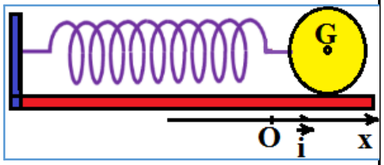
On considère un ressort de longueur initiale l_0 et de constante de raideur K placé sur un plan horizontal comme l'indique la figure ci-contre :



La force de rappel du ressort $\vec{F} = -\ k.x.\vec{i}$ n'est pas constante.

Le travail élémentaire, noté $\delta W(\vec{F})$, de force $\vec{F}$ durant un déplacement élémentaire $\vec{dx} = \ dx.\vec{i}$ a pour expression $\delta W(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{dx} = -\ k.x.\vec{i}.dx.\vec{i} = -\ kxdx$

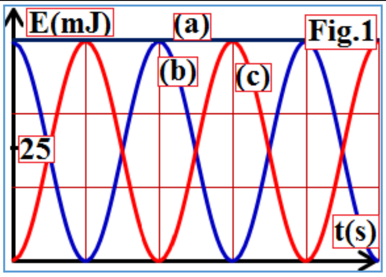
On remarque que le travail de la force de rappel est égal à l'opposé de la variation d'une énergie qui dépend de la constante de raideur du ressort et de son allongement. Cette énergie est appelée énergie de potentielle élastique, notée E_{pe}. elle est donnée par la relation suivante : $E_{pe} = \frac{1}{2}K.x^2 + C$, tel que :

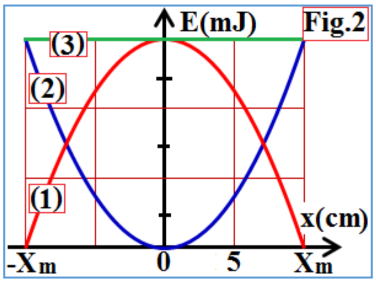
- C : est une constante qui dépend de l'état de référence de l'énergie potentielle élastique en (J),
- En considérant comme état de référence $E_{pe} = 0$ lorsque $x = 0$, donc la constante $C = 0$ alors $E_{pe} = \frac{1}{2}K.x^2$.

La variation de l'énergie potentielle élastique ne dépend pas de l'état de référence,

On remarque que $\left(\Delta E_{pe}\right)_{AB} = E_{pe}(B) - E_{pe}(A) = \frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2 = -\ W_{AB}(\vec{F})$.

Application 1 : On considère ces diagrammes énergétiques d'un pendule élastique horizontale, et on donne $m = 50g$ c'est la masse du solide :



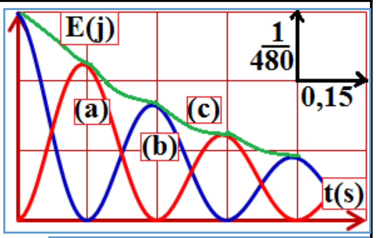


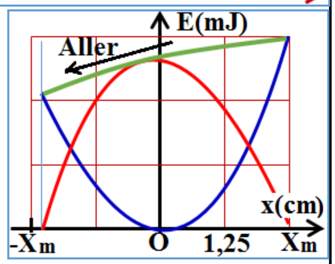
- Si $x = 0$, on a $E_{pe} = 0$ et $E_C = E_m = \frac{1}{2}mV_{max}^2$ alors $V_{max} = \sqrt{\frac{2E_m}{m}} = \dot{x}_{max}$,
- Si $x = X_m$ ou $x = -\ X_m$, on a $E_C = 0$ et $v = 0$ et $E_{pe} = E_m = \frac{1}{2}kX_{max}^2$ alors $X_{max} = \sqrt{\frac{2E_m}{k}}$,

- Pour chaque diagramme, préciser la courbe qui représente chaque énergie, E_m ; E_C et E_{pe},
- Trouver les valeurs des grandeurs : E_m ; V_{max} ; $\dot{x}_{max}$; X_{max} ; K ; T_0 ; l'abscisse ou $E_{pe} = E_C$,

---

La figure ci-contre représente les variations des énergies d'un pendule élastique :





On remarque que l'énergie mécanique du système diminue au cours du temps. ***Alors le système est soumis à des forces de frottement,***

L'amplitude des oscillations décroît au cours du temps, le régime est pseudopériodique de pseudo-période T,

Application 2 :

On considère les diagrammes énergétiques ci-dessus :

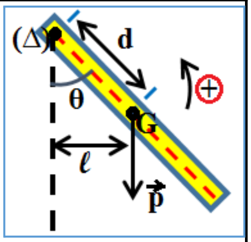
a- préciser la courbe qui représente chaque énergie, E_m ; E_C et E_{pe},

b- Trouver la valeur de l'énergie mécanique maximale et celle de pseudo-période T des oscillations, ainsi la valeur de X_m,

c- Calculer K la valeur de constante de raideur du ressort,

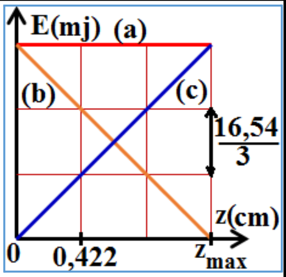
d- Calculer m la masse du solide sachant que $T \approx T_0$.

L’énergie potentielle de pesanteur E_{pp} d’un pendule pesant est donnée par la relation :
$E_{pp} = mgz + C$, tel que C : une constante qui dépend de l’état de référence choisi où l’énergie potentielle est nulle ($E_{pp,réf} = 0$),
avec $z = d(1 - \cos cos\,(\theta)\,)$ et les faibles oscillations $1 - \cos cos\,(\theta) \approx \frac{1}{2}\theta^2$,
Alors $E_{pp} = \frac{1}{2}mgd\theta^2 + C$



Application 3 : On choisit le plan horizontal auquel appartient le point O, origine du repère $R(O, \vec{k})$, comme état de référence de l’énergie potentielle de pesanteur E_{pp},
A partir de diagramme énergétique, d’un pendule pesant, suivant :

a- Préciser la courbe de chaque énergie,
b- Trouver la valeur de l’énergie mécanique, et celle de z_{max},
c- Calculer m la masse du solide,
d- Trouver la valeur de E_C et celle de E_{pp} à la position repérée par $z = \frac{2}{3}z_{max}$,



Application 4 : Etude énergétique d’un pendule pesant :
On choisit le plan horizontal contenant le point G_0, position du centre de gravité G de la barre à la position d’équilibre stable, comme état de référence de l’énergie potentielle de pesanteur ($E_{PP} = 0$). La masse de la barre est $m = 203g$, $J_\Delta = \frac{1}{3}ml^2$, et $l = 1,5m$ la longueur de la barre. Par exploitation du diagramme d’énergie suivante :

1- Donner la valeur de l’énergie mécanique E_m du pendule,
2- Trouver la valeur absolue de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du pendule au passage par la position repérée par l’abscisse angulaire $\theta = \frac{4}{5}\theta_m$.