR ؟

-4 أ) عين الكتابة المركبة للتحاكي h . ب) أحسب $z_A + z_B + z_C$. استنتج أن A هي منتصف القطعة $[QR]$

ج) ما يمكن قوله بالنسبة للمستقيم (QR) بالنسبة للدائرة (γ) ؟

التمرين52: Baccalauréat S Polynésie, juin 2008

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 6z+13=0$.

-2 المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: $1\ cm$)

A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب: $z_A = 3-2i$ ؛ $z_B = 3+2i$ و $z_C = 4i$. علم النقط B ، A و C .

-3 بين أن $OABC$ متوازي أضلاع. عين لاحقة Ω مركز $OABC$.

-4 عين و أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MO} + \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 12$.

-5 لتكن M نقطة من المستقيم (AB). نرمز بـ β للجزء التخيلي للاحقة M و لتكن N صورة M بالدوران الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1) بين أن لاحقة N هي: $z_N = \frac{5}{2} - \beta + \frac{5}{2}i$ ب) كيف نختار β حتى تنتمي N إلى المستقيم (BC) ؟

التمرين53: Baccalauréat S Centre Etranger, juin 2008

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: $1\ cm$)

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 +4z+8=0$. تعطى الحلول على الشكل الجبري و الأسي.

-2 A و B نقطتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A=2-2i$ و $z_B= -z_A$. علم النقطتين A و B في شكل يُتمم فيما بعد.

أ) عين اللاحقة z_C للنقطة C صورة B بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$. ب) لتكن D صورة C بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

ج) برهن أن لاحقة D هي $z_D = 2 - 6i$ د) علم النقطتين C و D . ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

-3 α عدد حقيقي غير معدوم. G_α مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;\alpha)\}$.

1) عبر عن الشعاع $\vec{CG_\alpha}$ بدلالة $\vec{BA}$. استنتج مجموعة النقط G_α لما α يمسح $\mathbb{R}^*$. أنشئ هذه المجموعة.

2) ما هي قيمة α التي يكون من أجلها $G_\alpha = D$ ؟

-4 نفرض في هذا السؤال $\alpha = 2$. عين و أنشئ مجموعة النقط M حيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 4\sqrt{2}$

التمرين54: Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie, Mars 2009

A، B، C و D نقط من المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها:

$z_A = 1$ ، $z_B = 3+4i$ ، $z_C = 2\sqrt{3} + i(-2 - \sqrt{3})$ و $z_D = -2\sqrt{3} + i(-2 + \sqrt{3})$

-1 أ) بين أن صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ هي النقطة D .

ب) استنتج أن النقطتين B و D تنتميان إلى دائرة (γ) مركزها A ، يطلب تعيين نصف قطرها.

-2 لتكن F صورة A بالتحاكي الذي مركزه B و نسبته $\frac{3}{2}$.

أ) بين أن لاحقة F هي $2i-$ ثم بين أن F هي منتصف $[CD]$. ب) بين أن $\frac{z_C-z_F}{z_A-z_F} = -i\sqrt{3}$. استنتج الشكل الأسي للعدد $\frac{z_C-z_F}{z_A-z_F}$.

ج) استنتج من الأسئلة السابقة أن المستقيم (AF) هو محور القطعة $[CD]$.

-3 اقترح كيفية لانشاء النقطتين C و D انطلاقا من النقط B ، A و F و ارسم الشكل.

التمرين55: Baccalauréat S Pondichéry, Avril 2009

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

نعتبر النقط B ، A و C ذات اللاحقات على الترتيب: $z_A = 3 - i$ ؛ $z_B = 1 - 3i$ و $z_C = -1 - i$.

-1 أ) علم هذه النقط في شكل يُتمم في سياق التمرين. ب) ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

ج) برهن أن A و B تنتميان إلى نفس الدائرة Γ التي مركزها O ، يطلب تعيين نصف قطرها.

-2 M نقطة كيفية من المستوي لاحقتها z_M و N نقطة لاحقتها z_N ، صورة A بالدوران r الذي مركزه M و زاويته $\frac{\pi}{2}$

عين الكتابة المركبة للدوران r و استنتج عبارة z_N بدلالة z_M

-3 ليكن Q منتصف القطعة $[AN]$ لاحقته z_Q. بين أن: $z_Q = \frac{(1-i)}{2} z_M + 2 + i$

-4 في هذا السؤال ، M نقطة من الدائرة Γ .

1) بين أنه يوجد عدد حقيقي θ حيث: $z_M = \sqrt{10}\, e^{i\theta}$. ب) أحسب $|z_Q - 2 - i|$. ما هي مجموعة النقط Q لما M يمسح الدائرة Γ ؟

التمرين56: *Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie, Novembre 2009*

A و B نقطتان من المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لاحقاتهما على الترتيب: $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_B = 2i$

-1 أ) أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي. ب) علم النقطتين A و B على شكل نتممه خلال التمرين. عين طبيعة المثلث OAB

-2 ليكن r الدوران الذي مركزه O و يحول A إلى B . من أجل كل نقطة $M(z)$ ، نرمز بـ $M'(z')$ صورتها بـ r .

1) أحسب عمدة للعدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$. فسر النتيجة هندسيا. ب) استنتج الكتابة المركبة للدوران r

-3 لتكن Γ الدائرة التي مركزها A و التي تشمل O و Γ' الدائرة التي مركزها B و التي تشمل O و لتكن C نقطة التقاطع الثانية للدائرتين Γ و Γ' (النقطة الأخرى هي O) و z_C لاحقتها.

1) بين أن Γ' هي صورة Γ بالدوران r . ب) أحسب z_I لاحقة I منتصف القطعة $[AB]$. ج) عين طبيعة الرباعي $OACB$

د) استنتج أن I منتصف القطعة $[OC]$ ثم بين أن لاحقة C هي $z_C = 1 + 2i$ ($\sqrt{3} z_C = 1 + 2i$) .

-4 لتكن D النقطة التي لاحقتها $\sqrt{3} z_D = 2i$

1) تحقق أن D تنتمي إلى الدائرة Γ . علم D على الشكل. ب) علم D' صورة D بالدوران r . بين أن لاحقة D' هي $z_{D'} = -3i + \sqrt{3}$

-5 بين أن الشعاعين $\vec{DC}$ و $\vec{DD'}$ مرتبطين خطيا. ماذا تستنتج ؟

التمرين57: *Baccalauréat S Antilles-Guyane, Septembre 2009*

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$. الوحدة البيانية $1\ cm$. ضع شكلا يتمم في سياق التمرين.

-1 علم النقط A ، B و C ذات اللاحقات $z_B = -3 - 4i$ ، $z_A = -11 + 4i$ و $z_C = 5 + 4i$ على الترتيب.

-2 أكتب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الأسي و استنتج طبيعة المثلث ABC

-3 لتكن E صورة C بالدوران R الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{4}$. بين أن $z_E = -3 + 8(4 - i\sqrt{2})$. علم E

-4 لتكن D صورة E بالتحاكي h الذي مركزه B و نسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$. بين أن D هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . علم D .

-5 ليكن Δ المستقيم الموازي للمستقيم (EC) و الذي يشمل D و لتكن F نقطة تقاطع المستقيمين Δ و (BC) .

I منتصف القطعة $[EC]$ و J منتصف $[DF]$. بين أن النقط I ، B و J على استقامة واحدة.

التمرين58: *Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, juin 2009*

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$، نعتبر النقطتين B ، A التين لاحقتهما $\sqrt{3} - i$ و $\sqrt{3} + 3i$

-1 أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه O و يحول A إلى B ثم عين زاويته و نسبته.

-2 نعرف متتالية النقط من المستوي المركب كما يلي: $A_0 = A$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $A_{n+1} = S(A_n)$. نرمز بـ z_n للاحقة A_n

1) أنشئ في المستوي المركب النقط A_0 و A_1 و A_2 . ب) برهن أن: $z_n = 2\left(\sqrt{3}\right)^n e^{i\left(\frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)}$

ج) عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تنتمي من أجلها النقطة A_n إلى المستقيم $(0A_1)$

-3 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = A_n A_{n+1}$

1) بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تحديد حدها الأول u_0 و أساسها q . ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n

ج) احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$ ، ثم احسب S_n $n \to +\infty$

التمرين59: *Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, juin 2009*

نرفق بكل عدد مركب $z \neq 1$ ، العدد المركب $f(z)$ المعرف كما يلي : $f(z) = \frac{z-i}{z-1}$

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $f(z) = 23 + 45i - 2z + 45i$

-2 لتكن $M(z)$ نقطة من المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$،

1) عين مجموعة النقط M بحيث يكون $f(z)$ عددا حقيقيا سالبا. ب) أحسب العدد المركب z_0 بحيث يكون $|f(z_0)| = 1$ و $arg(f(z_0)) = \frac{3\pi}{2}$

-3 في المستوي المركب نعتبر النقط A ، B و C صور الأعداد المركبة 1 ، i و z_0 على الترتيب. ما نوع المثلث ABC ؟

-4 عين النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى المستقيم (AB) و استنتج طبيعة الرباعي $ACBD$

التمرين60: *Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, juin 2009*

-1 أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 2z + 2 = 0$ حيث z هو المجهول. ب) استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z: $(\bar{z} + 3)^2 - 2(\bar{z} + 3) + 2 = 0$

-2 A ، B ، M نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لواحقها z ، $1+i$ ، i على الترتيب

1) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $z = 1 - i + ke^{i\frac{5\pi}{4}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}_+^*$

2) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|z-1-i| = |z-1+i|$

التمرين61: *Baccalauréat TM Algérie, 2eme sujet, juin 2009*

-1 حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 6z + 18 = 0$

-2 ليكن العدد المركب z_1 حيث $z_1 = 3-3i$

1) أكتب z_1 على الشكل الأسي. ب) أحسب طويلة العدد z_3 و عمدة له حيث $z_1 \times z_3 = 6\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ ج) استنتج قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

-3 A ، B ، C نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها $3+3i$ ، $3-3i$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2}$

1) عين قيم العدد الحقيقي α حتى يكون للجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;\alpha)\}$ مرجح. نرمز له بالرمز G_α . ب) عين مجموعة النقط G_α لما يتغير α في $\mathbb{R}$ *

التمرين62: *Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, juin 2009*

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-1-i)(z^2-2z+4)=0$

-2 نضع: $z_1 = 1+i$ ؛ $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$

1) أكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي. ب) أكتب $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي.

2) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{1}\right)$ و أحسب قيمة العدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{456}$

التمرين63: *Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, juin 2009*

-1 حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+4=0$. نسمي z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة.

-2 أكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

-3 A ، B، C نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها $z_A = 1 - i\sqrt{3}$ ؛ $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ؛ $z_C = \frac{1}{2}(5 + i\sqrt{3})$

أحسب الأطوال AB ؛ AC ؛ BC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

-4 جد الطويلة و عمدة للعدد المركب Z حيث: $Z = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$

-5 أحسب Z^3 و Z^6 ثم استنتج أن Z^{3k} عدد حقيقي من أجل كل عدد طبيعي k

التمرين64: *Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, juin 2010*

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(E): z^3 - 3z^2+3z-9 = 0$

-1 أ) تحقق أن 3 حل للمعادلة (E) ثم عين الأعداد الحقيقية a و b و c حيث من أجل كل عدد مركب z : $z^3-3z^2+3z-9=(z-3)(az^2+bz+c)$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

-2 المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B و C صور الأعداد المركبة $z_A = 3$ ، $z_B = i\sqrt{3}z_A$ و $z_C = -i\sqrt{3}$. بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

-3 D النقطة التي لاحقتها $z_D = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ و E صورتها بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$. عين z_E لاحقة E

-4 F النقطة التي لاحقتها $z_F = 1 - i\sqrt{3}$

1) أحسب $\frac{z_F}{z_E}$ و استنتج أن المستقيمين (OE) و (OF) متعامدان.

2) عين z_G لاحقة النقطة G بحيث $OEGF$ مربعا.

التمرين65: *Baccalauréat M Algérie, 2eme sujet, juin 2010*

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

-1 نسمي A ، B و I النقط التي لواحقها على الترتيب: $z_B = -1-2i$ ، $z_A = 1-4i$ و $z_I = 1-2i$

1) علم النقط A ، B و I

2) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $Z = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$. ما هو نوع المثلث IAB ؟

3) C صورة I بالتحاكي الذي مركزه A و نسبته 2 . أحسب z_C لاحقة C

4) D مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;1)\}$. أحسب z_D لاحقة D ثم بين أن $ABCD$ مربع.

-2 عين و أنشئ (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \frac{1}{2}\|\vec{MA} + \vec{MC}\|$

-3 عين و أنشئ (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 1$

التمرين66: *Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, juin 2010*

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-3+2i)(z^2+6z+10) = 0$

-2 علم في المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط D ، C ، A و I ذات اللاحقات:

$z_I = -3-i$ ، $z_D = -3+i$ ، $z_C = -3$ ، $z_A = -3-2i$ على الترتيب.

-3 عدد مركب z يحقق الجملة: $\{\arg arg\,(z-3+2i) = \arg arg\,(z-1) + \frac{\pi}{2}$ $|z-3+2i| = |z-1|$

1) بين أن الجملة تكافئ: $\frac{z-3+2i}{z-1} = i$ ثم عين قيمة z

2) B النقطة التي لاحقتها $z_B = 3$ ، تحقق أن: $\vec{AB} = \vec{DC}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

الأستاذ بن علو

3) لتكن J النقطة التي لاحقتها $z_J = 1-2i$. أكتب على الشكل الأسي العدد المركب Z حيث: $Z = \frac{z_A - z_I}{z_B - z_J}$

4) تحقق أن: $\vec{AB} = \vec{JI}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABIJ$ ؟

التمرين67: Baccalauréat TM Algérie, 2eme sujet, juin 2010

1- أ) أكتب على الشكل الأسي العدد المركب a حيث $a = -2 + 2i\sqrt{3}$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 = -2 + 2i\sqrt{3}$

2- ينسب المستوي إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$

A ، B و C النقط التي لاحقاتها: $z_A = -2$ ، $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ ، $z_C = 1 + i\sqrt{3}$ على الترتيب.

1) أحسب طويلة العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ و عمدة له.

2) استنتج طبيعة المثلث ABC

3- لتكن (E) مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $arg(\overline{z} + 2) = \frac{\pi}{3}$. تحقق أن B تنتمي إلى (E) ثم عين المجموعة (E)

التمرين68: Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, juin 2010

A و B نقطتان من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لاحقتاهما $z_A = 1+i$ و $z_B = 3i$

1- أكتب على الشكل الأسي z_A و z_B

2- ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' = 2iz + 6 + 3i$

1) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S

2) عين z_C لاحقة C صورة A بالتشابه S . استنتج طبيعة المثلث ABC

3- عين z_D لاحقة D مرجح الجملة $\{(A; 2) ; (B ; -2) ; (C ;2)\}$

4- عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$

5- $M(z)$ نقطة من المستوي تختلف عن B و D و (Δ) مجموعة النقط M التي من أجلها $\frac{z_B - z}{z_D - z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

1) تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 6+3i$ تنتمي إلى (Δ)

2) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\frac{z_B - z}{z_D - z}$. عين حينئذ المجموعة (Δ)

التمرين69: Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie, Novembre 2010

A ، B و C نقط من المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لواحقها: $z_B = -2i$ ، $z_A = -\sqrt{3} + i$ ، $z_C = +\sqrt{3} + i$

1- أ) أكتب z_B ، z_A و z_C على الشكل الأسي. ب) استنتج المركز و نصف القطر للدائرة Γ المحيطة بالمثلث ABC

ج) علم النقطة A و أرسم الدائرة Γ ثم علم النقطتين B و C (الوحدة البيانية $2\ cm$)

2- أكتب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم الأسي. استنتج طبيعة المثلث ABC

3- ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

1) بين أن لاحقة O' ، صورة O بالدوران r هي $z_{O'} = -i - \sqrt{3}$. ب) بين أن النقطتين O' و C متناظرتين قطريا على الدائرة Γ

ج) أرسم Γ' صورة Γ بالدوران r . ب) بين أن الدائرتين Γ و Γ' يتقاطعان في A و B .

4- أ) عين المجموعة (E) للنقط $M(z)$ حيث $|z| = |z + \sqrt{3} + i|$. ب) تحقق أن A و B تنتميان إلى (E) .

التمرين70: Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, Juin 2011

A ، B و C نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لواحقها على الترتيب: $z_C = -4+i$ ، $z_B = 2+3i$ ، $z_A = -i$.

1- أ) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. ب) عين الطويلة وعمدة للعدد $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC

2- نعتبر التحويل النقطي T في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = iz - 1 - i$

1) عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة. ب) ما هي صورة النقطة B بالتحويل T

3- لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D = -6 + 2i$

1) بين أن النقط C ، A و D في استقامية. ب) عين نسبة التحاكي h الذي مركزه A و يحول النقطة C إلى النقطة D

ج) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S الذي مركزه A و يحول النقطة B إلى النقطة D

التمرين71: Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, Juin 2011

A ، B و C نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لواحقها: $z_B = -1+i$ ، $z_A = 1-i$ و $z_C = \sqrt{3}(1 + i)$

1- أكتب على الشكل الأسي الأعداد المركبة z_B ، z_A و z_C

2- أ- أحسب الطويلة و عمدة للعدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم فسر هندسيا النتائج المحصل عليها. ب- حدد طبيعة المثلث ABC

3- عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ACBD$ معينا

-4 T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ ، النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = (-1+i)z + 1 - 3i$

1) عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة. ب) استنتج طبيعة الحويل ToT و عناصره المميزة

التمرين72: Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, Juin 2011

-1 حل في C المعادلة $(E)\ldots z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$ ثم أكتب حلولها على الشكل المثلثي

-2 A ، B و C نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها: $z_A = 2i$ ، $z_B = \sqrt{3} + i$ ، $z_C = \sqrt{3} - i$.

$L = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1) أكتب L على الشكل الأسي. .

ب) أثبت أن $z_C - z_B = L(z_A - z_B)$ ثم استنتج أن A صورة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه و تحديد عناصره المميزة.

ج) استنتج نوع المثلث ABC ثم احسب مساحته S

التمرين73: Baccalauréat TM Algérie, 2eme sujet, Juin 2011

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. L عدد مركب معرف كما يلي : $L = \frac{-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{5+3i}$

-1 أ) أكتب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي. ب) بين أن : $L^{12} + 1 = 0$ ثم أحسب $(-4\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{12} + (5 + 3i)^{12}$

ج) n عدد طبيعي فردي و p عدد طبيعي زوجي أثبت أن $L^{4n} + L^{4p} = 0$

-2 أ) النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب : $z_A = 5 + 3i$ و $z_B = 5 - 3i$. عين اللاحقة $z_{A'}$ للنقطة A' صورة النقطة A بالتشابه المباشر الذي مركزه B و نسبته $\sqrt{2}$ و زاويته $\frac{3\pi}{4}$. ب) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABA'

التمرين74: Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, Juin 2012

-1 نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية: $z = \frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$ مع $z \neq 2 - 3i$. حل في $\mathbb{C}$ هذه المعادلة.

-2 A ، B نقطتان من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقتاهما: $z_A = 1 + i\sqrt{5}$ و $z_B = 1 - i\sqrt{5}$

تحقق أن A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O ، يطلب تعيين نصف قطرها.

-3 نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z ($z \neq 2 - 3i$) ، النقطة M' لاحقتها z' حيث $z' = \frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$

النقط D ، C و E لواحقها على الترتيب $z_D = 2 - 3i$ ، $z_C = -2i$ و $z_E = 3i$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$

1) عبر عن المسافة OM' بدلالة المسافتين CM و DM

2) استنتج أنه من أجل كل نقطة M من (Δ) فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها . تحقق أن E تنتمي إلى (γ)

التمرين75: Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, Juin 2012

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$

-2 A، B و C نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها: $z_A = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = z_A + z_B$

1) أكتب على الشكل الأسي الأعداد z_B ، z_A و $\frac{z_A}{z_B}$.

2) عين لاحقة كل من B' ، A' و C' صور النقط B ، A و C على الترتيب بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{4}$. ج)بين أن الرباعي $OA'C'B'$ مربع.

-3 نسمى (Δ) مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث: $|z - z_B| = |z - z_A|$.

1) بين أن (Δ) محور الفواصل. ب) بين أن حلي المعادلة : $\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)^2 = i$ عددان حقيقيان. (لا يطلب حساب الحلين)

التمرين76: Baccalauréat M Algérie, 2eme sujet, Juin 2012

-1 حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(z^2 + 4)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$

-2 A ، B ، C و D نقط من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها: $z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -2i$ و $z_D = \overline{z_C}$. بين أن النقط A، B، C و D تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها، ثم أنشئ النقط A، B، C و D

-3 نرمز بـ: z_E إلى لاحقة النقطة E نظيرة النقطة B بالنسبة إلى المبدأ O

1) بين أن: $\frac{z_A - z_C}{z_E - z_C} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$. ب) بين أن النقطة A هي صورة النقطة E بدوران R مركزه C يطلب تعيين زاويته. ج)استنتج طبيعة المثلث AEC

-4 H هو التحاكي الذي مركزه O و نسبته 2 . عين طبيعة التحويل $R \circ H$ و عناصره المميزة، ثم استنتج صورة الدائرة (γ) بالتحويل $R \circ H$

التمرين77: Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, Juin 2012

-1 عين العددين المركبين z_1 و z_2 بحيث: $\{2z_1 + 3z_2 = 9 - 2i \; 3z_1 - z_2 = 8 + 8i$

-2 A، B و Ω نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها : $z_B = -3$ ، $z_A = 3+2i$ و $z_\Omega = 1-2i$

1) أثبت أن : $z_A - z_\Omega = i(z_B - z_\Omega)$. ب) عين طبيعة المثلث ΩAB

-3 h هو التحاكي الذي مركزه A و نسبته 2

1) عين الكتابة المركبة للتحاكي h . ب) عين z_C لاحقة C صورة Ω بالتحاكي h

ج) عين z_D لاحقة D مرجح الجملة $\{(C;1);(B;-1);(A;1)\}$. بين أن $ABCD$ مربع.

4- (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}\|=4\sqrt{5}$

تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (E) ، ثم عين طبيعة (E) و عناصرها المميزة. أنشئ المجموعة (E)

التمرين78: Baccalauréat TM Algérie, 2eme sujet, Juin 2012

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(z^2+2z+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$

2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(0;\vec{u};\vec{v})$ ، النقط C ، B ، A و D التي لواحقها على الترتيب :

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ ، $z_C=-1-i\sqrt{3}$ و $z_D=-1+i\sqrt{3}$

1) أكتب كلا من z_C ، z_B ، z_A و z_D على الشكل الأسي. ب) تحقق أن: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_C}=i$ ثم استنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان.

3- z_n العدد المركب الذي طويلته $\frac{1}{2^n}$ و $\frac{2n\pi}{3}$ عمدة له حيث n عدد طبيعي. L_n العدد المركب المعرف بـ: $L_n=z_D\times z_n$

1) أكتب كلا L_0 و L_1 من على الشكل الجبري.

2) (u_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $u_n=|L_n|$. أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

3) - M_n ، .... ، M_1 ، M_0 صور L_n ، .... ، L_1 ، L_0 على الترتيب.

أحسب بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n=\|\vec{OM_0}\|+\|\vec{OM_1}\|+\ldots+\|\vec{OM_n}\|$. جد نهاية S_n عندما يؤول n إلى $+\infty$

التمرين79: Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, Juin 2012

P(z) كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$

1) تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$. ب) جد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=(z-6)(z^2+\alpha z+\beta)$

ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

1- A ، B و C نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها : $z_A=6$ ، $z_B=3+i\sqrt{3}$ ، $z_C=3-i\sqrt{3}$

1) أكتب كلا من z_C ، z_B ، z_A على الشكل الأسي. ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي. استنتج طبيعة المثلث ABC

2- ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C ، نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

جد الكتابة المركبة للتشابه S . عين $z_{A'}$ لاحقة A' صورة A بالتشابه S . بين أن النقط A ، B ، A' في استقامية.

التمرين80: Baccalauréat S Antilles, Juin 2012

C ، B ، A نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب : $z_C=-3+i$ ، $z_B=-2-i$ ، $z_A=-1+2i$

1- علم النقط C ، B ، A . أحسب $\frac{z_B}{z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث OAB

2- نعتبر التحويل النقطي f الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها $z_B\neq z$ ، النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=\frac{z+1-2i}{z+2+i}$

1) أحسب $z_{C'}$ ، لاحقة C' ، صورة C بالتحويل النقطي f ثم علم C' . ب) عين المجموعة E للنقط M حيث : $|z'|=1$

ج) أثبت أن E تشمل النقطتين O و C . أرسم E

3- نسمي J صورة A بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و K صورة C بالدوران r' الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ و L منتصف [JK] . برهن أن المتوسط المرسوم من O في المثلث OJK هو الارتفاع المرسوم من O في المثلث OAC

التمرين81: Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, Juin 2013

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) ذات المجهول المركب z التالية: $z^2-(4\cos\alpha)z+4=0$ حيث α وسيط حقيقي .

2- من أجل $\alpha=\frac{\pi}{3}$ ، نرمز لحلي المعادلة (1) بـ z_1 و z_2 . بين أن: $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013}=1$

3- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. B ، A و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب :

$z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ و $z_C=4+i\sqrt{3}$

1) أنشئ النقط B ، A و C

2) أكتب على الشكل الجبري و الأسي العدد $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ، ثم استنتج أن C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A و يطلب تعيين نسبته و زاويته.

3) عين النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;2)\}$ ، ثم أنشئ G .

4) أحسب z_D لاحقة النقطة D ، بحيث يكون الرباعي $ABDG$ متوازي أضلاع

التمرين82: Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, Juin 2013

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المتغير المركب z حيث : $z^2+4z+13=0$

1- تحقق أن $2-3i$ حل للمعادلة (E) ، ثم جد الحل الآخر

-2 A و B نقطتان من المستوي المركب لاحقتاهما على الترتيب : $z_B = i$ ، $z_A = -2 - 3i$.
S التشابه المباشر الذي مركزه A ، نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و الذي يحول كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $M'(z')$

1) بين أن: $z' = \frac{1}{2}iz - \frac{7}{2} - 2i$ ب) احسب z_C لاحقة النقطة C صورة B بالتشابه S

-3 لتكن النقطة D حيث: $2\vec{AD} + \vec{AB} = \vec{0}$

1) بين أن النقطة D هي مرجح للنقطتين A و B المرفقين بمعاملين حقيقين يطلب تعيينهما

2) أحسب z_D لاحقة النقطة D . ج) بين أن : $i = \frac{z_D - z_A}{z_C - z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD

التمرين83: Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, Juin 2013

الجزء I: a و b عددان حقيقيان موجبان تماماً. نعتبر في المستوي المركب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، النقط C ، B ، A و E التي لاحقاتها : $z_A = ae^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z_B = -a\sqrt{2}$ ، $z_C = \overline{z_A}$ و $z_E = be^{i\frac{3\pi}{2}}$ على الترتيب.

-1 أ) أكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB . ب) حدد طبيعة الرباعي $OABC$ ، ثم استنتج مساحته.

-2 التشابه المباشر S ذو المركز O و النسبة $\frac{b}{a}$ و الزاوية $\frac{3\pi}{4}$ ، يحول كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $M'(z')$.

1) أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S ، ثم تحقق أن $S(A)=E$. ب) بين أن مساحة الرباعي $OEFG$ هي b^2، حيث $S(B)=F$ و $S(C)=G$.

-3 أ) أحسب بدلالة a و b العبارة $|z_C|^2 + |z_E|^2 - 2|z_C \times z_E|\cos\left[arg\left(\frac{z_E}{z_C}\right)\right]$. ب) استنتج قيمة CE^2 بدلالة a و b .

الجزء II: n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن O ، لاحقتها z_n .
نضع: $M_0 = A$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1} = S(M_n)$
نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = |z_n|$ و $v_n = arg(z_n)$.

-1 أكتب العدد المركب $\frac{z_{n+1}}{z_n}$ على الشكل الأسي بدلالة a و b .

-2 نفرض أن: $a < b$ و $arg\left(\frac{z_{n+1}}{z_n}\right) \in]-\pi; \pi]$. بين أن المتتالية (u_n) هندسية و المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساس و حساب الحد الأول لكل منهما

-3 أحسب بدلالة n ، b ، a المجموع T_n حيث: $T_n = a + b + \frac{b^2}{a} + \frac{b^3}{a^2} + \ldots + \frac{b^{n+1}}{a^n}$

-4 عين قيم الأعداد الطبيعية n التي تكون من أجلها النقط A ، O و M_n في استقامية.

التمرين84: Baccalauréat M Algérie, 2eme sujet, Juin 2013

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المتغير المركب z حيث : $z^2 + z + 1 = 0$

-2 A ، B و M نقط المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لاحقاتها $z_A = -\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و z على الترتيب

1) أكتب z_A على الشكل الأسي. ب) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث: $arg\left[(z - z_A)^2\right] = arg(z_A) - arg(z_B)$

-3 أ) التحويل النقطي r ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = z_A.z + z_B\sqrt{3}$
ما هي طبيعة التحويل r ؟ عين عناصره المميزة
ب) التحاكي h ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = -2z + 3i$. عين نسبته ومركزه
ج) نضع: $S = h \circ r$. عين طبيعة و عناصر التحويل S ، ثم تحقق أن عبارته المركبة هي: $z' = 2e^{i\frac{\pi}{3}}(z - i) + i$

-4 نعتبر النقطة Ω ذات اللاحقة i و النقط D ، C و E حيث: $S(C)=D$ ، $S(O)=C$ و $S(D)=E$. بين أن النقط Ω ، O و E في استقامية

-5 أ) عين (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $z = 2e^{i\theta} + e^{i\frac{\pi}{2}}$ مع $\theta \in \mathbb{R}$. ب) عين (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S

التمرين85: Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, Juin 2013

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2z^2 + 6z + 17 = 0$

-2 A ، B و C نقط من المستوي المركب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، لاحقاتها: $z_A = -4$ ، $z_B = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$ و $z_C = -\frac{3}{2} - \frac{5}{2}i$

أحسب الطويلة و عمدة للعدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

-3 أ) عين z_D و z_E لاحقتي النقطتين D و E على الترتيب حتى يكون الرباعي $BCDE$ مربعا مركزه A

ب) عين (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{ME}\| = 10\sqrt{2}$

-4 (Γ_2) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $arg(z + 4) = \frac{\pi}{4}$. تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (Γ_2)، ثم عين (Γ_2)

التمرين86: Baccalauréat TM Algérie, 2eme sujet, Juin 2013

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المتغير المركب z حيث : $z^2 + 2(\sqrt{3} - i)z + 5 - 4i = 0$

-2 A ، B و C نقط من المستوي المركب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب :

$\sqrt{3}z_C = -5 + i$ ، $\sqrt{3}z_A = -1 - i$; $\sqrt{3}z_B = -1 + i$

S التشابه المباشر الذي يحول A إلى C و يحول O إلى B . جد الكتابة المركبة للتشابه المباشر S ، ثم عين العناصر المميزة له

-3 أ) عين z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A; 2) ; (B; -1) ; (C ; 1)\}$

ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج طبيعة المثلث ABD

التمرين87: Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, Juin 2014

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) ذات المجهول المركب z التالية: $(z - 1 - 2i)\left(z^2 - 2(1 + \sqrt{3})z + 5 + 2\sqrt{3}\right) = 0$

-2 A ، B ، C و D نقط من المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب :

$z_A = 1 + 2i$ ، $z_B = 1 + \sqrt{3} + i$ ، $z_C = 1 + \sqrt{3} - i$ و $z_D = 1 - 2i$

1) بين أن: $AB = CD$ و (AD) يوازي (BC) . ب) تحقق أن: $\frac{z_A + z_C}{2} \neq \frac{z_B + z_D}{2}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

-3 أ) بين أن: $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$. استنتج أن D صورة A بتشابه مباشر مركزه B يطلب تعيين نسبته و زاويته.

ب) بين أن المثلث ADB قائم و أن النقط C ، B ، A و D تنتمي إلى دائرة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها. ج) استنتج انشاء للرباعي $ABCD$

التمرين88: Baccalauréat M Algérie, 2eme sujet, Juin 2014

A و B نقطتان من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لاحقتاهما: $z_A = a = -2 + 6i$ و $z_B = b = -1 + 2i$

-1 أكتب العدد المركب $1+i$ على الشكل الأسي.

-2 S التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة $M(z)$ ، النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}z + 2$

1) D النقطة ذات اللاحقة $z_D = d = 2i$ ، جد لاحقة النقطة D' صورة D بالتحويل S . ماذا تستنتج ؟

2) بين أن: $z' - d = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}(z - d)$ و استنتج طبيعة و عناصر S

-3 (Δ) المستقيم ذو المعادلة : $3x + 5y = 113$

1) تحقق أن النقطة $M_0(-3 ; 4)$ تنتمي إلى (Δ) ثم عين نقط (Δ) التي احداثياتها أعداد صحيحة.

2) M'_0 صورة M_0 بالتحويل S . بين أن المستقيمين (BM'_0) و (BA) متعامدان.

-4 x و y عددان صحيحان من المجال $[-5; 5]$. عين مجموعة النقط $M(x ; y)$ من المستوي بحيث يكون المستقيمان (BM') و (BA) متعامدان ، حيث M' هي صورة M بالتحويل S

التمرين89: Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, Juin 2014

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) ذات المجهول المركب z التالية: $(z - i)\left(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4\right) = 0$

-2 A ، B ، C النقط من المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب :

$z_A = z_1 = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = z_2 = \sqrt{3} - i$ ، $z_C = z_3 = i$

1) أكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي. ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي n يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفاً ؟ برر إجابتك.

-3 أ- عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A و يحول B إلى C ، محدداً عناصره المميزة. ب- استنتج طبيعة المثلث ABC

-4 أ- عين العنصر المميز لـ (E) مجموعة النقط $M(z)$ و التي تحقق : $|z - z_1|^2 + |z - z_3|^2 = 5$

ب- عين (E') مجموعة النقط $M(z)$ حيث : $|z - z_1| = |z - z_3|$

التمرين90: Baccalauréat TM Algérie, 2eme sujet, Juin 2014

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقطة A ذات اللاحقة $z_0 = 1+i$

-1 أ- عين ثم أنشئ (γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث $z = z_0 + 2e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$

ب- عين ثم أنشئ (γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث $z = z_0 + ke^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$ و k يمسح $\mathbb{R}^+$. ج- عين احداثيات نقطة تقاطع (γ) و (γ')

-2 نسمي B النقطة التي لاحقتها z_1 حيث : $z_1 = z_0 + 2e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$

1) عين الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{z_1 - z_0}{z_0}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

2) عين z_2 لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$

3) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث تكون النقطة O مرجحا للجملة $\{(A; \alpha); (C; \beta)\}$ مع $\alpha + \beta = \sqrt{2}$

4) عين و أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left((1 + \sqrt{2})\vec{MA} - \vec{MC}\right)\left(\vec{MA} - \vec{MC}\right) = 0$

التمرين91: Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, Juin 2014

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول : $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0z$

-2 A ، B ، C و D نقط من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لاحقاتها :

$z_A = 3\sqrt{2}(1 + i)$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 6\sqrt{2}$ و $z_D = \frac{z_c}{2}$

1) أكتب z_B ، z_A و $i)z_A+1)$ على الشكل الأسي . ب) أحسب $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$

2) بين أن النقط B ، A ، O و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D ، يطلب تعيين نصف قطرها.

3) أحسب $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ ثم جد قيسا للزاوية $\left(\vec{CA};\vec{CB}\right)$. ما هي طبيعة الرباعي $OACB$ ؟

-3 ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1) أكتب العبارة المركبة للدوران R . ب) عين لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثم تحقق أن النقط A ، C و C' في استقامية.

2) عين لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران R ثم حدد صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R

التمرين92: *Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, Juin 2014*

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المتغير المركب z حيث : $(z-i)(z^2-2z+5)=0$

-2 A ، B و C نقط من المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=i$ ، $z_C=1-2i$; $z_B=1+2i$ (الوحدة 1 cm)

1) أنشئ النقط A ، B و C . ب) جد z_H لاحقة النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) . ج) أحسب مساحة المثلث ABC

-3 ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1) عين الكتابة المركبة للتشابه S . ب) بين أن مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه S تساوي $\frac{1}{2}\ cm^2$

ج) عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $|z|=|iz+1+2i|$

التمرين93:

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-10z+29=0$

-2 المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

B ، A و C نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=5+2i$ ، $z_B=\overline{z_A}=5-2i$ و $z_C=3$

1) علم النقط A ، B و C في شكل نتممه في سياق التمرين . ب) أكتب على الشكل الجبري ثم الأسي العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$

ج) عين زاوية الدوران R الذي مركزه C و يحول B إلى A ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

-3 عين z_D لاحقة D مرجح الجملة المرجحة $\{(A;1);(B;1);(C;-1)\}$. ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ADBC$

-4 ليكن h التحاكي الذي مركزه A و نسبته 2- . نضع : $S=hoR$

1) تحقق أن $S(B)=A$. ب) استنتج طبيعة و عناصر التحويل النقطي S

-5 n عدد طبيعي غير معدوم. بين أن المعادلة: $\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)^n=e^{i\frac{\pi}{5}}$ تقبل n حل حقيقي (لا يطلب حساب الحلول)

-6 M نقطة من المستوي لاحقتها z حل للمعادلة $\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)^n=e^{i\frac{\pi}{5}}$. بين أن A هي صورة B بدوران مركزه M

التمرين94: *Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, Juin 2015*

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقط H ، C ، B ، A و I التي لاحقاتها على الترتيب :

$z_A=i$ ، $z_B=-2+iz_A$ ، $z_C=-3$ ، $z_H=-3+4i$ و $z_I=-1-i$

-1 أ) علم النقط H ، C ، B ، A و I. ب) عين النسبة و زاوية للتشابه المباشر الذي مركزه B و يحول النقطة A إلى النقطة C

-2 عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

-3 أ) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_B-z_C}{z_H-z_A}$. ب) استنتج أن المستقيمين (AH) و (BC) متعامدان.

ج) بين أن H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC

-4 بين H ، G و I في استقامية

-5 (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z+1+i=\sqrt{5}e^{i\theta}$ مع $\theta\in R$

1) بين أن النقطة A تنتمي إلى (Γ). ب) عين طبيعة (Γ) مع تحديد عناصرها المميزة ج) أنشئ المجموعة (Γ). د) تحقق أن B و C تنتميان إلى (Γ)

التمرين95: *Baccalauréat M Algérie, 2eme sujet, Juin 2015*

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية: $z^2-2\left(1-\sqrt{3}\right)z+8=0$ (لاحظ أن : $\left(1+\sqrt{3}\right)^2=4+2\sqrt{3}$)

-2 A و B نقطتان من المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ لاحقتاهما على الترتيب :

$z_A=\left(1-\sqrt{3}\right)+i\left(1+\sqrt{3}\right)$ و $z_B=\overline{z_A}$

1) بين أن: $\frac{z_B}{z_A}=e^{-\frac{7\pi}{6}i}$. ب) استنتج عمدة للعدد المركب z_A . ج) استنتج القيمة المضبوطة لكل من العددين $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$

-3 أ) حل في مجموعة الأعداد الصحيحة، المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $7x-2y=1$

ب) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة، حلا للمعادلة $7x-24y=12$ فإن x يكون مضاعفا للعدد 12

ج) استنتج كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة، حلولا للمعادلة $7x-24y=12$

د) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا تماما.

التمرين96: Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, Juin 2015

-1 A و B نقطتان من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقتيهما: $z_A = 1 - i$ و $z_B = 3 + 3i$

1) أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي. ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقياً

ج) Z عدد مركب حيث : $\frac{z}{z_A} = 4e^{i\frac{\pi}{12}}$ ، أحسب الطويلة و عمدة للعدد z ثم أكتب $\frac{z}{z_A}$ على الشكل الجبري. د) استنتج $cos\frac{\pi}{12}$ و $sin\frac{\pi}{12}$

-2 أ- أحسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC

ب- أحسب z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A;-1);(B;1);(C;1)\}$ ثم بين أن $ABDC$ مربع

التمرين97: Baccalauréat TM Algérie, 2eme sujet, Juin 2015

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z (1)....: $z^2 - 4(sin\theta)z + 4 = 0$ حيث θ وسيط حقيقي

-2 من أجل $\theta = \frac{\pi}{3}$ نرمز إلى حلي المعادلة (1) بـ z_1 و z_2 ، أكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي

-3 نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب :

$z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \sqrt{3} - i$ و $z_C = 3\sqrt{3} + i$

1) أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي و استنتج طبيعة المثلث ABC

2) استنتج أن النقطة C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ، يطلب تعيين نسبته و زاوية له

3) عين لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالانسحاب t الذي شعاعه $\vec{AC}$ ثم حدد طبيعة الرباعي $ABDC$

-4 أ) عين (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\frac{z - z_C}{z - z_B}$ تخيلي صرف مع $z \neq z_B$

ب) عين (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\frac{z - z_C}{z - z_B}$ حقيقياً مع $z \neq z_B$

التمرين98: Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, Juin 2015

-I عين العددين المركبين α و β حيث : $2\bar{\alpha} + \bar{\beta} = -3 - 2i\sqrt{3}$ $\quad \{2\alpha - \beta = -3$

-II A ، B و C نقط من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب:

$z_A = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_A = z_C . e^{i\frac{\pi}{3}}$

-1 أ) أكتب z_A و z_C على الشكل الأسي ثم عين العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقياً سالباً

ب) تحقق أن العدد المركب $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015} + \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962} - \left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}$ حقيقي

-2 D النقطة ذات اللاحقة $z_D = 1 + i$

1) حدد النسبة و زاوية التشابه المباشر S الذي مركزه O و يحول D إلى A

2) أكتب $\frac{z_A}{z_D}$ على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من : $cos\frac{7\pi}{12}$ و $sin\frac{7\pi}{12}$

-3 عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $z = k(1+i)e^{i\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$ حيث k يمسح $\mathbb{R}^+$

التمرين99: Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, Juin 2015

A ، B و C نقط من المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب:

$z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B = -\overline{z_A}$ و $z_C = -(z_A + z_B)$ (الوحدة cm 1)

-1 أ) أكتب كلا من العددين المركبين z_B و z_C على الشكل الأسي

ب) استنتج ان النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها. ج) أنشئ الدائرة (γ) و النقط A ، B و C

-2 أ) تحقق أن: $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$. ب) استنتج أن المثلث ABC متقايس الأضلاع و أن النقطة O مركز ثقل هذا المثلث

ج) عين و أنشئ (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z| = |z - \sqrt{3} - i|$

-3 أ) عين زاوية للدوران r الذي مركزه O و يحول C إلى A .

ب) أثبت ان صورة (E) بالدوران r هي محور القطعة $[OB]$