

Câu 1. [2D1-1.10-4] (THPT-YÊN-LẠC) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2		3		8	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^2 + 4x + m)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$ là

A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải

Tác giả: Tiến Diệp; Fb: Tien Diep

Chọn B

Xét hàm số $g(x) = f(x^2 + 4x + m)$ có

$$g'(x) = (2x + 4) \cdot f'(x^2 + 4x + m) = 2(x + 2) f'(x^2 + 4x + m)$$

Với $x \in (-1; 1)$, $x + 2 > 0$ nên $g'(x) \leq 0 \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow f'(x^2 + 4x + m) \leq 0 \forall x \in (-1; 1)$ (1)

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 8$, do đó

$$(1) \Leftrightarrow -2 \leq x^2 + 4x + m \leq 8 \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + m \geq -2 \\ x^2 + 4x + m \leq 8 \end{cases} \forall x \in (-1; 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x \geq -m - 2 \\ x^2 + 4x \leq 8 - m \end{cases} \forall x \in (-1; 1) \quad (2)$$

$$\text{Đặt } h(x) = x^2 + 4x, \quad h'(x) = 2x + 4 > 0 \quad \forall x \in [-1; 1] \Rightarrow \begin{cases} \min_{[-1; 1]} h(x) = h(-1) = -3 \\ \max_{[-1; 1]} h(x) = h(1) = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 2 \leq -3 \\ 8 - m \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}$.

huynhu1981@gmail.com