

Перпендикулярність прямої і площини

Перпендикулярні прямі в просторі

Дві прямі називаються перпендикулярними, якщо кут між ними дорівнює 90° .

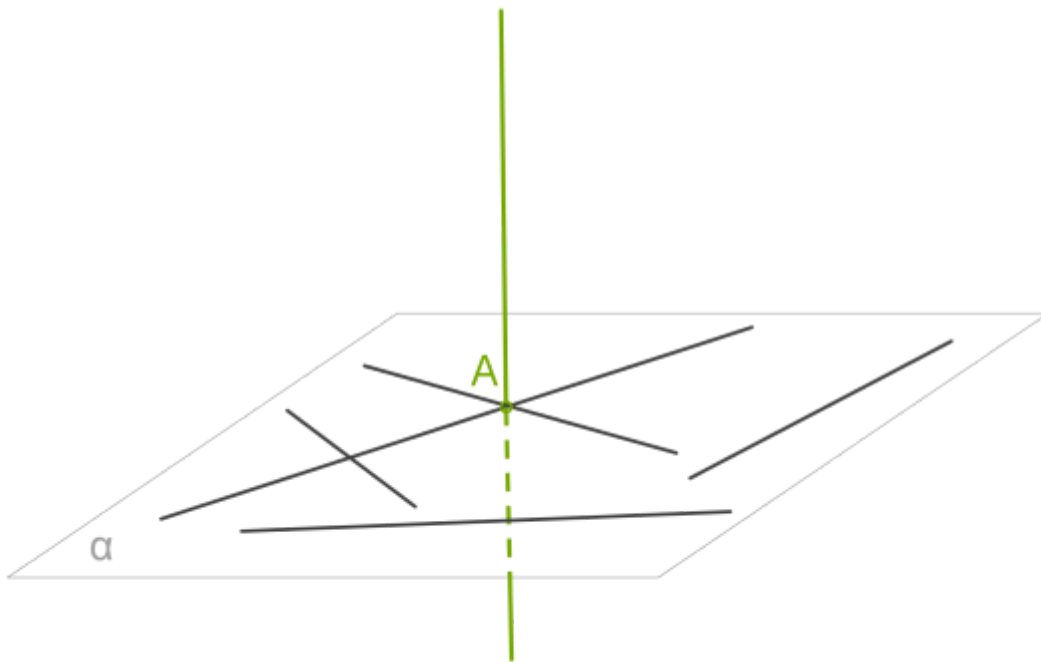
У просторі перпендикулярними називають не тільки прямі, що перетинаються, а й мимобіжні прямі, тому що ми кажемо про кут, який можуть утворити ці прямі, якщо їх розташувати в одній площині.

Так само як і в площині, в просторі перпендикулярні прямі **a** і **b** позначають $a \perp b$.

Якщо одна з двох паралельних прямих перпендикулярна до третьої прямої, то й інша перпендикулярна до цієї прямої.

Перпендикулярність прямої і площини

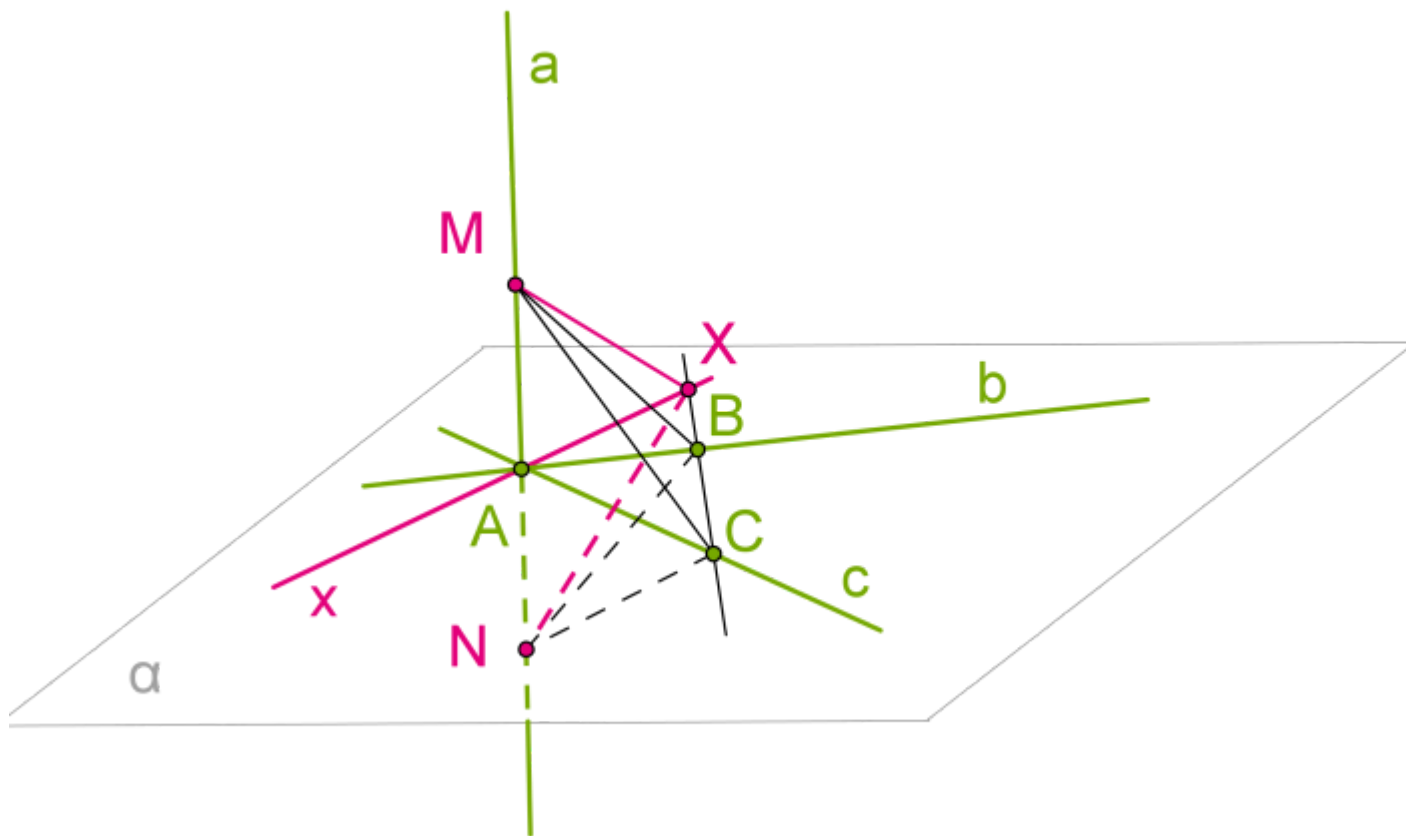
Пряма, що перетинає площину, називається перпендикулярною цій площині, якщо вона перпендикулярна кожній прямій, яка лежить у цій площині.



Перпендикулярність прямої і площини позначається як $a \perp \alpha$. Через будь-яку точку простору проходить пряма перпендикулярна даній площині, і до того ж тільки одна.

Ознака перпендикулярності прямої і площини.

Якщо пряма перпендикулярна двом прямим, що перетинаються у площині, то вона перпендикулярна цій площині.

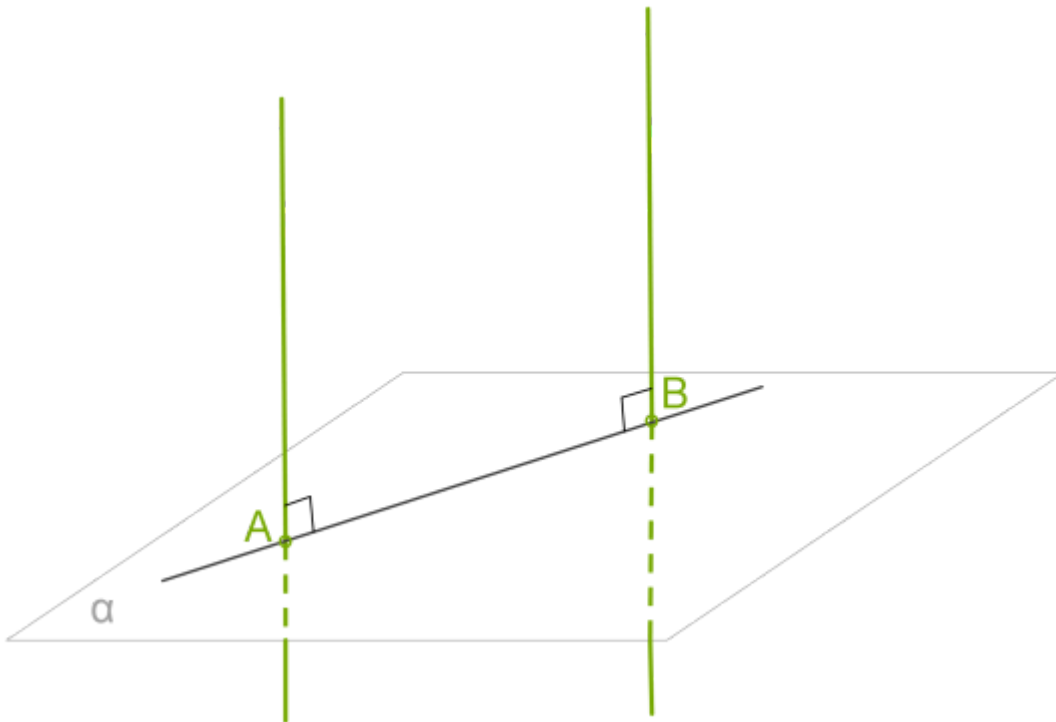


Доведення:

Нехай a — пряма, перпендикулярна прямим b і c у площині. Проведемо пряму a через точку A перетину прямих b і c . Доведемо, що пряма a перпендикулярна площині, тобто кожній прямій в цій площині.

1. Проведемо довільну пряму x через точку A в площині і покажемо, що вона перпендикулярна прямій a . Проведемо в площині довільну пряму, що не проходить через точку A і перетинає прямі b , c і x . Нехай точками перетину будуть B , C і X .
2. Відкладемо на прямій a від точки A в різні сторони рівні відрізки AM і AN .
3. Трикутник MCN рівнобедрений, оскільки відрізок AC є висотою за умовою теореми і медіаною з побудови ($AM=AN$). З тієї ж причини трикутник MBN теж рівнобедрений.
4. Отже, трикутники MBC і NBC рівні за трьома сторонами.
5. З рівності трикутників MBC і NBC випливає рівність кутів MBX і NBX і, отже, рівність трикутників MBX і NBX за двома сторонами та кутом між ними.

6. З рівності сторін MX і NX цих трикутників випливає, що трикутник MXN рівнобедрений. Тому його медіана XA є також висотою. А це і означає, що пряма X перпендикулярна a . За визначенням пряма a перпендикулярна площині.



Властивості перпендикулярних прямої та площини.

1. Якщо площина перпендикулярна одній з двох паралельних прямих, то вона перпендикулярна й іншій.
2. Дві прямі, перпендикулярні одній і тій же площині, паралельні.